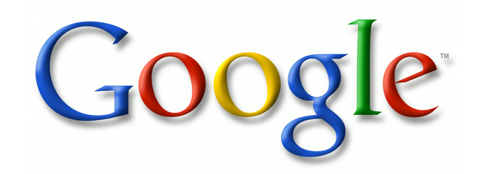
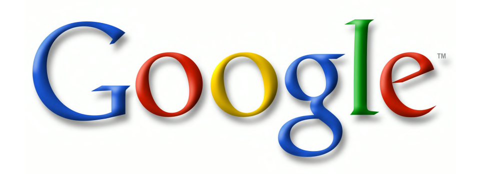



Google



Kleyers



Encyklopädie

der gesamten

mathematischen, technischen und exakten Natur-Wissenschaften.

Lehrbuch

der

absoluten Masse und Dimensionen

der physikalischen Grössen

von

Dr. H. Hovestadt.

Lehrbuch

der

absoluten Masse und Dimensionen

der physikalischen Grössen.

Mit 352 Fragen, 545 Erklärungen

und einer

Sammlung von 561 gelösten und ungelösten Aufgaben

nebst den

Ergebnissen der ungelösten Aufgaben.

Für das Selbststudium und zum Gebrauche an Lehranstalten,
sowie zum Nachschlagen für Fachleute

bearbeitet

nach System Kleyer

von

Dr. H. Hovestadt.

Stuttgart.
Verlag von Julius Maier.
1892.

1891, June 11 – 1892, June 18.

Haven fund.

Druck der Stuttgarter Vereins-Buchdruckerei.

Vorwort.

Bei der Bearbeitung dieses Lehrbuches habe ich versucht, nach Möglichkeit die Hindernisse zu beseitigen, die das erste Studium der absoluten Masse und Dimensionen physikalischer Grössen zu erschweren pflegen, und die weit weniger aus der Schwierigkeit des Gegenstandes, als aus dem Mangel an Sorgfalt bei seiner Darstellung entspringen. So gewiss es dem mit der Sache vertrauten Physiker gestattet ist, zur Ermittelung der Dimension einer Grösse irgend eine Gleichung heranzuziehen, in der sie auftritt, so wenig eignet sich dieses Verfahren, das übrigens gelegentlich auch in gedankenloser Weise gehandhabt worden ist, für den Anfänger. Es sind daher alle zur Sprache kommenden Grössen auf ihre ursprünglichen und eigentlichen Bestimmungsstücke zurückgeführt. Ausserdem ist die Bedeutung, in der die Dimensionsausdrücke von den Physikern thatsächlich verstanden werden, von vornherein festgesetzt und folgerichtig beibehalten worden. Diese Darstellungsweise lehrt ohne umständliche, den Anfänger mehr verwirrende als aufklärende Auseinandersetzungen, dass das Verhältnis eines elektrostatisch bestimmten Betrages zum elektromagnetisch bestimmten nicht eine Geschwindigkeit, sondern die leicht anzugebende Funktion einer Geschwindigkeit ist. Sie ergibt ohne Vorsichtsmassregeln und ohne Aufwand von besonderen Zeichen sowohl das von Maxwell als auch das von Clausius aufgestellte elektrostatische System der magnetischen Grössen und lässt erkennen, dass zwischen beiden ein Widerspruch nicht besteht.

In der Wärmelehre konnte, wenn auf die bestehenden Verhältnisse überhaupt Rücksicht genommen werden sollte, unmöglich das von Herwig bevorzugte mechanische System an die Spitze gestellt werden. Das ältere kalorische System ist immer noch das gebräuchlichste; wo es aber durch ein mechanisches System ersetzt wurde, hat man nicht die Temperatur, sondern die Wärmekapacität zu einer abgeleiteten Grösse gemacht. Das Herwigsche System hat bis jetzt gar keine Verwendung gefunden; es ist daher als bloss theoretisch mögliches System erst in dritter Linie in Betracht gezogen worden.

Eine Reihe von Punkten ist nicht in den darstellenden Text aufgenommen, sondern in Form von Aufgaben behandelt. So war es möglich, eine gewisse Vollständigkeit zu erreichen, ohne die Uebersichtlichkeit zu stören. Im übrigen sind möglichst viele Aufgaben den Veröffentlichungen über Experimentaluntersuchungen entnommen, von denen die wichtigsten angeführt wurden.

In Bezug auf die Benennung musste Zurückhaltung beobachtet werden. Da über abgekürzte Benennungen bisher keine Einigung erzielt ist, so durften die Systeme nur mit Namen bezeichnet werden, die kurzen Beschreibungen gleichkommen. Der Ausdruck Centimeter-Gramm-Sekunde-System gibt dazu die Anleitung. Er führt unmittelbar zu der Bezeichnung Länge-Masse-Zeit-System, der sich weitere Benennungen von selbst anschliessen.

Dass die Darstellung anfangs ausführlich, später aber kürzer gehalten ist, wird man natürlich finden.

Münster, Januar 1892.

Dr. H. Hovestadt.

Inhaltsverzeichnis.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Einleitung.

1) In der Geometrie wird der Flächeninhalt durch das über der Längeneinheit gezeichnete Quadrat gemessen, der Rauminhalt durch den Würfel, dessen Kante der Längeneinheit gleichkommt. Es ist daher nach Festsetzung des Längenmasses eine besondere Verständigung über das Flächen- und Raummass nicht mehr erforderlich, und durch die Erhaltung des ersteren wird zugleich die Ueberlieferung der beiden letzteren gesichert. Wichtiger noch ist, dass die Formeln, durch die der Inhalt von Flächen und Körpern auf gewisse Längenabmessungen, wie Seiten, Höhen oder Durchmesser zurückgeführt wird, nunmehr in ein und derselben Gestalt für jede beliebige Längeneinheit gültig sind. Aehnliche Vorteile werden in der Mechanik durch Einführung abhängiger Einheiten erzielt.

Von jeher ist die Einheit der Geschwindigkeit auf die Einheiten der Länge und der Zeit zurückgeführt worden, und folgerichtig hat man dann auch die Einheit der Beschleunigung von diesen beiden Grundeinheiten abhängig gemacht.*) Der Weg hierzu ist eindeutig vorgeschrieben, weshalb ohne ausdrückliche Einigung immer eine vollständige Uebereinstimmung in Bezug auf diese beiden Grössen geherrscht hat. Anders steht es dagegen mit der Kraft.

Als anschauliche Krafteinheit bot sich die Schwere der Masseneinheit dar, das sog. Schwere- oder Gravitationsmass der Kraft. Indem man diese Einheit einführt, wird es möglich, die Einheiten der Mechanik überhaupt von den drei Grundeinheiten der Länge, Masse und Zeit abhängig zu machen. Die Beträge, welche man diesen drei Grundeinheiten selbst beilegen will, sind dann ohne Einfluss auf die Form der mechanischen Gleichungen. Man gelangt so zu einem System von Einheiten, die in diesem Buche als die Einheiten des Länge-Gewicht-Zeit-Systems bezeichnet sind. Das Eigentümliche dieses Systems liegt in dem Umstande, dass die Gewichtseinheiten gleichzeitig Einheiten der Masse und der Kraft darstellen. Es leidet an zwei Uebelständen, die zwar praktisch nicht sehr erheblich erscheinen, aber doch hinreichend gewesen sind, seine Anwendung in der theoretischen Mechanik ganz zu verhindern und es aus der mathematischen Physik fast vollständig wieder zu verdrängen.

Das Länge-Gewicht-Zeit-System behaftet die erste Gleichung der Dynamik, welche die Beziehung zwischen einer Kraft, einer Masse und der durch jene an dieser hervorgebrachten Beschleunigung zum Ausdruck bringt, mit einem Faktor, der für die theoretische Auffassung lediglich eine Unbequemlichkeit darstellt. Um diese zu vermeiden, haben die Mathematiker, die sich mit der Ausbildung der Mechanik beschäftigten, ohne über die Messung von Kraft und Masse bestimmte Vorschriften zu geben, doch immer

*) Daher ist z. B. die Gestalt der Formeln, die sich auf den freien Fall beziehen, ganz unabhängig von den Einheiten, mit denen man die Fallzeit und den zurückgelegten Weg messen will.

gefordert, dass die Einheit der Kraft der Einheit der Masse die Einheit der Beschleunigung erteilen solle. Dadurch ist das Länge-Gewicht-Zeit-System jedenfalls ausgeschlossen.

Es kommt hinzu, dass die Schwere der Masseneinheit an der Erdoberfläche veränderlich ist und daher eine eindeutig bestimmte Krafteinheit erst dann darstellt, wenn zuvor eine Vereinbarung über die zu Grunde gelegte Intensität der Schwere stattgefunden hat. Da freilich die Intensität der Schwere zwischen Pol und Aequator nur innerhalb enger Grenzen schwankt, so tritt die Notwendigkeit dieser Vereinbarung erst ein, wenn es sich um sehr genaue Messung von Kräften handelt.

2) Der Forderung, dass die Einheit der Kraft der Einheit der Masse die Einheit der Beschleunigung erteilen soll, ist zunächst dadurch genügt worden, dass man das Schweremass der Kraft beibehielt und neue, von der Krafteinheit geforderte Masseneinheiten einführte. So wurden die Einheiten der Länge, der Kraft und der Zeit die Grundeinheiten der Mechanik. Der Anwendung des Länge-Kraft-Zeit-Systems legt die theoretische Mechanik kein Hindernis mehr in den Weg. Dafür tritt aber hier ein neuer Uebelstand auf, der die Einführung des Systems erschwert und seine Anwendung ausserhalb des Bereiches der eigentlichen Mechanik auch ganz verhindert hat. Es ist die gekünstelte Beziehung zwischen Kraft und Masse.

Als Krafteinheit benutzt das System die Schwere der gewöhnlichen, durch eine Gewichtseinheit angegebenen Masseneinheit. Dann gibt es die Masseneinheit, die ihm als Ausgangspunkt diente, wieder auf, um aus der eben gewonnenen Krafteinheit und der Einheit der Beschleunigung eine neue Masseneinheit herzuleiten. So verlieren die Gewichtseinheiten ihre urprüngliche Bedeutung als Masseneinheiten ganz und werden ausschliesslich Krafteinheiten, ein Umstand, der geeignet ist, Verwirrung hervorzurufen.

3) Es ergibt sich also, dass man das Schweremass der Kraft verlassen und damit den Vorteil einer unmittelbar anschaulichen Krafteinheit aufgeben musste, um zu einem befriedigenden System von Einheiten der Mechanik und weiterhin der mathematischen Physik überhaupt zu gelangen. Die Gewichtseinheiten mussten ganz aufhören, Krafteinheiten zu sein, und waren lediglich als Masseneinheiten zu betrachten. Ueber die Krafteinheit ist dann folgerichtig so zu verfügen, dass sie der Masseneinheit die Einheit der Beschleunigung erteilt. So ist in der That das heute in der ganzen Physik herrschende Länge-Masse-Zeit-System entstanden, dessen abgeleitete Einheiten man als absolute Einheiten zu bezeichnen pflegt. Die Darstellung desselben bildet den Hauptinhalt dieses Lehrbuches.

Den ersten Schritt in dieser Richtung that Gauss (1777 bis 1855). Es ist bezeichnend, dass ihn dazu das Bedürfnis veranlasste, für die magnetischen Grössen Einheiten zu gewinnen, die wissenschaftlich strengen Anforderungen Genüge leisteten. Gauss definierte mit Hilfe der absoluten Krafteinheit die Mengeneinheit des freien Magnetismus, woraus sich die weiteren Einheiten der magnetischen Grössen leicht ergeben.*) Von entscheidender Bedeutung war, dass er die Stärke des erdmagnetischen Feldes und das magnetische Moment der Erde in absolutem Mass ermittelte. Denn man darf annehmen, dass seine Definitionen für sich allein von geringem Erfolg gewesen sein würden; erst die Beobachtungen und Rechnungen, in denen das absolute Mass gehandhabt wurde, haben die vollständige Umgestaltung der physikalischen Masseinheiten eingeleitet.

*) Es kommen hauptsächlich in Betracht die beiden Abhandlungen: „Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata“ (1832) und „Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus“ (1838). Bd. V der gesammelten Werke, Seite 79 und 119.

Angeregt durch Gauss und gestützt auf dessen Arbeiten, unternahm Wilh. Weber (1804 bis 1891) die Durchführung der Länge-Masse-Zeit-Einheiten in der Elektricität. Er definierte die absoluten elektromagnetischen, elektrodynamischen und elektrostatischen („mechanischen") Einheiten, lehrte die absolute elektromagnetische Messung von Stromstärke und Leitungswiderstand und ermittelte in Verbindung mit R. Kohlrausch das Verhältnis der drei absoluten Einheiten zu einander. *)

Durch die Arbeiten von Gauss und Weber wurde die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität in Bezug auf wissenschaftliche Strenge der Mechanik ebenbürtig. Die Ausdehnung des absoluten Masssystems auf die Wärmelehre war im Vergleiche hierzu von nur untergeordneter Bedeutung. Es sei bemerkt, dass Herwig in seiner im nächsten Artikel angeführten Darstellung der absoluten Masseinheiten dasjenige System der Wärmegrössen aufgestellt hat, welches in diesem Buche als das zweite mechanische System bezeichnet ist.

4) Abgeleitete Einheiten ändern sich wie bestimmte Potenzen ihrer Grundeinheiten. Solche Potenzen hat zuerst Fourier (1768 bis 1830) unter einem allgemeineren Gesichtspunkte betrachtet, wobei es sich freilich nur um einige Grössen der Wärmelehre und bei diesen nicht um Länge-Masse-Zeit-Einheiten handelte. **) Die Exponenten jener Potenzen nennt Fourier die Dimensionsexponenten oder auch kurz die Dimensionen der abgeleiteten Einheiten in Bezug auf ihre Grundeinheiten und setzt ihre Bedeutung für die Umrechnung von einer Grundeinheit auf eine neue, sowie für die Prüfung physikalischer Gleichungen auseinander.

So lange freilich abgeleitete Einheiten nur in der Mechanik und in ganz beschränktem Masse in der Wärmelehre zur Anwendung kamen, überdies aber auch hier ein einheitliches System überhaupt noch nicht durchgeführt war, haben die physikalischen Dimensionen wenig Beachtung gefunden. Als jedoch Gauss die absoluten Einheiten der magnetischen Grössen einführte, sah er sich bereits veranlasst, dem Zusammenhange der abgeleiteten und der Grundeinheiten besondere Beachtung zu schenken. ***)

In systematischer Vollständigkeit hat zuerst Maxwell (1831 bis 1879) die Dimensionen der absoluten Länge-Masse-Zeit-Einheiten aller magnetischen und elektrischen Grössen entwickelt. †) Seine Darstellungsweise ist, mit geringfügigen Abänderungen, jetzt fast ausschliesslich in Gebrauch. Er stellte die unbestimmten Grundeinheiten der Länge, Masse und Zeit selbst durch besondere Zeichen: $[L]$, $[M]$, $[T]$ dar und bildete aus diesen mittels der Fourierschen Exponenten Dimensionsausdrücke, die für den praktischen Gebrauch ausserordentlich bequem sind, da sie die Benennung der abgeleiteten Einheiten ersetzen und die Anwendung der gewöhnlichen Potenzregeln zulassen.

In der ersten zusammenhängenden Darstellung der Dimensionen und absoluten Masse, die in Deutschland erschien ††), sind die Dimensionsausdrücke nicht aus den Einheiten, sondern aus beliebigen Beträgen L, M, T, der Länge, Masse und Zeit gebildet. Darin

*) „Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins aus dem Jahre 1840" und „Elektrodynamische Massbestimmungen" (1846 bis 1857), insbesondere die vierte Abhandlung: „Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Mass."

**) Théorie analytique de la chaleur (1822), Remarques générales: Art. 157 bis 162.

***) Er widmet diesem Punkte den Art. 26 der „Intensitas vis magneticae."

†) A Treatise on Electricity and Magnetism (Second edition, 1881) Vol. I, Art. 1 bis 6 und Vol. II, Art. 620 bis 626. Die erste Auflage erschien 1873.

††) Herwig: Physikalische Begriffe und absolute Masse (1880).

liegt eine zwar unerhebliche, aber doch wohlbegründete Abänderung der Maxwellschen Darstellung. Denn einmal sind die Grundeinheiten selbst beliebig zu wählende Grössen, und dann pflegt man beim Rechnen mit Dimensionsausdrücken die unnötige Beschränkung auf die Einheiten ohnehin stillschweigend fallen zu lassen.

5) Gauss und Weber bildeten die absoluten Einheiten der elektrischen und magnetischen Grössen aus den Grundeinheiten: Millimeter, Milligramm, Sekunde. Diese führen unmittelbar zu einer praktisch brauchbaren elektromagnetischen Einheit der Stromstärke, die nur wenig grösser ist, als die nach Jakobi benannte chemische Einheit, da sie bei der Zersetzung des Wassers in der Minute 1,044 Kubikcentimeter Knallgas liefert. Sie wurde in Deutschland mit dem Namen Webers bezeichnet, verdrängte jedoch die chemische Einheit der Stromstärke nicht, obschon Weber frühzeitig die chemische Stärke seiner absoluten Stromeinheit ermittelt und dadurch die Zurückführung chemisch gemessener Stromstärken auf absolutes Mass ermöglicht hatte.

Sowohl für den Leitungswiderstand, als auch für die elektromotorische Kraft oder Potentialdifferenz ergaben die drei Grundeinheiten mm, mg, sec ein so kleines Mass, dass man bei den gewöhnlich zu messenden Beträgen dieser beiden Grössen auf ungemein grosse Masszahlen stiess.

In England, wo die Bedeutung der Arbeiten von Gauss und Weber frühzeitig gewürdigt wurde, befasste sich schon 1861 die B. A. (British Association for the advancement of science) mit der Aufgabe, absolute elektromagnetische Einheiten von passender Grösse auszuwählen. Sie verliess zunächst die von Gauss und Weber angewandten Einheiten der Länge und Masse, indem sie auf den Vorschlag W. Thomsons die Grundeinheiten: Centimeter, Gramm, Sekunde wählte. Eine Erörterung über die Zweckmässigkeit dieser Abänderung ist gegenwärtig nicht mehr angezeigt, da sich das C.-G.-S.-System thatsächlich in der Physik eingebürgert hat. Für die elektrischen Grössen war sie freilich von gar keinem Nutzen, da die Stromeinheit auf den hundertfachen Betrag gesteigert wurde, die Einheiten des Leitungswiderstandes und der elektromotorischen Kraft aber immer noch viel zu klein blieben. Das angestrebte Ziel war, wenn die Sekunde als Zeiteinheit beibehalten werden sollte, nur durch Wahl einer sehr grossen Längeneinheit und einer sehr kleinen Masseneinheit zu erreichen. In der That sah sich denn auch die B. A. veranlasst, jene auf 10^9 cm zu erhöhen und diese auf 10^{-11} g herabzusetzen. Die aus den drei Grundeinheiten: 10^9 cm, 10^{-11} g, sec hervorgehenden absoluten Einheiten des Systems von Gauss und Weber wurden dann als die B. A. U. (British-Association-Units) bezeichnet, wobei allerdings zunächst hauptsächlich die drei Einheiten der Stromstärke, des Leitungswiderstandes und der elektromotorischen Kraft in Betracht kamen. Die B. A. U. des Leitungswiderstandes ist nur wenig grösser als die 1860 durch Siemens eingeführte und namentlich in Deutschland wegen ihrer praktischen Brauchbarkeit bald allgemein angewandte Quecksilbereinheit. Sie wurde von der B. A. zu Ehren Ohms anfangs Ohmad, später allgemein Ohm genannt. Die B. A. U. der Potentialdifferenz kommt nahezu der elektromotorischen Kraft des Daniellschen Elementes gleich und erhielt zu Ehren Voltas den Namen Volt. Die B. A. U. der Stromstärke, die durch ein Volt elektromotorischer Kraft in einem Ohm Widerstand hervorgebracht wird, erhielt zunächst keinen besonderen Namen, doch bürgerte sich bei den englischen Physikern allmählich der Gebrauch ein, sie nach Weber zu benennen. Da sie den zehnfachen Betrag der ursprünglichen Weberschen Einheit hat, so war nunmehr der Name Weber in Deutschland und England für zwei verschiedene Stromeinheiten in Gebrauch. Dieser Umstand hat bedauer-

licher Weise später den Grund abgeben müssen, Webers Namen, der mit dem absoluten elektromagnetischen Masssystem auf das Engste verknüpft ist, ganz fallen zu lassen.

6) Auf Veranlassung der B. A. wurden im Laboratorium der Universität Cambridge unter Maxwells Leitung Versuche angestellt, um Kupferdrahtmassstäbe (Etalons) für ein Ohm Leitungswiderstand zu gewinnen. Diese Versuche führten zu keinem befriedigenden Ergebnisse, da sowohl die drei dort hergestellten Urmasse, als auch die von diesen genommenen Kopien Schwankungen ihres Widerstandswertes zeigten. Dazu kam die Schwierigkeit der Ausführung von absoluten Widerstandsmessungen überhaupt, die erhebliche und zumal in Deutschland damals noch ungewöhnliche Mittel in Anspruch nahmen. In diesen Umständen liegt der Grund, weshalb die deutschen Physiker auf die Anwendung der absoluten Weberschen Masseinheiten verzichteten und für die Stromstärke die chemische, für den Leitungswiderstand die Quecksilbereinheit beibehielten. Aus diesen beiden ergibt sich auf Grund der üblichen Form des Ohmschen Gesetzes eine unzweideutige Einheit für die elektromotorische Kraft, neben der freilich auch die unsichere Einheit angewandt wurde, die das Daniellsche Element liefert. Die deutschen Einheiten wurden auch in Oesterreich angewandt, während Frankreich sich gegen die absoluten Einheiten weniger ablehnend verhielt.

Dieser für die Wissenschaft wenig förderliche Zwiespalt ist erst im Jahre 1881 durch den internationalen Elektrikerkongress, der, im Anschluss an die Ausstellung, vom 15. September bis zum 5. Oktober in Paris tagte, beseitigt worden. Der Kongress nahm das System der B. A. U. an, gab jedoch der Stromeinheit den Namen Ampère und benannte ausserdem noch die Einheit der Elektricitätsmenge nach Coulomb und die der Kapacität nach Farad, während die Bezeichnungen Ohm und Volt in unveränderter Bedeutung beibehalten wurden. Als Massstab für das Ohm nahm der Kongress eine Quecksilbersäule von einem Quadratmillimeter Querschnitt in Aussicht und veranlasste die Bildung einer internationalen Kommission, die sich mit der Frage nach der Länge dieses Massstabes beschäftigen sollte. Diese Kommission tagte im Oktober 1882 in Paris, erklärte die bis dahin vorliegenden Längenmessungen für nicht hinreichend, bezeichnete die Untersuchungsmethoden zur Ohmbestimmung, die ihr am geeignetsten schienen, und empfahl die auszuführenden Arbeiten dem Wohlwollen der beteiligten Regierungen. Bei einer Konferenz, die im April 1884 stattfand, konnten dann neue und besser übereinstimmende Längenbestimmungen der Quecksilbersäule, die das Ohm darstellt, vorgelegt werden. Auf eine endgültige Festsetzung dieser Länge musste allerdings auch jetzt noch verzichtet werden, doch konnte man sich über ein vorläufig anzuwendendes legales Ohm mit einem Quecksilbermassstab von einem Quadratmillimeter Querschnitt und 106 cm Länge einigen.

Obgleich angenommen werden darf, dass die B. A. bei Aufstellung des praktischen elektromagnetischen Masssystems von den drei Einheiten: Volt, Ohm, Sekunde ausgegangen ist, benutzt man in neuerer Zeit bei der Darstellung des jetzt allgemein angenommenen Systems häufig die drei Einheiten: Ampère, Ohm, Sekunde als die Bestimmungsstücke der übrigen Einheiten. Da diese Darstellungsform sowohl dem Herkommen, als auch dem gewöhnlichen Gange der Messungen entspricht, so ist ihr auch in diesem Buche der Vorzug gegeben.

Noch muss bemerkt werden, dass man in neuerer Zeit der Arbeitseinheit unseres Systems den Namen Joule und der Einheit der Arbeitsintensität den Namen Watt beigelegt, und dass Clausius, um der Gerechtigkeit zu entsprechen, für die Einheit der Menge des freien Magnetismus den Namen Weber in Vorschlag gebracht hat. Dieser

Vorschlag ist allerdings praktisch von sehr geringer Bedeutung. Der Anspruch, den Gauss, der erste Urheber absoluter Masseinheiten, auf eine seinen Namen ehrende Bezeichnung hat, ist bisher überhaupt nicht berücksichtigt worden.

7) Die Länge-Masse-Zeit-Einheiten der physikalischen Grössen sind nur dann eindeutig bestimmt und unveränderlich, wenn die drei Grundeinheiten selbst in unzweideutiger Weise festgesetzt und vor Veränderung geschützt sind. Es bleiben also noch die in der Physik zur Alleinherrschaft gelangten Grundeinheiten unter diesem Gesichtspunkte zu betrachten.

Die Einheiten der Länge und Masse sind geschichtlich miteinander eng verknüpft. Am 30. März 1791 genehmigte die französische Nationalversammlung den Vorschlag, dass der in zehn Millionen gleiche Teile zerlegte Meridianbogen vom Aequator über Paris zum Nordpol die Längeneinheit abgeben, und der Wasserwürfel, dessen Kante dem hundertsten Teile dieser Längeneinheit gleichkommt, die Einheit der Masse darstellen sollte. Es bestand also die Absicht, die Einheiten der Länge und der Masse durch Definitionen auf die Grösse der Erde und die (grösste) Dichte des Wassers zurückzuführen. Die Ausführung der dazu noch erforderlichen Arbeiten wurde gleichzeitig angeordnet.

Die schwierigen Messungen nahmen indessen erhebliche Zeit in Anspruch. Um die Einführung der gesetzlichen Masseinheiten nicht zu sehr zu verzögern, beschloss daher die Nationalversammlung am 7. April 1795, ein vorläufiges Meter und bereits am 10. Dezember 1799, eine etwas abgeänderte Länge als mètre vrai et définitiv anzunehmen. Damit waren spätere Berichtigungen ausgeschlossen, die Herstellung eines der Definition genau entsprechenden Längenmasses also aufgegeben, und statt des theoretischen ein legales Meter eingeführt, dessen Ueberlieferung nur durch sorgfältige Ueberwachung eines Urmassstabes gesichert werden konnte. Die französische Verwaltung hat sich dieser Aufgabe nicht gewachsen gezeigt, und es ist daher gegenwärtig nicht mehr festzustellen, ob das Mètre des Archives und das Kilogramm des Archives ursprünglich der Forderung genau entsprochen haben, nach der tausend Kubikcentimeter Wasser bei der Temperatur der grössten Dichte (4° C.) ein Kilogramm wiegen sollten.

Als das metrische System später auch von anderen Ländern angenommen wurde, betonten Gelehrte, die mit den Verhältnissen genauer vertraut waren, dass weder die Unveränderlichkeit der französischen Ureinheiten gesichert, noch bei Vervielfältigung der Masseinheiten mit hinreichender Sorgfalt verfahren sei.*) Mit besonderem Nachdrucke nahm sich auch die Petersburger Akademie der Sache an, und die französische Regierung musste sich entschliessen, zur Regelung der Angelegenheit eine internationale Konferenz zu berufen. Nach langwierigen Verhandlungen beschloss die Konferenz im Herbst 1874, die Regierungen der vertretenen Staaten zu ersuchen, ein „internationales Bureau“ für Mass und Gewicht zu errichten. Diesem Ersuchen wurde durch die Vereinbarung vom 20. Mai 1875 entsprochen, die sich auf die folgenden Punkte erstreckte.

Die französische Regierung erwirbt auf Kosten der beteiligten Staaten ein besonderes Gebäude für die Zwecke des internationalen Masswesens.

Ein internationales „Bureau des poids et mesures“ übernimmt die Arbeiten zur Festsetzung und Erhaltung der Ureinheiten.

---

*) So Förster (1873): „Durch die Sorglosigkeit der früheren Verwaltung des metrischen Urmasses und Urgewichtes und durch die nicht genügende Zuverlässigkeit der seit Jahrzehnten in Paris ausgegebenen Kopien ist eine empfindliche Unsicherheit eingerissen.“

Das Zutreffende dieses ungünstigen Urteils ist nach einer Bemerkung von Karsten später durch die internationalen Verhandlungen durchaus bestätigt worden. Man vergleiche: Karsten, „Die internationale Generalkonferenz für Mass und Gewicht in Paris 1889“ (Kiel, 1890).

„Ein „Comité international des poids et mesures“ gibt die Anleitung zu diesen Arbeiten und überwacht sie.

Das „Comité“ endlich steht unter der Autorität einer „Conférence générale des poids et mesures“, deren Mitglieder bei jeder Berufung dieser Konferenz von den betreffenden Regierungen bestimmt werden.

Die französische Regierung erfüllte ihren Auftrag, indem sie den internationalen Masseinheiten im pavillon de Breteuil bei Sèvres die Wohnstätte einrichtete.

Der von dem Komite entworfene Arbeitsplan enthält in der Hauptsache die folgenden Bestimmungen:

Die alten Urmasse, das Mètre und das Kilogramme des Archives werden den neu herzustellenden Ureinheiten zu Grunde gelegt.

Es werden zuerst mehrere Kopien angefertigt, die möglichst genau die alten Urmasse darstellen.

Von diesen Kopien wird der Meterstab und das Kilogrammstück ausgewählt, die den alten Ureinheiten am nächsten kommen. Diese beiden Stücke gelten von da ab als die internationalen Ureinheiten.

Die internationalen Ureinheiten und die für die beteiligten Staaten nach jenen herzustellenden nationalen Urmasse werden aus Platin-Iridium verfertigt und erhalten eine vorgeschriebene Form.

Für alle Ureinheiten ist die Ausdehnung durch die Wärme auf das Genaueste festzustellen.

Bis zum Jahre 1889 waren, ausser den beiden internationalen Ureinheiten, 30 Meterstäbe und 40 Kilogrammstücke, die als nationale Ureinheiten zur Verteilung gelangen sollten, fertig gestellt.*) Von dem internationalen Meterstabe weicht kein nationaler um $\frac{1}{100}$ Millimeter, von dem internationalen Kilogrammstück weicht kein nationales um 1 Milligramm ab. Die Abweichung selbst ist im ersteren Falle bis auf $\frac{1}{5000}$ Millimeter, im letzteren bis auf $\frac{1}{200}$ Milligramm genau bestimmt.

Die erste, 1889 berufene Generalkonferenz prüfte die Arbeitsergebnisse und verteilte die nationalen Urmasse durch das Loos, wobei Deutschland zwei besonders gute Stücke zufielen, die den internationalen Ureinheiten fast genau gleich sind. Eine von ihr beauftragte Kommission brachte am 28. September die beiden internationalen Ureinheiten im tiefsten Keller zu Breteuil unter dreifachen Verschluss.**)

Das internationale Institut wird neben der dauernden Ueberwachung der Urmasse noch eine Reihe weiterer Aufgaben zu lösen haben, von denen eine hier besondere Erwähnung verdient: es ist zu ermitteln, bei welcher Temperatur nach den jetzt gültigen internationalen Masseinheiten 1000 Kubikcentimeter Wasser genau 1 Kilogramm wiegen.

England hat, gestützt auf den guten Zustand des eigenen Mass- und Gewichtssystems, sich gegen das metrische System ablehnend verhalten. Die englischen Physiker bedienen sich zwar in neuerer Zeit immer mehr der französischen Einheiten, doch sind in der Mechanik und Wärmelehre die englischen Einheiten noch vielfach in Gebrauch. Dieser Thatsache ist in vorliegendem Lehrbuche Rechnung getragen, indem der englische Fuss und das englische Pfund nicht ganz unberücksichtigt blieben. Da die Beziehung

*) Der Metallwert aller Stücke zusammen beläuft sich auf etwa 4 Millionen Frcs.

**) Die angegebenen und viele weitere Einzelheiten von Interesse gibt Karsten, der als Delegierter Deutschlands zugegen war, in der oben erwähnten Schrift an.

dieser beiden Einheiten zum Meter und Kilogramm nicht als hinreichend genau bekannt angesehen werden kann, so ist der englische Fuss gleich 30,479 cm, das engl. Pfund gleich 453,59 g angenommen, unter Verzicht auf die genaueren Angaben, die man zuweilen findet.

Was schliesslich die Zeiteinheit betrifft, so wird sie durch Definition von der Rotationsgeschwindigkeit der Erde um ihre Achse und der Umlaufszeit der Erde um die Sonne entnommen, zwei Grössen, die beide nicht als ganz unveränderlich betrachtet werden dürfen. Die fast ausschliesslich angewandte Sekunde ist der 86 400 te Teil des mittleren Sonnentages, d. h. der Zeit, welche durchschnittlich zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Meridian irgend eines Ortes verfliesst. Der Sterntag oder die Rotationsdauer der Erde um ihre Achse beträgt 86 164 Sekunden. Zur Erörterung der Möglichkeit einer anderweitigen Zeitbestimmung bietet der Inhalt dieses Lehrbuches natürliche Gelegenheit.

Bemerkungen.

1) Die Kenntnis des Inhaltes der Abschnitte D und E ist zum Verständnisse wissenschaftlicher Darstellungen aus dem Gebiete der Physik unerlässlich.

2) Es wird empfohlen, den Abschnitt D erst nach sorgfältiger Durcharbeitung des Abschnittes B in Angriff zu nehmen.

3) Der Abschnitt F darf nicht so verstanden werden, als ob durch die Dimensionsrechnung ausreichende Beweise für physikalische Gesetze erbracht würden, sondern nur so, dass durch sie die Gesetze angedeutet werden.

4) Für das Verständnis der Darstellung in Büchern über die technische Anwendung der Mechanik und Wärmelehre ist der Abschnitt G, für das Verständnis von elementaren Darstellungen der Mechanik in den Lehrbüchern der Physik ist der Abschnitt H von Nutzen. Die noch folgenden Abschnitte haben vorläufig nur theoretische Bedeutung.

5) Für das Verständnis dieses Lehrbuches ist die Kenntnis der wichtigsten physikalischen Begriffe hinreichend und notwendig.

904. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen.

Seite 1—16.



Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung



— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen
der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Seite 1—16.

Inhalt:
Ueber Messen, Masseinheiten und Masszahlen. — Ueber einige zur ersten Einführung in das Länge-Masse-Zeit-System der Physik geeignete Grössen. — Gelöste Aufgaben.

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in **analoger** Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen zu lösen haben,** zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige** Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen und weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

A. Ueber Messen, Masseinheiten und Masszahlen.

Frage 1. Was heisst: eine Grösse mit einer anderen messen?

Erkl. 1. Die zweite Grösse wird als Masseinheit oder Einheit der ersten bezeichnet.

Antwort. Eine Grösse mit einer anderen messen heisst: den Wert des Verhältnisses der ersten Grösse zur zweiten ermitteln (siehe Erkl. 1).

Frage 2. Unter welcher Bedingung kann eine Grösse Masseinheit einer anderen sein?

Erkl. 2. Die angegebene Bedingung ist aber nicht bloss hinreichend, sondern auch notwendig. Es kann also eine Länge auch nur mit einer Länge, eine Fläche nur mit einer Fläche, eine Geschwindigkeit nur mit einer Geschwindigkeit gemessen werden u. s. w.

Antwort. Eine Grösse kann als Masseinheit einer anderen betrachtet werden, sobald sie mit dieser gleichartig ist.

Es kann also z. B. jede Länge Längeneinheit, jede Fläche Flächeneinheit, jede Geschwindigkeit Geschwindigkeitseinheit sein u. s. w. (siehe Erkl. 2).

Frage 3. Was versteht man unter der Masszahl oder dem Zahlenwert oder dem numerischen Wert einer gemessenen Grösse?

Erkl. 3. Das Wort „numerisch" stammt von dem lateinischen Worte numerus d. h. Zahl.

Antwort. Das Verhältnis einer Grösse zu ihrer Masseinheit wird als ihre Masszahl, ihr Zahlenwert oder ihr numerischer Wert in Bezug auf jene Masseinheit bezeichnet (siehe Erkl. 3).

Frage 4. Welche Beziehung besteht zwischen einer gemessenen Grösse, ihrer Masseinheit und der zugehörigen Masszahl?

Erkl. 4. Es sei A die gemessene Grösse, $[A]$ ihre Masseinheit und a die zugeordnete Masszahl. Dann ist gemäss der Antwort auf die Frage 3:

$$a = \frac{A}{[A]},$$

somit auch:

$$A = a\,[A]$$

Antwort. In Bezug auf eine gemessene Grösse, ihre Masseinheit und die zugeordnete Masszahl gelten folgende einfache Sätze:

1) „Die Masszahl ist der gemessenen Grösse gerade und der Masseinheit umgekehrt proportional."

2) „Die gemessene Grösse ist sowohl der Masszahl als auch der Masseinheit proportional."

und endlich:

$$[A] = \frac{A}{a}.$$

3) „Die Masseinheit ist der gemessenen Grösse gerade und der Masszahl umgekehrt proportional“ (siehe Erkl. 4).

B. Ueber einige zur ersten Einführung in das Länge-Masse-Zeit-System der Physik geeignete Grössen.

Anmerkung 1. Während die allgemeine Theorie des sogenannten Länge-Masse-Zeit-Systems der physikalischen Grössen sachliche Schwierigkeiten von Bedeutung nicht bietet, wird das richtige Verständnis desselben durch die eigentümliche Art der Auffassung und die ungewohnte Darstellungsform nicht unerheblich erschwert.

Behufs Erleichterung des Verständnisses wird daher der allgemeinen Theorie des bezeichneten Systems ein Abschnitt vorausgeschickt, in welchem an den Grössen: Flächeninhalt, Rauminhalt, Winkelgrösse, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft die in Betracht kommenden Begriffe, Methoden und Ausdrücke erläutert werden. Dieser Abschnitt ist daher als eine erste Einführung in das Länge-Masse-Zeit-System anzusehen.

Frage 5. In welcher Beziehung steht die Einheit des Flächeninhaltes zur Einheit der Länge?

Erkl. 5. Diese Definition beruht auf allgemeinem Uebereinkommen. Es wäre an sich keineswegs unzulässig, als Flächeneinheit etwa den Kreis zu benutzen, dessen Radius die Längeneinheit ist, oder ein regelmässiges Vieleck, dessen Seite der Längeneinheit gleichkommt.

Erkl. 6. Diese Beziehung würde auch dann bestehen, wenn von den in der Erkl. 5 angedeuteten Definitionen der Flächeneinheit Gebrauch gemacht würde.

Antwort. In der Geometrie definiert man als Flächeneinheit das Quadrat über der Längeneinheit (siehe Erkl. 5).

Die Längeneinheit kann willkürlich gewählt und beliebig abgeändert werden.

Man kann demnach sagen, dass die Flächeneinheit als abhängig veränderliche Grösse der unabhängig veränderlichen Längeneinheit zugeordnet sei (siehe Erkl. 6).

Frage 6. Welche Benennung gibt man der Flächeneinheit mit Rücksicht auf ihre Abhängigkeit von der Längeneinheit?

Antwort. Die Flächeneinheit wird als eine von der Längeneinheit abgeleitete Einheit bezeichnet.

Frage 7. Nach welchem Gesetze ist die Flächeneinheit von der Längeneinheit abhängig?

Erkl. 7. Man beachte, dass dieses Abhängigkeitsgesetz in unveränderter Form bestehen bleiben würde, wenn man sich der in Erkl. 5 bezeichneten Flächeneinheiten bedienen wollte, wie aus einfachen geometrischen Sätzen hervorgeht. Insbesondere ist z. B. das Verhältnis zweier Kreisflächen gleich dem Quadrate des Verhältnisses ihrer Radien.

Antwort. Das Verhältnis zweier Flächeneinheiten ist gleich dem Quadrate des Verhältnisses der beiden Längeneinheiten, denen sie zugeordnet sind. Gewöhnlich spricht man dieses Abhängigkeitsgesetz in der kürzeren Form aus:

Die Flächeneinheit ist dem Quadrate der Längeneinheit proportional (siehe Erkl. 7).

Frage 8. In welcher Form wird das Gesetz, nach welchem die Flächeneinheit von der Längeneinheit abhängig ist, auch ausgesprochen?

Erkl. 8. Das Wort „Dimension“ stammt von dem lateinischen Worte dimetiri d. h. ausmessen; es kann durch „Abmessung“ oder „Ausdehnung“ übersetzt werden. Man schreibt einer Linie eine Dimension und einer Fläche zwei Dimensionen zu. Daher rührt die hierneben angegebene Ausdrucksweise.

Erkl. 9. Da die Längeneinheit durch $[L]$ dargestellt wird, so wäre eigentlich $[L]^2$ für die Dimension der Flächeneinheit bezeichnender.

Antwort. Das in der Antwort auf die Frage 7 angegebene Gesetz wird auch in der Form ausgesprochen:

Die Flächeneinheit ist in Bezug auf die Längeneinheit von der zweiten Dimension (siehe Erkl 8);

oder, indem man die beliebig gewählte Längeneinheit mit $[L]$ bezeichnet, in der Form:

Die Flächeneinheit hat die Dimension $[L^2]$; (siehe Erkl. 9).

Frage 9. Durch welches Zeichen wird die abgeleitete Flächeneinheit selbst dargestellt?

Antwort. Das Dimensionszeichen $[L^2]$ wird auch zur Darstellung der von der Längeneinheit abgeleiteten Flächeneinheit angewandt.

Frage 10. Welchen Vorteil gewährt die Anwendung der von der Längeneinheit abgeleiteten Flächeneinheit?

Erkl. 10. Aus diesem Grunde wird in der Geometrie bei den Formeln für den Flächeninhalt von Figuren, z. B. des Dreieckes, des Rechteckes, des Kreises u. s. w. auf das Längenmass gar keine Rücksicht genommen.

Antwort. Die mit der Längeneinheit zugleich veränderliche Flächeneinheit gewährt den Nutzen, dass die Ausdrücke, welche die Masszahlen für den Inhalt von Flächen durch die Masszahlen für die Länge von bestimmten Strecken darstellen, für jede beliebige Längeneinheit gültig sind (siehe Erkl 10).

Anmerkung 2. Zur weiteren Verdeutlichung der Antworten auf die Fragen 5 bis 10 dienen die mit Lösungen versehenen Aufgaben 1 bis 6.

Frage 11. In welcher Weise lässt sich das über die Masseinheit des Flächeninhaltes Gesagte auf die Einheit des Rauminhaltes übertragen?

Erkl. 11. Auch die Raumeinheit ist der unabhängig veränderlichen Längeneinheit als abhängig veränderliche Grösse zugeordnet.

Erkl. 12. Die Raumeinheit ist der dritten Potenz der Längeneinheit proportional, d. h. das Verhältnis zweier Raumeinheiten ist gleich

Antwort. Die sehr einfache Uebertragung findet in folgender Weise statt. Die in der Geometrie gebräuchliche Raumeinheit ist der Würfel, dessen Kante der Längeneinheit gleichkommt; sie ist also gleichfalls eine von der Längeneinheit abgeleitete Einheit (siehe Erkl. 11).

der dritten Potenz des Verhältnisses der beiden Längeneinheiten, denen sie zugeordnet sind.

Die Dimension der Raumeinheit in Bezug auf die Längeneinheit $[L]$ ist $[L^3]$.

Die Raumeinheit wird durch ihr Dimensionszeichen $[L^3]$ dargestellt (siehe Erkl. 12).

Anmerkung 3. Man vergleiche die gelösten Aufgaben 7 bis 14.

Frage 12. Welche Winkeleinheiten sind in der Geometrie in Gebrauch?

Antwort. Man wendet vorwiegend zwei verschiedene Einheiten der Winkelgrösse an; diese sind:

1) Der Centriwinkel im Kreise, dessen Bogen gleich dem 360. Teile des Kreisumfanges ist. Diese Einheit wird als Grad bezeichnet (siehe Erkl. 13).

2) Der Centriwinkel im Kreise, dessen Bogen gleich dem Kreisradius ist. Diese Einheit hat einen besonderen Namen nicht erhalten und soll daher einfach als „Winkeleinheit" bezeichnet werden (siehe Erkl. 14).

Zwischen diesen beiden Einheiten der Winkelgrösse besteht die Beziehung (siehe Erkl. 15).

π „Winkeleinheiten" $=$ 180 Grad.

Den Masszahlen, welche sich auf die „Winkeleinheit" beziehen, gibt man gewöhnlich keine Benennung.

Erkl. 13. Ein Grad ist der 90. Teil des rechten Winkels.

Neuerdings findet der Vorschlag, den rechten Winkel in 100 gleiche Teile zu zerlegen, vielfach Beifall.

Erkl. 14. Während das Verhältnis des Gradbogens zum Kreisumfange gleich 1 : 360 ist, verhält sich der zur „Winkeleinheit" gehörige Kreisbogen zum Kreisumfange wie 1 : 2π.

Erkl. 15. Man beachte, dass die Zahl π das Verhältnis des Kreisumfanges zum Durchmesser oder des Halbkreises zum Radius angibt.

Für die „Winkeleinheit" findet man den Betrag von 57° 17′ 44″, 9.

Frage 13. In welcher Form werden die auf die gebräuchlichen Einheiten bezogenen Masszahlen eines Winkels dargestellt?

Antwort. Denkt man sich den zu messenden Winkel als Centriwinkel eines Kreises von bestimmtem Radius, so wird ihm ein Bogen von bestimmter Länge zugeordnet sein. Man kann dann sagen:

1) Die auf den Grad als Einheit bezogene Masszahl des Winkels wird dargestellt durch das Verhältnis des Bogens zum 360. Teile des Kreisumfanges.

2) Die auf die „Winkeleinheit" bezogene Masszahl des Winkels wird dargestellt durch das Verhältnis des Bogens zum Kreisradius (siehe Erkl. 16).

Erkl. 16. Jede dieser beiden Masszahlen eines Winkels wird also durch das Verhältnis zweier Längen zu einander dargestellt. Beide Masszahlen sind daher von der Längeneinheit unabhängig.

Das Verhältnis der beiden in Betraeht kommenden Längen kann allerdings dadurch ermittelt werden, dass beide Längen mit irgend einer Längeneinheit gemessen und die erhaltenen Masszahlen durch einander dividiert werden. Der Wert des so gebildeten Quotienten wird indessen durch eine Aenderung der angewandten Längeneinheit nicht mit geändert.

Frage 14. Sind auch die Einheiten der Winkelgrösse von der Längeneinheit abgeleitet?

Erkl. 17. Dies wird auch durch den in der Erkl. 16 hervorgehobenen Umstand bestätigt, dass die Masszahlen eines Winkels in Bezug auf den Grad und auf die „Winkeleinheit" nicht mit der Längeneinheit veränderlich sind.

Antwort. Die Einheiten der Winkelgrösse sind nicht wie diejenigen des Flächeninhaltes und des Rauminhaltes von der Längeneinheit abgeleitet, da bei ihrer Definition die Längeneinheit keine Berücksichtigung findet (siehe Erkl. 17).

Frage 15. In welcher Weise ist es möglich, die Einheiten der Winkelgrösse überhaupt mit der Längeneinheit in Verbindung zu bringen?

Erkl. 18. Soll der Winkel in Graden gemessen werden, so sind diese beiden Längen: der zum Winkel gehörige Kreisbogen und der 360. Teil des Kreisumfanges, der durch Messung des ganzen Umfanges ermittelt werden kann.

Soll der Winkel in „Winkeleinheiten" gemessen werden, so sind die bezüglichen zwei Längen: der zum Winkel gehörige Kreisbogen und der Kreisradius.

Antwort. Die Messung eines Winkels, sowohl in Graden als auch in „Winkeleinheiten", kann gemäss der Erkl. 16 vollzogen werden durch Messung von zwei Längen (siehe Erkl. 18) mit einer beliebigen Längeneinheit $[L]$.

Sind nun die hierbei zu messenden Längen beide der Längeneinheit $[L]$ gleich, so ist der Winkel jedenfalls gleich der betreffenden Einheit der Winkelgrösse.

Frage 16. Welche von den Einheiten der Winkelgrösse wird vorzugsweise mit der Längeneinheit in Verbindung gebracht?

Erkl. 19. Diese Aussage über die „Winkeleinheit" stimmt in der Form mit der Definition einer von der Längeneinheit abgeleiteten Einheit überein. Selbstverständlich ist sie jedoch überhaupt keine Definition.

Es wäre irrtümlich, anzunehmen, dass die hier für die „Winkeleinheit" ausgeführte Betrachtungsweise nicht ebenso gut auf die als Grad bezeichnete Einheit der Winkelgrösse angewandt werden könnte.

Antwort. Es ist üblich, vorzugsweise und fast ausschliesslich die „Winkeleinheit", deren Bogen gleich dem Kreisradius ist, mit der Längeneinheit so in Verbindung zu bringen, wie es in der Antwort auf die vorhergehende Frage angegeben wurde.

Man gelangt dadurch zu der Auffassung, dass ein Winkel dann die „Winkeleinheit" darstellt, wenn der zugehörige Bogen und der Kreisradius beide der Längeneinheit $[L]$ gleich sind (siehe Erkl. 19).

Frage 17. Welche Dimension wird der „Winkeleinheit" in Bezug auf die Längeneinheit zugeschrieben?

Erkl. 20. Die Grösse eines Winkels ist nämlich der Länge des zugehörigen Bogens gerade, dagegen der Länge des Kreisradius umgekehrt proportional, vorausgesetzt, dass die Bogenlänge bei konstantem Radius und der Radius bei konstanter Bogenlänge geändert wird.

Antwort. Man sagt, die „Winkeleinheit" habe in Bezug auf die Längeneinheit die Dimension 1, oder auch sie sei in Bezug auf diese von der nullten Dimension.

Es ergibt sich das leicht aus derjenigen Auffassung der „Winkeleinheit", welche in der Antwort auf die

In der hierneben bezeichneten Auffassung wird man also aussprechen können, dass die „Winkeleinheit“ der Längeneinheit $[L]$ zugleich gerade und umgekehrt proportional sei, weshalb sie sich nicht mit $[L]$ ändert.

Nach Analogie dessen, was in der Antwort auf die Frage 8 gesagt ist, wird man diesem Gesetze dann die Form geben: Die Dimension der „Winkeleinheit“ sei $\frac{[L]}{[L]}$ d. h. gleich 1 oder auch gleich $[L^0]$, wie in der nebenstehenden Antwort angegeben ist.

vorhergehende Frage ausgesprochen ist, und es bedeutet nichts weiter, als dass die „Winkeleinheit“ unverändert bleibt, wenn die Längeneinheit $[L]$ beliebig geändert wird (siehe Erkl. 20).

Indem man also die „Winkeleinheit“ mit der Längeneinheit in Zusammenhang bringt, ergibt sich lediglich eine andere Form für das, was bereits in der Antwort auf die Frage 14 ausgesprochen wurde: dass die „Winkeleinheit“ nicht von der Längeneinheit abgeleitet ist.

Anmerkung 4. Auf die Einheiten der Winkelgrösse beziehen sich die gelösten Aufgaben 15 bis 21.

Frage 18. Wie wird in der Mechanik die Einheit der Geschwindigkeit definiert?

Erkl. 21. Man vergleiche die Antwort auf die Frage 6.

Bezeichnet man die beliebig gewählten Einheiten der Länge und der Zeit mit $[L]$ und $[T]$, so kann die von diesen abgeleitete Geschwindigkeitseinheit, ihrer Ableitung entsprechend, die $[L]$-$[T]$-Einheit der Geschwindigkeit genannt werden.

Antwort. Als Geschwindigkeitseinheit wird diejenige Geschwindigkeit angenommen, mit welcher in der Einheit der Zeit die Einheit der Länge zurückgelegt wird.

Die Einheit der Geschwindigkeit ist also von den beiden Einheiten der Länge und der Zeit abgeleitet (siehe Erkl. 21).

Frage 19. Nach welchem Gesetze ist die Einheit der Geschwindigkeit von den Einheiten der Länge und der Zeit abhängig?

Erkl. 22. Sie bleibt also insbesondere ungeändert, wenn $[L]$ und $[T]$ beide in demselben Verhältnisse vergrössert oder verkleinert werden.

Antwort. Die Einheit der Geschwindigkeit ist der Längeneinheit $[L]$ gerade und der Zeiteinheit $[T]$ umgekehrt proportional (siehe Erkl. 22).

Frage 20. Welche Dimension wird der Geschwindigkeitseinheit in Bezug auf die Einheiten der Länge und der Zeit beigelegt?

Erkl. 23. Die Aussage: die Einheit der Geschwindigkeit hat die Dimension $\frac{[L]}{[T]}$, soll lediglich eine andere Form des in der Antwort auf die Frage 19 ausgesprochenen Abhängigkeitsgesetzes sein. Der Ausdruck „Dimension“ ist hier nur durch die Analogie mit der ebenfalls abgeleiteten Flächeneinheit zu rechtfertigen. Das Zeichen T^{-1} ist gleichbedeutend mit $\frac{1}{T}$, entsprechend der Definition von Potenzen mit negativen Exponenten.

Antwort. Sind $[L]$ und $[T]$ die Einheiten der Länge und der Zeit, so sagt man, die zugeordnete Einheit der Geschwindigkeit habe die Dimension:

$$\frac{[L]}{[T]},$$

wofür gewöhnlich kürzer:

$$\left[\frac{L}{T}\right]$$

oder auch:

$$[L T^{-1}]$$

geschrieben wird (siehe Erkl. 23).

Frage 21. Durch welches Zeichen wird die Einheit der Geschwindigkeit dargestellt?

Erkl. 24. Der Dimensionsausdruck wird dann gelesen: $[L]$ in $[T]$ oder $[L]$ per $[T]$ oder $[L]$ pro $[T]$.

Erkl. 25. Das Verfahren führt gemäss der Antwort auf die Frage 19 zu richtigen Ergebnissen und bietet den Vorteil der Bequemlichkeit.

Die gelösten Aufgaben 3, 4, 8, 9, 11, 12, 13, 14 lehren, dass man auch mit den Zeichen $[L^2]$ und $[L^3]$ für die Flächen- und die Raumeinheit rechnen darf, als ob es gewöhnliche Potenzen von $[L]$ wären.

Antwort. Man stellt die Einheit der Geschwindigkeit durch ihren Dimensionsausdruck dar. Man versteht also unter:

$$\frac{[L]}{[T]}$$

oder den mit diesem gleichbedeutenden Ausdrücken auch die Geschwindigkeitseinheit selbst, mit der die Längeneinheit $[L]$ in der Zeiteinheit $[T]$ zurückgelegt wird (siehe Erkl. 24).

Dieses Zeichen für die Geschwindigkeitseinheit behandelt man bei Rechnungen wie einen aus zwei Zahlen gebildeten Quotienten (siehe Erkl. 25).

Frage 22. In welcher Weise kann man die Beziehungen der Geschwindigkeit zur Länge und Zeit ohne Rücksicht auf die Einheiten dieser Grössen allgemein aussprechen?

Erkl. 26. Um zu diesen Verallgemeinerungen zu gelangen, hat man nur in Betracht zu ziehen, dass die Längeneinheit nichts anderes ist, als eine beliebig gewählte und zur Messung benutzte Länge, und ebenso die Zeiteinheit nichts anderes, als eine beliebig gewählte und als Mass benutzte Zeit.

Wenn man daher jetzt mit L eine ganz beliebig gewählte Länge und mit T eine ebenso beliebig gewählte Zeit bezeichnet, so wird man mit L und T genau in derselben Weise verfahren können, wie bisher mit den Einheiten $[L]$ und $[T]$ verfahren worden ist.

Antwort. Aus dem Vorhergehenden ergeben sich leicht folgende Verallgemeinerungen (siehe Erkl. 26).

Die Geschwindigkeit, mit der die Länge L in der Zeit T zurückgelegt wird, ist der Länge L gerade und der Zeit T umgekehrt proportional.

Die als abhängig veränderliche Grösse betrachtete Geschwindigkeit hat daher in Bezug auf die unabhängig Veränderlichen L und T die Dimension:

$$\frac{L}{T} \text{ oder } L T^{-1}$$

und wird selbst durch diesen Dimensionsausdruck bezeichnet, den man beim Rechnen wie einen gewöhnlichen Quotienten behandelt.

Frage 23. In welcher Form kann die Masszahl einer Geschwindigkeit immer dargestellt werden?

Erkl. 27. Der Vorteil, dass die Formel $\frac{l}{t}$ für die Masszahl der Geschwindigkeit ganz unabhängig ist von den beiden Einheiten der Länge und der Zeit, auf die sich die Masszahlen l und t beziehen, entspringt aus dem Umstande, dass die Geschwindigkeitseinheit von den Einheiten der Länge und der Zeit abgeleitet ist und sich also mit diesen zugleich ändert.

Antwort. Die Masszahl für die Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ ist immer gleich dem Quotienten der beiden Masszahlen für L und T (siehe Erkl 27).

Ist demnach l die Masszahl von L und t die Masszahl von T, also:

$$L = l\,[L]$$
$$T = t\,[T],$$

so ist:

$$\frac{L}{T} = \frac{l}{t}\left[\frac{L}{T}\right].$$

Man bemerkt leicht, dass die Masszahl der Geschwindigkeit gleich der Masszahl des in der Zeiteinheit zurückgelegten Weges ist, oder kürzer ausgesprochen: dass die Geschwindigkeit dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege numerisch gleich ist.

Das ergibt sich als eine sehr einfache Folgerung aus der Dimension der Geschwindigkeit und der Definition der Geschwindigkeitseinheit. Umgekehrt folgt sowohl die Dimension der Geschwindigkeit als auch die Definition ihrer abgeleiteten Einheit aus der Form $\frac{l}{t}$ ihrer Masszahl.

Anmerkung 5. Die gelösten Aufgaben 22 bis 37 werden das über die Geschwindigkeit Gesagte eingehend erläutern.

Frage 24. Wie definiert man in der Mechanik die Einheit der Beschleunigung?

Erkl. 28. Da die Einheit der Geschwindigkeit gemäss der Antwort auf die Frage 18 von der Längeneinheit $[L]$ und der Zeiteinheit $[T]$ abhängt, so ist auch die Einheit der Beschleunigung eine abgeleitete $[L]$-$[T]$-Einheit.

Antwort. Als Beschleunigungseinheit wird diejenige Beschleunigung gewählt, durch welche in der Einheit der Zeit die Einheit der Geschwindigkeit gewonnen wird (siehe Erkl. 28).

Frage 25. Nach welchem Gesetze ist die Einheit der Beschleunigung von den Einheiten der Geschwindigkeit und der Zeit abhängig?

Erkl. 29. Sie bleibt also ungeändert, wenn $\frac{[L]}{[T]}$ und $[T]$ zugleich und in demselben Verhältnisse abgeändert werden.

Antwort. Die in der Antwort auf die vorhergehende Frage definierte Einheit der Beschleunigung ist der Einheit der Geschwindigkeit $\frac{[L]}{[T]}$ gerade und der Zeiteinheit $[T]$ umgekehrt proportional (siehe Erkl. 29).

Frage 26. Welche Dimension wird der Einheit der Beschleunigung in Bezug auf die Einheiten der Länge und der Zeit zugeschrieben?

Erkl. 30. Das in der Antwort auf die Frage 25 angegebene Abhängigkeitsgesetz wird nämlich in der Form ausgesprochen: die Einheit der Beschleunigung hat die Dimension:

$$\frac{[L]}{[T]} : [T],$$

und diesen Ausdruck verwandelt man durch gewöhnliche rechnerische Behandlung in:

$$\frac{[L]}{[T]^2},$$

wofür dann endlich $\frac{[L]}{[T^2]}$ geschrieben wird.

Antwort. Sind $[L]$ und $[T]$ die Einheiten der Länge und der Zeit, so erhält die zugeordnete Einheit der Beschleunigung die Dimension:

$$\frac{[L]}{[T^2]},$$

welcher Ausdruck gewöhnlich durch:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right]$$

oder auch durch:

$$[L T^{-2}]$$

ersetzt wird (siehe Erkl. 30).

Frage 27. Welchen Sinn hat die für die Einheit der Beschleunigung aufgestellte Dimension?

Erkl. 31. Dass in der That die Beschleunigungseinheit der Längeneinheit $[L]$ proportional ist, geht aus der Antwort auf die Frage 25 unmittelbar hervor; dass sie dem Quadrate der Zeiteinheit $[T]$ umgekehrt proportional ist, schliesst man aus der bezeichneten Antwort leicht, wenn man sich $[T]$ zunächst nur in der Geschwindigkeitseinheit $\frac{[L]}{[T]}$ abgeändert denkt.

Antwort. Wenn man sagt, die Einheit der Beschleunigung habe die Dimension:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right],$$

so hat diese Aussage den Sinn: die abgeleitete $[L]$-$[T]$-Einheit der Beschleunigung ist der Längeneinheit $[L]$ gerade und dem Quadrate der Zeiteinheit $[T]$ umgekehrt proportional (siehe Erkl. 31).

Frage 28. Durch welches Zeichen wird die Einheit der Beschleunigung dargestellt?

Erkl. 32. Beim Rechnen behandelt man den Ausdruck wie einen gewöhnlichen Quotienten, dessen Divisor ein Quadrat ist. Aus dem in der Antwort auf die Frage 27 ausgesprochenen Abhängigkeitsgesetze geht hervor, dass dabei richtige Ergebnisse gewonnen werden.

Antwort. Die abgeleitete $[L]$-$[T]$-Einheit der Beschleunigung wird auch selbst durch ihren Dimensionsausdruck:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right]$$

dargestellt (siehe Erkl. 32).

Frage 29. Wie können die Beziehungen der Beschleunigung zur Länge und Zeit ohne Rücksicht auf die Einheiten dieser drei Grössen allgemein ausgesprochen werden?

Erkl. 33. Zur Begründung dienen die in der Erkl. 26 enthaltenen Bemerkungen.

Es möge darauf hingewiesen werden, dass man die Beschleunigung in noch etwas allgemeinerer Form darstellen kann. Sind nämlich L_1 und L_2 zwei von einander unabhängige Längen, so wird man die Beschleunigung, durch welche die Geschwindigkeit $\frac{L}{T_1}$ in der Zeit T_2 gewonnen wird, durch den Ausdruck:

$$\frac{L}{T_1 T_2}$$

darstellen und diesen wie einen Quotienten behandeln dürfen, dessen Divisor ein Produkt ist.

Diese Auffassungsweise ist stillschweigend schon der Erkl. 31 zu Grunde gelegt.

Antwort. Ganz entsprechend der Antwort auf die Frage 22 ergeben sich hier folgende Verallgemeinerungen.

Die Beschleunigung, durch welche die Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ in der Zeit T gewonnen wird, ist der Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ gerade und der Zeit T umgekehrt proportional.

Die als abhängig veränderliche Grösse betrachtete Beschleunigung hat daher in Bezug auf die unabhängig Veränderlichen L und T die Dimension:

$$\frac{L}{T^2} \text{ oder } LT^{-2}$$

und wird selbst durch diesen Dimensionsausdruck dargestellt. Letzteren behandelt man beim Rechnen wie einen Quotienten, dessen Divisor ein Quadrat ist (siehe Erkl. 33).

Frage 30. In welcher Form kann die **Masszahl** einer Beschleunigung stets dargestellt werden?

Antwort. Wenn:

$$L = l\,[L]$$
$$T = t\,[T]$$

ist, so ist:

$$\frac{L}{T^2} = \frac{l}{t^2}\left[\frac{L}{T^2}\right],$$

d. h. wenn l und t die Masszahlen von L und T sind, so ist $\frac{l}{t^2}$ die Masszahl der Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$ (siehe Erkl. 34).

Diese Formel für die Masszahl der Beschleunigung geht aus den Antworten auf die Fragen 27 und 24 hervor (siehe Erkl. 35). Umgekehrt ergibt sich aus der Formel $\frac{l}{t^2}$ sowohl die Dimension der Beschleunigung als auch ihre abgeleitete Einheit.

Die etwas allgemeinere Auffassung der Beschleunigung, die in der Erkl. 33 ausgesprochen ist, führt leicht zu der entsprechenden allgemeineren Formel für die Masszahl (siehe Erkl. 36).

Erkl. 34. In Bezug auf die Unveränderlichkeit der Formel $\frac{l}{t^2}$ gelten auch hier die in der Erkl. 27 gemachten Bemerkungen.

Erkl. 35. Man kann die Formel auch folgendermassen rechnerisch ableiten:

$$\frac{L}{T^2} = \frac{l[L]}{t^2[T^2]} = \frac{l}{t^2}\left[\frac{L}{T^2}\right].$$

Man bemerke noch, dass man auch sagen kann:

1) Die Beschleunigung ist numerisch gleich der in der Zeiteinheit gewonnenen Geschwindigkeit.

2) Die Beschleunigung ist numerisch gleich dem Wege, der in der Zeiteinheit zurückgelegt wird mit derjenigen Geschwindigkeit, die in der Zeiteinheit gewonnen wurde.

Erkl. 36. Aus:

$$L = l\,[L]$$
$$T_1 = t_1\,[T]$$
$$T_2 = t_2\,[T]$$

ergibt sich:

$$\frac{L}{T_1 T_2} = \frac{l}{t_1 t_2}\left[\frac{L}{T^2}\right].$$

Anmerkung 6. Das über die Beschleunigung Gesagte ist in den gelösten Aufgaben 38 bis 56 noch weiter erläutert.

Frage 31. Was versteht man unter der **absoluten** $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der **Kraft**?

Antwort. Als absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft bezeichnet man diejenige Krafteinheit, welche von den drei Einheiten der **Länge**, **Masse** und **Zeit**: $[L]$, $[M]$ und $[T]$, abgeleitet ist und daher mit diesen zugleich sich ändert (siehe Erkl. 37).

Erkl. 37. Die Bezeichnung $[M]$ für die Masseneinheit entspricht den Bezeichnungen $[L]$ und $[T]$ für die Einheiten der Länge und der Zeit.

Als Masseneinheit hat man sich irgend ein **Gewicht**, insbesondere etwa irgend eine **Gewichtseinheit** zu denken.

Frage 32. Wie bestimmt man die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft?

Antwort. Es wird festgesetzt, dass diejenige Kraft als absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit angesehen werden soll, welche **der Einheit der Masse die Einheit der Beschleunigung** erteilt (siehe Erkl. 38).

Da die Einheit der Beschleunigung nach der Antwort auf die Frage 27 von

Erkl. 38. Man denke sich, die Masse $[M]$ werde dieser Kraft gerade so überlassen, wie ein frei fallender Körper der Schwerkraft.

Mit Rücksicht auf die in der Antwort auf die Frage 24 ausgesprochene Definition der Beschleunigungseinheit kann die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft auch definiert werden

als diejenige Kraft, welche der Masseneinheit in der Zeiteinheit die Einheit der Geschwindigkeit erteilt.

[*L*] und [*T*] abhängt, so wird die absolute Krafteinheit mit Recht als [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheit bezeichnet.

Frage 33. Nach welchem Gesetze ist die absolute [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheit der Kraft von den Einheiten der Masse und der Beschleunigung abhängig?

Erkl. 39. Man denke sich [*M*] veränderlich, während $\left[\frac{L}{T^2}\right]$ konstant ist, und umgekehrt.

Antwort. Die in der Antwort auf die vorhergehende Frage definierte absolute Krafteinheit ist sowohl der Masseneinheit [*M*] als auch der Einheit der Beschleunigung $\left[\frac{L}{T^2}\right]$ gerade proportional (siehe Erkl. 39).

Frage 34. Welche Dimension wird der absoluten Krafteinheit in Bezug auf die Einheiten der Länge, Masse und Zeit zugeschrieben?

Erkl. 40. Um das in der Antwort auf die Frage 32 ausgesprochene Gesetz darzustellen, erteilt man der absoluten Krafteinheit die Dimension:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right][M] = \left[\frac{LM}{T^2}\right].$$

Erkl. 41. Man denke sich von den drei Einheiten [*L*], [*M*], [*T*] der Reihe nach je eine für sich veränderlich, während die beiden anderen konstant bleiben.

Die Richtigkeit des nebenstehenden Abhängigkeitsgesetzes ergibt sich aus den Antworten auf die Fragen 32 und 27.

Erkl. 42. Diesen Ausdruck behandelt man in der Rechnung wie einen Quotienten, dessen Dividend ein Produkt und dessen Divisor ein Quadrat ist.

Antwort. Die den Einheiten [*L*], [*M*], [*T*] zugeordnete absolute Krafteinheit erhält die Dimension:

$$\left[\frac{LM}{T^2}\right]$$

oder:

$$[LMT^{-2}]$$

(siehe Erkl. 40).

Diese Dimension besagt, dass die absolute Krafteinheit der Längeneinheit [*L*] und der Masseneinheit [*M*] gerade, dagegen dem Quadrate der Zeiteinheit [*T*] umgekehrt proportional sei (siehe Erkl. 41).

Die von den Einheiten [*L*], [*M*], [*T*] abgeleitete Krafteinheit wird auch selbst durch den Dimensionsausdruck:

$$\left[\frac{LM}{T^2}\right]$$

bezeichnet (siehe Erkl. 42).

Frage 35. Wie kann man die Grösse einer Kraft allgemein und ohne Rücksicht auf die Einheiten zur Länge, Masse und Zeit in Beziehung setzen?

Erkl. 43. Die als Funktion der drei unabhängig Veränderlichen *L*, *M*, *T* betrachtete Kraft hat daher in Bezug auf jene die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} \text{ oder } LM^{-2}$$

Antwort. Indem man an die Stelle der Einheiten von Länge, Masse und Zeit beliebige als unabhängig veränderlich betrachtete Beträge: *L*, *M*, *T* dieser drei Grössen setzt, gelangt man zu folgender Verallgemeinerung.

Die Kraft, welche der Masse *M* die Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$ oder mit anderen

und wird selbst durch diesen Ausdruck dargestellt, den man nach der in der Erkl. 42 enthaltenen Vorschrift behandelt.

Man beachte übrigens auch hier die Erkl. 33.

Worten: in der Zeit T die Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ erteilt, hat einen völlig bestimmten Betrag und ändert sich proportional der Masse M und der Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$ (siehe Erkl. 43).

Frage 36. In welcher Form lässt sich die auf die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit bezogene Masszahl einer Kraft immer darstellen?

Erkl. 44. Die angegebene Formel geht aus den Antworten auf die Fragen 34 und 32 hervor. Sie fordert aber auch umgekehrt sowohl die Dimension LMT^{-2} für die Kraft, als auch die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit derselben.

Man bemerke, dass die Kraft numerisch gleich dem Produkte aus der Masse und der an dieser hervorgebrachten Beschleunigung oder der ihr in der Zeiteinheit erteilten Geschwindigkeit ist.

Antwort. Wenn:

$$L = l\,[L]$$
$$M = m\,[M]$$
$$T = t\,[T]$$

ist, so ist:

$$\frac{LM}{T^2} = \frac{lm}{t^2}\left[\frac{LM}{T^2}\right],$$

d. h. wenn l, m, t die Masszahlen von L, M, T sind, so ist $\frac{lm}{t^2}$ die Masszahl der Kraft $\frac{LM}{T^2}$ in Bezug auf die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit derselben (siehe Erkl. 44).

Anmerkung 7. Auf die Dimension und die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft beziehen sich die gelösten Aufgaben 57 bis 80.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1. Es sollen für das Quadratmillimeter, das Quadratcentimeter, das Quadratmeter, das Quadratkilometer als abgeleitete Flächeneinheiten die Zeichen angegeben werden.

Auflösung. Gemäss der Antwort auf die Frage 9 sind die angegebenen Flächeneinheiten durch folgende Zeichen darzustellen:

$$\text{mm}^2,\quad \text{cm}^2,\quad \text{m}^2,\quad \text{km}^2.$$

Aufgabe 2. Es soll angegeben werden, welche Aenderung die Flächeneinheit erleidet, wenn die Längeneinheit verdoppelt, verdreifacht, verzehnfacht wird.

Auflösung. Nach dem in der Antwort auf die Frage 7 ausgesprochenen Gesetze wird die Flächeneinheit die vierfache, neunfache, hundertfache Grösse erhalten.

Aufgabe 3. Die Längeneinheit $[L]$ soll so bestimmt werden, dass die zugehörige Flächeneinheit 9 Quadratkilometer gross ist.

Auflösung. Aus der gestellten Forderung, dass:

$$[L^2] = 9\ \text{km}^2$$

sein soll, folgt:

$$[L] = 3\ \text{km}.$$

Aufgabe 4. Die Längeneinheit $[L]$ soll so bestimmt werden, dass 144 Quadratmeter gleich 3600 Flächeneinheiten $[L^2]$ sind.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$3600\,[L^2] = 144\ \text{m}^2$$

folgt:

$$[L] = 20\ \text{cm}.$$

Aufgabe 5. Man sagt oft: Der Flächeninhalt eines Quadrates von der Seite a sei gleich a^2, der eines Rechteckes mit den Seiten a und b sei gleich $a \cdot b$, der eines Kreises vom Radius a sei gleich πa^2, der einer Ellipse mit den Halbachsen a und b sei gleich $\pi a \cdot b$. Es soll der genaue Sinn dieser Aussagen angegeben werden.

Auflösung. Die angeführten Aussagen haben folgenden Sinn: Das Quadrat von der Seitenlänge $a\,[L]$ hat den Flächeninhalt $a^2\,[L^2]$, das Rechteck mit den Seitenlängen $a\,[L]$ und $b\,[L]$ hat den Inhalt $a \cdot b\,[L^2]$, der Kreis vom Radius $a\,[L]$ hat den Inhalt $\pi a^2\,[L^2]$, die Ellipse mit den Halbachsen $a\,[L]$ und $b\,[L]$ hat den Inhalt $\pi a \cdot b\,[L^2]$.

Aufgabe 6. Es soll angegeben werden, welche Masszahl man für den Flächeninhalt der Ellipse erhalten würde, wenn man sich des mit der Längeneinheit beschriebenen Kreises anstatt des über der Längeneinheit gezeichneten Quadrates als Flächeneinheit bediente.

Erkl. 45. Man beachte die Aufgabe 5 und den ersten Satz in der Antwort auf die Frage 4.

Auflösung. Wenn die beiden Halbachsen der Ellipse die Längen $a\,[L]$ und $b\,[L]$ haben und wenn dann der mit dem Radius $[L]$ beschriebene Kreis als Flächeneinheit benutzt wird, so ist die Masszahl für den Inhalt der Ellipse gleich $a \cdot b$; denn die neue Flächeneinheit hat die π-fache Grösse der alten (siehe Erkl. 45).

Aufgabe 7. Die Zeichen anzugeben für das Kubik-Millimeter, -Centimeter, -Meter.

Auflösung. Die Zeichen sind gemäss der Antwort auf die Frage 11 folgende:

$$\text{mm}^3,\quad \text{cm}^3,\quad \text{m}^3.$$

Aufgabe 8. Die Längeneinheit $[L]$ soll so bestimmt werden, dass die zugehörige Raumeinheit 8 Kubikmeter gross ist.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$[L^3] = 8\ \text{m}^3$$

folgt:

$$[L] = 2\ \text{m}.$$

Aufgabe 9. Die Längeneinheit $[L]$ so zu bestimmen, dass 135 Kubikcentimeter gleich 5 Raumeinheiten $[L^3]$ werden.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$5\,[L^3] = 135\ \text{cm}^3$$

schliesst man:

$$[L] = 3\ \text{cm}.$$

Aufgabe 10. Man sagt: Der Inhalt eines Würfels von der Kante a sei gleich a^3, der einer Kugel vom Radius a sei gleich $\frac{4\pi a^3}{3}$. Es soll der genaue Sinn dieser Aussagen angegeben werden.

Auflösung. Die Aussagen haben folgenden Sinn: Der Würfel, dessen Kante die Länge $a\,[L]$ hat, besitzt den Rauminhalt $a^3\,[L^3]$, die Kugel vom Radius $a\,[L]$ hat den Rauminhalt $\frac{4\pi a^3}{3}\,[L^3]$.

Aufgabe 11. Die Flächeneinheit zu bestimmen, wenn die Raumeinheit 27 Kubikcentimeter gross ist.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$[L^3] = 27\ \text{cm}^3$$

ergibt sich:

$$[L^2] = 9\ \text{cm}^2.$$

Aufgabe 12. Die Raumeinheit zu bestimmen, wenn die Flächeneinheit gleich 25 Quadratmetern ist.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$[L^2] = 25\ \text{m}^2$$

folgt:

$$[L^3] = 125\ \text{m}^3.$$

Aufgabe 13. Es sind 3 Raumeinheiten $[L^3]$ gleich 192 Kubikcentimetern. Daraus die Flächeneinheit $[L^2]$ abzuleiten.

Auflösung. Da vorgeschrieben ist, dass:

$$3\,[L^3] = 192\ \text{cm}^3$$

sein soll, so ergibt sich:

$$[L^2] = 16\ \text{cm}^2.$$

Aufgabe 14. Die Raumeinheit aus der Bestimmung abzuleiten, dass 7 Flächeneinheiten $[L^2]$ gleich 252 Quadratcentimetern sein sollen.

Auflösung. Die Vorschrift:

$$7\,[L^2] = 252\ \text{cm}^2$$

ergibt:

$$[L^3] = 216\ \text{cm}^3.$$

Aufgabe 15. Was ist unter den Ausdrücken: Winkel π, Winkel $\frac{1}{2}\pi$, Winkel 2π u. s. w. zu verstehen?

Erkl. 46. Indem man den rechten Winkel mit R bezeichnet, schreibt man:

$$\sphericalangle\pi = 2R$$

$$\sphericalangle\frac{1}{2}\pi = 1R$$

$$\sphericalangle 2\pi = 4R.$$

Man darf sich durch das Fehlen der Benennung bei den Masszahlen π, $\frac{1}{2}\pi$, 2π nicht zu der Meinung verleiten lassen, dass diesen eine Benennung nicht zukomme.

Auflösung. Wenn die Grösse eines Winkels durch eine unbenannte Zahl angegeben wird, so ist letztere, gemäss der Antwort auf die Frage 12, stillschweigend auf die „Winkeleinheit“ bezogen. Die angegebenen Ausdrücke bezeichnen also Winkel von: π, $\frac{1}{2}\pi$, 2π u. s. w. „Winkeleinheiten“ (siehe Erkl. 46).

Aufgabe 16. Wieviel „Winkeleinheiten" enthält der rechte Winkel?

Auflösung. Man schliesst aus der Gleichung: $1R = \frac{1}{2}\pi$, dass der rechte Winkel 1,570 796 „Winkeleinheiten" enthält.

Aufgabe 17. Wieviel „Winkeleinheiten" enthält ein Grad?

Auflösung. Da $\sphericalangle \pi = 180^0$ ist, so folgt, dass ein Grad 0,017 453 „Winkeleinheiten" enthält.

Aufgabe 18. Ein Kreisbogen ist 10 cm lang, während der Kreisradius 5 cm Länge hat. Wie gross ist der zu dem Bogen gehörige Winkel?

Auflösung. Der Winkel hat eine Grösse von 2 „Winkeleinheiten".

Aufgabe 19. Ein Kreisbogen ist 30 cm lang, während der Kreisumfang eine Länge von 200 cm hat. Wieviel Grad beträgt der zu dem Bogen gehörige Winkel?

Auflösung. Der Gradbogen des gegebenen Kreises ist $\frac{200}{360}$ oder $\frac{5}{9}$ cm lang, demnach enthält der Winkel $30 : \frac{5}{9}$ oder 54 Grad.

Aufgabe 20. Die Masszahl eines Winkels sei gleich dem Verhältnisse des zugehörigen Kreisbogens:

1) zum Durchmesser des Kreises,
2) zum vierten Teile des Kreisumfanges,
3) zum halben Kreisumfange,
4) zum ganzen Kreisumfange.

Welche Einheiten der Winkelgrösse ergeben sich daraus?

Auflösung. Man bemerkt leicht, dass die erste Einheit der Winkelgrösse das Doppelte der „Winkeleinheit" beträgt, dass die zweite gleich $1R$, die dritte gleich $2R$, die vierte gleich $4R$ ist.

Aufgabe 21. Welche Dimension in Bezug auf die Längeneinheit würde man den in der Aufgabe 20 angegebenen Einheiten der Winkelgrösse beizulegen haben?

Auflösung. Da die Masszahl eines Winkels in Bezug auf jede der angeführten vier Einheiten durch das Verhältnis zweier Längen dargestellt wird, so haben alle vier Einheiten in Bezug auf die Längeneinheit die Dimension 1.

Aufgabe 22. Was ist unter der Centimeter-Sekunde-Einheit der Geschwindigkeit zu verstehen?

Erkl. 47. Entsprechend sind die Meter-Sekunde-Einheit, die Meter-Minute-Einheit, die Kilometer-Stunde-Einheit u. s. w. der Geschwindigkeit zu verstehen.

Auflösung. Unter der Centimeter-Sekunde-Einheit der Geschwindigkeit hat man gemäss der Erkl. 21 diejenige Geschwindigkeitseinheit zu verstehen, mit der ein Centimeter Länge in einer Sekunde Zeit zurückgelegt wird (siehe Erkl. 47).

Aufgabe 23. Durch welches Zeichen wird die Centimeter-Sekunde-Einheit der Geschwindigkeit dargestellt?

Erkl. 48. Die Geschwindigkeitseinheiten, welche durch die Zeichen:

$$\frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ oder m sec}^{-1}$$

$$\frac{\text{km}}{\text{min}} \text{ oder km min}^{-1}$$

dargestellt werden, sind hiernach leicht verständlich.

Auflösung. Die Centimeter-Sekunde-Einheit der Geschwindigkeit ist nach der Antwort auf die Frage 21 darzustellen durch:

$$\frac{\text{Centimeter}}{\text{Sekunde}}$$

oder in der üblichen Abkürzung durch:

$$\frac{\text{cm}}{\text{sec}} \text{ oder cm sec}^{-1}$$

(siehe Erkl. 48).

Aufgabe 24. Wie sind die Zeichen:

$$\frac{\text{cm}}{\text{sec}},\ \frac{\text{m}}{\text{sec}},\ \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

zu lesen?

Erkl. 49. Es kann auch gelesen werden: 1 Centimeter per Sekunde, 1 Centimeter pro Sekunde u. s. w.

Auflösung. Wie aus der Erkl. 24 hervorgeht, hat man zu lesen: 1 Centimeter in der Sekunde, 1 Meter in der Sekunde, 1 Kilometer in der Minute (siehe Erkl. 49).

Aufgabe 25. Durch welches Zeichen ist die Geschwindigkeit darzustellen, mit der 12 cm in 5 sec zurückgelegt werden?

Auflösung. Die Antwort auf die Frage 22 lehrt, dass die angegebene Geschwindigkeit darzustellen ist durch:

$$\frac{12\text{ cm}}{5\text{ sec}}.$$

Aufgabe 26. Welcher Sinn ist der Gleichung:

$$\frac{12\text{ cm}}{5\text{ sec}} = \frac{36\text{ cm}}{15\text{ sec}}$$

beizulegen?

Erkl. 50. Die Richtigkeit der Gleichung ergibt sich aus der Erkl. 22 und der Antwort auf die Frage 22.

Man sagt, die Geschwindigkeit $\frac{12\text{ cm}}{5\text{ sec}}$ sei mit der Zahl 3 erweitert.

Auflösung. Die Gleichung besagt, dass die Geschwindigkeit, mit der 12 cm in 5 sec zurückgelegt werden, gleich der Geschwindigkeit ist, mit der 36 cm in 15 sec zurückgelegt werden (siehe Erkl. 50).

Aufgabe 27. Welcher Sinn kommt der Gleichung:

$$\frac{12\text{ cm}}{5\text{ sec}} = 2{,}4\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

zu?

Erkl. 51. Die Richtigkeit der Erklärung folgt aus der Antwort auf die Frage 23.

Auflösung. Der Sinn ist: Die Geschwindigkeit, mit der 12 cm in 5 sec zurückgelegt werden, hat in Bezug auf die Geschwindigkeitseinheit $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ die Masszahl 2,4 (siehe Erkl. 51).

Aufgabe 28. Die Strecke zu berechnen, welche in 25 Minuten mit einer Geschwindigkeit von $\frac{7\text{ cm}}{12\text{ sec}}$ zurückgelegt wird.

Auflösung. Bezeichnet man die Länge der fraglichen Strecke mit L, so ist L aus der Gleichung:

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich**, ohne jede **Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, **das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium**, **das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.


Das **vollständige**

Inhaltsverzeichnis

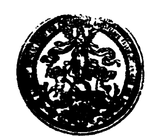
der bis jetzt erschienenen Hefte

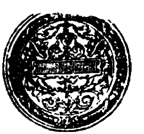
kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

905. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 904. — Seite 17—32.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.**
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 904. — Seite 17—32.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich **in** 3—4 **Heften zu** dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige** Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

$$\frac{L}{25\ \text{min}} = \frac{7\ \text{cm}}{12\ \text{sec}}$$

zu bestimmen. Durch Auflösung derselben nach L wird erhalten (siehe Erkl. 52):

$$L = \frac{7\ \text{cm}\ 25\ \text{min}}{12\ \text{sec}}$$

oder:

$$L = 875\ \text{cm}.$$

Erkl. 52. Man behandle cm, min, sec wie wenn es Zahlen wären und beachte, dass das Verhältnis $\frac{\text{min}}{\text{sec}}$ gleich 60 ist.

Aufgabe 29. Die Zeit zu berechnen, welche erforderlich ist, um mit der Geschwindigkeit $\frac{250\ \text{m}}{3\ \text{min}}$ eine Strecke von 2 km Länge zurückzulegen.

Auflösung. Ist T die zu berechnende Zeit, so ergibt sich:

$$\frac{2\ \text{km}}{T} = \frac{250\ \text{m}}{3\ \text{min}}$$

$$T = \frac{3\ \text{min}\ 2\ \text{km}}{250\ \text{m}}$$

$$T = 24\ \text{min}.$$

Aufgabe 30. Man soll berechnen, wie sich die Geschwindigkeitseinheit $\frac{\text{Meter}}{\text{Minute}}$ zur Geschwindigkeitseinheit $\frac{\text{Centimeter}}{\text{Sekunde}}$ verhält.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{100\ \text{cm}}{60\ \text{sec}} = \frac{5}{3}\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

folglich:

$$\frac{\text{m}}{\text{min}} : \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 5:3.$$

Aufgabe 31. Wie viel $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ sind $10\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$?

Auflösung. Es seien:

$$x\,\frac{\text{m}}{\text{min}} = 10\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

dann ist:

$$x = 10\,\frac{\text{cm}\,\text{min}}{\text{m}\,\text{sec}} = 6.$$

Aufgabe 32. Wie viel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ Geschwindigkeit sind erforderlich, um ein Kilometer in 12 Minuten zurückzulegen?

Auflösung. Es seien $x\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ erforderlich; dann ist:

$$x\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}} = \frac{\text{km}}{12\ \text{min}}$$

$$x = \frac{\text{km}\,\text{sec}}{12\ \text{cm}\,\text{min}} = 138{,}9.$$

Aufgabe 33. In welchem Verhältnisse steht die Geschwindigkeit, mit der 4 Meter in 3 Minuten zurückgelegt werden, zu derjenigen, mit welcher 8 Centimeter in 9 Sekunden durchlaufen werden.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{4\ \text{m}}{3\ \text{min}} : \frac{8\ \text{cm}}{9\ \text{sec}} = \frac{4\cdot 9}{3\cdot 8}\,\frac{\text{m}\,\text{sec}}{\text{cm}\,\text{min}},$$

also:

$$\frac{4\ \text{m}}{3\ \text{min}} : \frac{8\ \text{cm}}{9\ \text{sec}} = 5:2.$$

Aufgabe 34. Wie gross ist die Längeneinheit zu wählen, wenn die Zeiteinheit eine Minute und die Geschwindigkeitseinheit gleich $12 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ sein soll?

Auflösung. Die Längeneinheit sei $[L]$; dann folgt aus der Forderung:

$$\frac{[L]}{\text{min}} = 12 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

dass:

$$[L] = 720 \text{ cm}$$

zu nehmen ist.

Aufgabe 35. Während die Minute Zeiteinheit ist, soll die Längeneinheit so bestimmt werden, dass 6 Geschwindigkeitseinheiten gleich $10 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ sind.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$6 \frac{[L]}{\text{min}} = 10 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

folgt:

$$[L] = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}.$$

Aufgabe 36. Die Zeiteinheit soll so festgesetzt werden, dass, wenn die Längeneinheit ein Meter ist, die Geschwindigkeitseinheit $20 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ enthält.

Auflösung. Die verlangte Zeiteinheit sei $[T]$; dann schliesst man aus:

$$\frac{\text{m}}{[T]} = 20 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

dass:

$$[T] = 5 \text{ sec}$$

sein muss.

Aufgabe 37. Wenn das Meter als Längeneinheit benutzt wird, soll die Zeiteinheit so bestimmt werden, dass 9 Geschwindigkeitseinheiten gleich $25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ sind.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$9 \frac{\text{m}}{[T]} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

folgt:

$$[T] = 36 \text{ sec}.$$

Aufgabe 38. Was ist unter der Centimeter-Sekunde-Einheit der Beschleunigung zu verstehen?

Erkl. 58. Diese Einheit der Beschleunigung ist nach der Antwort auf die Frage 28 darzustellen durch:

$$\frac{\text{Centimeter}}{(\text{Sekunde})^2}$$

oder abgekürzt durch:

$$\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \text{ oder cm sec}^{-2}.$$

Man deutet hiernach leicht die Zeichen:

$$\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \frac{\text{m}}{\text{min}^2} \text{ u. s. w.}$$

Auflösung. Unter der Centimeter-Sekunde-Einheit ist, wie aus der Erkl. 28 hervorgeht, diejenige Beschleunigung zu verstehen, durch welche die Geschwindigkeit $\frac{\text{Centimeter}}{\text{Sekunde}}$ im Verlaufe einer Sekunde gewonnen wird (siehe Erkl. 53).

Aufgabe 39. Die Beschleunigung darzustellen, durch die in 3 sec die Geschwindigkeit $\frac{14\ \mathrm{cm}}{3\ \mathrm{sec}}$ gewonnen wird.

Auflösung. Die bezeichnete Beschleunigung ist gemäss der Antwort auf die Frage 29 darzustellen durch:

$$\frac{14\ \mathrm{cm}}{(3\ \mathrm{sec})^2}.$$

Aufgabe 40. Ebenso die Beschleunigung, durch die in 7 sec die Geschwindigkeit $\frac{1250\ \mathrm{cm}}{9\ \mathrm{sec}}$ gewonnen wird.

Auflösung. Der Ausdruck:

$$\frac{1250\ \mathrm{cm}}{9\ \mathrm{sec}\ 7\ \mathrm{sec}}$$

bezeichnet gemäss der Erkl. 33 die angegebene Beschleunigung.

Aufgabe 41. Welchen Sinn hat die Gleichung:

$$\frac{25\ \mathrm{m}}{3\ \mathrm{sec}\ 4\ \mathrm{sec}} = \frac{25\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{sec}\ 3\ \mathrm{sec}}?$$

Erkl. 54. Die Richtigkeit dieser Aussage ergibt sich aus der Erkl. 33.

Auflösung. Die vorgelegte Gleichung besagt, dass die Beschleunigung, durch die in 4 sec die Geschwindigkeit $\frac{25\ \mathrm{m}}{3\ \mathrm{sec}}$ gewonnen wird, gleich der Beschleunigung sei, durch die in 3 sec die Geschwindigkeit $\frac{25\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{sec}}$ gewonnen wird (siehe Erkl. 54).

Aufgabe 42. Zu berechnen, wie oft die Beschleunigungseinheit $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}^2}$ enthalten ist in der Einheit $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}$.

Erkl. 55. Man beachte, dass die Antwort auf die Frage 29 die nebenstehende Ausführung rechtfertigt.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}^2} = \frac{100\ \mathrm{cm}}{(60\ \mathrm{sec})^2} = \frac{100\ \mathrm{cm}}{3600\ \mathrm{sec}^2},$$

also:

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}^2} = \frac{1}{36}\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}$$

oder;

$$\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2} = 36\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{min}^2},$$

(siehe Erkl. 55).

Aufgabe 43. Zu berechnen, wie viel $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}$ in der Beschleunigung $\frac{1224\ \mathrm{m}}{5\ \mathrm{sec}\ 3\ \mathrm{min}}$ enthalten sind.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{1224\ \mathrm{m}}{5\ \mathrm{sec}\ 3\ \mathrm{min}} = \frac{1224\cdot 100\ \mathrm{cm}}{5\ \mathrm{sec}\ 3\cdot 60\ \mathrm{sec}},$$

somit:

$$\frac{1224\ \mathrm{m}}{5\ \mathrm{sec}\ 3\ \mathrm{min}} = 136\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}.$$

Aufgabe 44. Die der Länge $L = 10$ m und der Zeit $T = 2$ sec zugeordnete Beschleunigung soll in $\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}$ ausgedrückt werden.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{L}{T^2} = \frac{10\ \mathrm{m}}{(2\ \mathrm{sec})^2} = \frac{1000\ \mathrm{cm}}{4\ \mathrm{sec}^2},$$

also:

$$\frac{10\ \mathrm{m}}{(2\ \mathrm{sec})^2} = 250\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2}.$$

Aufgabe 45. Man soll berechnen, wieviel $\frac{\text{km}}{\text{min}}$ **Geschwindigkeit** durch die Beschleunigung von $500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ im Verlaufe von 2 Minuten gewonnen werden.

Auflösung. Angenommen, es würden $x \frac{\text{km}}{\text{min}}$ Geschwindigkeit gewonnen, dann besteht die Gleichung:

$$\frac{x \text{ km}}{\text{min } 2 \text{ min}} = \frac{500 \text{ cm}}{\text{sec}^2},$$

aus der sich ergibt:

$$x = \frac{1000 \text{ cm min}^2}{\text{km sec}^2} = 36.$$

Aufgabe 46. Zu berechnen, in welcher **Zeit** die Geschwindigkeit $\frac{400 \text{ cm}}{9 \text{ sec}}$ durch die Beschleunigung $20 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$ gewonnen wird.

Auflösung. Angenommen, die bezeichnete Geschwindigkeit werde in der Zeit T erworben, so ergibt sich aus der Gleichung:

$$\frac{400 \text{ cm}}{9 \text{ sec } T} = 20 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

$$T = 80 \text{ sec.}$$

Aufgabe 47. Die **Strecke** L zu berechnen, welche in 3 Minuten mit derjenigen Geschwindigkeit zurückgelegt wird, die durch die Beschleunigung von $500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ in 20 Sekunden gewonnen ist.

Auflösung. Aus der Gleichung:

$$\frac{L}{3 \text{ min } 20 \text{ sec}} = 500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

ergibt sich:

$$L = 18 \text{ km.}$$

Aufgabe 48. In welcher **Zeit** T werden 27 km mit derjenigen Geschwindigkeit zurückgelegt, die in 2 Sekunden durch die Beschleunigung $900 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ gewonnen wird?

Auflösung. Die Gleichung:

$$\frac{27 \text{ km}}{T \, 2 \text{ min}} = 900 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

liefert den Betrag:

$$T = 25 \text{ sec.}$$

Aufgabe 49. Die Beschleunigung $\frac{L}{2 \text{ sec } 8 \text{ sec}}$ soll in der **Form** $\frac{L}{T^2}$ dargestellt werden.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$\frac{L}{T^2} = \frac{L}{2 \text{ sec } 8 \text{ sec}}$$

geht hervor:

$$T^2 = 16 \text{ sec}^2$$

$$T = 4 \text{ sec;}$$

somit ist:

$$\frac{L}{2 \text{ sec } 8 \text{ sec}} = \frac{L}{(4 \text{ sec})^2}.$$

Aufgabe 50. Nachdem die Minute als Zeiteinheit gewählt ist, soll die Längeneinheit so bestimmt werden, dass 12 Einheiten der Beschleunigung $5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ ausmachen.

Auflösung. Bezeichnet $[L]$ die zu bestimmende Längeneinheit, so besteht die Gleichung:

$$12 \frac{[L]}{\text{min}^2} = 5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2},$$

aus der folgt:

$$[L] = 15 \text{ m}.$$

Aufgabe 51. Nachdem das Meter als Längeneinheit gewählt ist, soll die Zeiteinheit $[T]$ so bestimmt werden, dass 36 Einheiten der Beschleunigung gleich $25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ sind.

Auflösung. Aus der gestellten Forderung:

$$36 \frac{\text{m}}{[T^2]} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

folgt:

$$[T^2] = 144 \text{ sec}^2$$

und somit:

$$[T] = 12 \text{ sec}.$$

Aufgabe 52. Zu berechnen, wieviel $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ die Geschwindigkeitseinheit beträgt, wenn das Kilometer zur Längeneinheit gemacht und bestimmt ist, dass 2 Beschleunigungseinheiten gleich $5 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$ sein sollen.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$2 \frac{\text{km}}{[T^2]} = 5 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$$

folgert man wie in der vorhergehenden Aufgabe zunächst:

$$[T] = 20 \text{ min},$$

woraus dann hervorgeht:

$$\frac{\text{km}}{[T]} = 50 \frac{\text{m}}{\text{min}}.$$

Aufgabe 53. Zu berechnen, wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ die Geschwindigkeitseinheit beträgt, wenn die Zeiteinheit eine halbe Minute ist und 8 Beschleunigungseinheiten gleich $3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ sind.

Auflösung. Wie in der Aufgabe 50 schliesst man aus der Gleichung:

$$8 \frac{[L]}{(30 \text{ sec})^2} = 3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

zunächst:

$$[L] = 337{,}5 \text{ cm}$$

und daraus:

$$\frac{[L]}{30 \text{ sec}} = 11{,}25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 54. Zu berechnen, wie viel $\frac{\text{m}}{\text{min}^2}$ die Einheit der Beschleunigung enthält, wenn ein halbes Meter zur Längeneinheit gemacht und bestimmt wird, dass 2 Einheiten der Geschwindigkeit gleich $5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ sein sollen.

Auflösung. Aus:

$$2 \frac{0{,}5 \text{ m}}{[T]} = 5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

folgt zunächst:

$$[T] = 20 \text{ sec} = \frac{1}{3} \text{ min}$$

und hieraus ergibt sich:

$$\frac{0{,}5 \text{ m}}{[T^2]} = 4{,}5 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}.$$

Aufgabe 55. Zu berechnen, wieviel $\frac{\text{m}}{\text{min}^2}$ die Einheit der Beschleunigung enthält, wenn die Zeiteinheit zu 45 sec angenommen und verlangt wird, dass 2 Einheiten der Geschwindigkeit gleich $25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ sein sollen.

Auflösung. Aus:

$$2 \frac{[L]}{45 \text{ sec}} = 25 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

ergibt sich:

$$[L] = \frac{25 \cdot 45}{2} \text{ cm} = \frac{45}{8} \text{ m},$$

woraus dann weiter folgt:

$$\frac{[L]}{\left(\frac{3}{4} \text{ min}\right)^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}.$$

Aufgabe 56. Die Einheiten der Länge und der Zeit sollen so bestimmt werden, dass 5 Einheiten der Geschwindigkeit gleich $8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ und zugleich 15 Einheiten der Beschleunigung gleich $2 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ werden.

Auflösung. Die gestellten Forderungen werden durch die beiden Gleichungen:

$$5 \frac{[L]}{[T]} = 8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

$$15 \frac{[L]}{[T^2]} = 2 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

dargestellt. Indem man die erste Gleichung durch die zweite dividiert, erhält man:

$$[T] = 12 \text{ sec},$$

woraus dann folgt:

$$[L] = 19{,}2 \text{ cm}.$$

Aufgabe 57. Was ist unter der absoluten Centimeter-Gramm-Sekunde-Einheit der Kraft zu verstehen?

Erkl. 56. Diese absolute Krafteinheit wird nach der Antwort auf die Frage 34 dargestellt durch:

$$\frac{\text{Centimeter Gramm}}{(\text{Sekunde})^2}$$

oder abgekürzt durch:

$$\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} \text{ oder cm g sec}^{-2}.$$

Den Ausdruck: Centimeter-Gramm-Sekunde-Einheit pflegt man abzukürzen in: C.-G.-S.-Einheit.

Der C.-G.-S.-Einheit der Kraft gibt man auch wohl den besonderen Namen: das Dyn oder die Dyne nach dem griechischen Worte *δύναμις* d. h. Kraft.

Auflösung. Gemäss der Antwort auf die Frage 32 ist die absolute Centimeter-Gramm-Sekunde-Einheit der Kraft diejenige Kraft, welche an einem Gramm Masse die Beschleunigung $\frac{\text{Centimeter}}{(\text{Sekunde})^2}$ hervorbringt, oder welche einem Gramm Masse im Verlaufe einer Sekunde die Geschwindigkeit $\frac{\text{Centimeter}}{\text{Sekunde}}$ erteilt (siehe Erkl. 56).

Es ist hiernach leicht, andere Einheiten der Kraft, z. B. die Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheit, die Meter-Kilogramm-Sekunde-Einheit u. s. w. zu erklären.

Aufgabe 58. Zu berechnen, in welchem Verhältnisse die Krafteinheit mm mg sec $^{-2}$ zur Einheit cm g sec $^{-2}$ steht.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} = \frac{10\,\text{mm}\ 1000\,\text{mg}}{\text{sec}^2} = 10^4\,\frac{\text{mm mg}}{\text{sec}^2},$$

also:

$$\frac{\text{mm mg}}{\text{sec}^2} : \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} = 1 : 10^4.$$

Aufgabe 59. Ebenso das Verhältnis der beiden absoluten Krafteinheiten $\frac{\text{m kg}}{\text{min}^2}$ und $\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$.

Auflösung. Aus:

$$\frac{\text{m kg}}{\text{min}^2} = \frac{100\,\text{cm}\ 1000\,\text{g}}{3600\,\text{sec}^2}$$

folgt:

$$\frac{\text{m kg}}{\text{min}^2} : \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} = 250 : 9.$$

Aufgabe 60. Eine Kraft bringt an 2 kg Masse die Beschleunigung $\frac{3\,\text{m}}{(5\,\text{sec})^2}$ hervor; wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält diese Kraft?

Erkl. 57. Nach der Erkl. 56 kann man auch sagen, die Kraft enthalte 24000 Dyn oder 24000 Dynen.

Auflösung. Man findet:

$$\frac{3\,\text{m}\ 2\,\text{kg}}{25\,\text{sec}^2} = \frac{300\,\text{cm}\ 2000\,\text{g}}{25\,\text{sec}^2} = \frac{6 \cdot 10^5}{25}\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Die zu berechnende Kraft enthält also 24000 C.-G.-S.-Einheiten (siehe Erkl. 57).

Aufgabe 61. Eine Kraft erteilt einer Masse von 18 kg im Verlauf von 5 Minuten die Geschwindigkeit $\frac{12\ \text{Kilometer}}{\text{Stunde}}$; wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält diese Kraft?

Auflösung. Man findet:

$$\frac{12\,\text{km}\ 18\,\text{kg}}{60\,\text{min}\ 5\,\text{min}} = \frac{12 \cdot 10^5\,\text{cm}\ 18 \cdot 10^3\,\text{g}}{60^2\,\text{sec}\ 5 \cdot 60\,\text{sec}}$$

und somit:

$$\frac{12\,\text{km}\ 18\,\text{kg}}{60\,\text{min}\ 5\,\text{min}} = 20000\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 62. Die der Länge $L = 4$ m, der Masse $M = 3$ kg und der Zeit $T =$ 10 sec zugeordnete Kraft soll in absoluten C.-G.-S.-Einheiten dargestellt werden.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{LM}{T^2} = \frac{4\,\text{m}\ 3\,\text{kg}}{(10\,\text{sec})^2} = \frac{400\,\text{cm}\ 3000\,\text{g}}{100\,\text{sec}^2}$$

und somit:

$$\frac{LM}{T^2} = 12000\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 63. Den Sinn der folgenden auf zwei Kräfte bezüglichen Gleichung anzugeben:

$$\frac{125\,\text{cm}\ 3\,\text{g}}{2\,\text{sec}\ 7\,\text{sec}} = \frac{375\,\text{cm}\ 6\,\text{g}}{4\,\text{sec}\ 21\,\text{sec}}.$$

Auflösung. Die angegebene Gleichung drückt aus, dass die Kraft, welche 3 g Masse in 7 sec die Geschwindigkeit $\frac{125\,\text{cm}}{2\,\text{sec}}$ erteilt, gleich ist derjenigen Kraft, die 6 g Masse in 21 sec die Geschwindigkeit $\frac{375\,\text{cm}}{4\,\text{sec}}$ erteilt.

Aufgabe 64. Zu berechnen, wieviel $\frac{m}{min^2}$ Beschleunigung eine Kraft von 10^6 Dyn an einer Masse von 5 kg hervorbringt.

Auflösung. Wenn angenommen wird, dass die Kraft eine Beschleunigung von $x \frac{m}{min^2}$ hervorbringt, so besteht die Gleichung:

$$x \frac{m\ 5\ kg}{min^2} = 10^6 \frac{cm\ g}{sec^2},$$

aus der sich ergibt:

$$x = 7200$$

Aufgabe 65. An welcher Masse M bringt eine Kraft von 12 absoluten C.-G.-S.-Einheiten eine Beschleunigung von $5 \frac{mm}{sec^2}$ hervor?

Auflösung. Aus der Gleichung:

$$5 \frac{mm\ M}{sec^2} = 12 \frac{cm\ g}{sec^2}$$

folgt:

$$M = 24\ g.$$

Aufgabe 66. In welcher Zeit T erteilt eine Kraft von 10^6 Dyn einer Masse von 2 kg eine Geschwindigkeit von $600 \frac{m}{min}$?

Auflösung. Die Gleichung:

$$\frac{600\ m\ 2\ kg}{min\ T} = 10^6 \frac{cm\ g}{sec^2}$$

ergibt:

$$T = 2\ sec.$$

Aufgabe 67. Wieviel $\frac{\text{Kilometer}}{\text{Stunde}}$ Geschwindigkeit erteilt eine Kraft von 10^7 absoluten C.-G.-S.-Einheiten einer Masse von 2,5 kg in 0,5 sec?

Auflösung. Wenn die erteilte Geschwindigkeit $\frac{x \text{ Kilometer}}{\text{Stunde}}$ beträgt, so wird durch die Gleichung:

$$\frac{x\ km\ 2{,}5\ kg}{3600\ sec\ 0{,}5\ sec} = 10^7 \frac{cm\ g}{sec^2}$$

der Wert:

$$x = 72$$

bestimmt.

Aufgabe 68. Welcher Masse M erteilt eine Kraft von $0{,}05 \frac{cm\ g}{sec^2}$ in 3 min eine Geschwindigkeit von $9 \frac{mm}{sec}$?

Auflösung. Aus der Gleichung:

$$\frac{9\ mm\ M}{sec\ 3\ min} = 0{,}05 \frac{cm\ g}{sec^2}$$

ergibt sich der Betrag:

$$M = 10\ g.$$

Aufgabe 69. Ein Körper von 6 kg Masse unterliegt 0,5 min lang der Einwirkung einer Kraft von $1000 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$; welche Strecke L legt er in 2 Stunden mit der dadurch erlangten Geschwindigkeit zurück?

Auflösung. Die Gleichung:

$$\frac{L \, 6 \text{ kg}}{2 \cdot 3600 \text{ sec } 0{,}5 \text{ min}} = 10^3 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

liefert den Betrag:

$$L = 360 \text{ m}.$$

Aufgabe 70. Ein Körper von 20 kg Masse unterliegt 4 min lang der Einwirkung einer Kraft von $10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$; in welcher Zeit T legt er mit der dabei erworbenen Geschwindigkeit eine Strecke von 12 km zurück?

Auflösung. Man findet aus der Gleichung:

$$\frac{12 \text{ km } 20 \text{ kg}}{T \, 4 \text{ min}} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

den Betrag:

$$T = 100 \text{ sec}.$$

Aufgabe 71. Zu berechnen, wieviel Dyn die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft enthält, wenn das Kilogramm als Masseneinheit gewählt und ferner bestimmt wird, dass die Einheit der Beschleunigung $1000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ enthalten soll.

Auflösung. Aus:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right] = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

folgt:

$$\frac{[L] \text{ kg}}{[T^2]} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 72. Ebenso, wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ die Einheit der Beschleunigung enthält, wenn das Milligramm Masseneinheit ist und die Krafteinheit gleich $0{,}05 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$ sein soll.

Auflösung. Aus:

$$\frac{[L] \text{ mg}}{[T^2]} = 0{,}05 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

ergibt sich:

$$\left[\frac{L}{T^2}\right] = 50 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 73. Ebenso, wieviel Gramm die Masseneinheit enthalten muss, wenn die Krafteinheit gleich 1000 Dyn und die Einheit der Beschleunigung gleich $\frac{10 \text{ m}}{(3 \text{ sec})^2}$ sein soll.

Auflösung. Die beiden Gleichungen:

$$\left[\frac{LM}{T^2}\right] = 1000 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

$$\left[\frac{L}{T^2}\right] = \frac{10 \text{ m}}{9 \text{ sec}^2}$$

ergeben durch Division:

$$[M] = 9 \text{ g}.$$

Aufgabe 74. Die Masseneinheit sei gleich 60 kg, die Zeiteinheit gleich einer halben Minute. Wenn nun verlangt wird, dass die Geschwindigkeitseinheit $1000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ enthalten soll, wieviel Dyn enthält dann die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft?

Auflösung. Aus:

$$\frac{[L]}{30\ \text{sec}} = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

schliesst man:

$$\frac{[L]\ 60\ \text{kg}}{(30\ \text{sec})^2} = \frac{10^3\ \text{cm}\ 60 \cdot 10^3\ \text{g}}{\text{sec}\ 30\ \text{sec}}$$

oder:

$$\frac{[L]\ 60\ \text{kg}}{(30\ \text{sec})^2} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 75. Wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ enthält die Geschwindigkeitseinheit, wenn die Masseneinheit ein halbes Kilogramm, die Zeiteinheit gleich 2 Sekunden, die absolute Krafteinheit gleich 1000 Dyn ist?

Auflösung. Aus:

$$\frac{[L]\ 0{,}5\ \text{kg}}{(2\ \text{sec})^2} = 1000 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

folgt:

$$\frac{[L]}{2\ \text{sec}} = \frac{10^3\ \text{cm g}\ 2\ \text{sec}}{\text{sec}^2\ 500\ \text{g}}$$

oder:

$$\frac{[L]}{2\ \text{sec}} = 4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 76. Die Masseneinheit betrage 5 kg, die Geschwindigkeitseinheit sei gleich $12 \frac{\text{km}}{\text{min}}$, die absolute Krafteinheit gleich 10^6 Dyn. Wieviel Sekunden enthält die Zeiteinheit?

Auflösung. Wenn man die Gleichung:

$$\frac{[L]}{[T]} = 12 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

durch die Gleichung:

$$\frac{[L]\ 5\ \text{kg}}{[T^2]} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

oder:

$$\frac{[L]}{[T^2]} = \frac{10^6}{5 \cdot 10^3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

dividiert, so folgt:

$$[T] = 100\ \text{sec}.$$

Aufgabe 77. Die Zeiteinheit soll gleich 10 sec, die Geschwindigkeitseinheit gleich $24 \frac{\text{km}}{\text{min}}$, die Krafteinheit gleich $9 \frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$ sein. Aus diesen Forderungen soll die zu wählende Masseneinheit berechnet werden.

Auflösung. Aus:

$$\frac{[L]}{10\ \text{sec}} = 24 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

folgt: $[L] = 4 \cdot 10^5$ cm. Führt man diesen Betrag in die Gleichung:

$$\frac{[L]\ [M]}{(10\ \text{sec})^2} = 9 \frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$$

ein, so ergibt sich:

$$[M] = 225\ \text{g}.$$

Aufgabe 78. Nachdem das Meter als Längeneinheit, das Kilogramm als Masseneinheit gewählt ist, soll die Zeiteinheit so festgesetzt werden, dass die absolute Krafteinheit 10^3 Dyn enthält.

Auflösung. Die Forderung:

$$\frac{\text{m kg}}{[T^2]} = 10^3 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

führt zu dem Betrage:

$$[T] = 10 \text{ sec.}$$

Aufgabe 79. Nachdem das Meter als Längeneinheit, die Sekunde als Zeiteinheit angenommen ist, soll die Masseneinheit so gewählt werden, dass die absolute Krafteinheit 10^6 Dyn enthält.

Auflösung. Aus der Forderung:

$$\frac{\text{m } [M]}{\text{sec}^2} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

geht hervor:

$$[M] = 10^4 \text{ g.}$$

Aufgabe 80. Nachdem das Kilogramm als Masseneinheit, die Sekunde als Zeiteinheit gewählt ist, soll die Längeneinheit so angenommen werden, dass die Krafteinheit 10^6 Dyn enthält.

Auflösung. Da:

$$\frac{[L] \text{ kg}}{\text{sec}^2} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

sein soll, so muss:

$$[L] = 10 \text{ m}$$

sein.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 81. Die Flächeneinheit sei 1 Ar, die Zeiteinheit 1 Sekunde; wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ enthält die Geschwindigkeitseinheit?

Aufgabe 82. Die Flächeneinheit soll 1 Hektar, die Geschwindigkeitseinheit soll gleich $25 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ sein; wie gross ist die Zeiteinheit zu nehmen?

Aufgabe 83. Nachdem die Zeiteinheit auf 12 Minuten festgesetzt ist, wird gefordert, dass die Geschwindigkeitseinheit $10 \frac{\text{Kilometer}}{\text{Stunde}}$ betrage. Dementsprechend soll die Längeneinheit gewählt werden.

Aufgabe 84. Die Raumeinheit soll 1 Liter, die Zeiteinheit 1 Sekunde sein; wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ enthält die Geschwindigkeitseinheit?

Aufgabe 85. Die Raumeinheit soll 1 Liter, die Geschwindigkeitseinheit soll gleich $5 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ sein; wie gross ist die Zeiteinheit zu wählen?

Aufgabe 86. Die Geschwindigkeit eines Körpers beträgt $0{,}6 \frac{\text{km}}{\text{min}}$ und wird in gleicher Bewegungsrichtung um $20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ vermehrt. Wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ beträgt die gesamte Geschwindigkeit des Körpers?

Aufgabe 87. Ein Körper hat eine Geschwindigkeit von $\frac{12\text{ km}}{25\text{ min}}$ und erhält nach entgegengesetzter Bewegungsrichtung eine Geschwindigkeit von $\frac{25\text{ m}}{4\text{ sec}}$. Nach welcher Richtung und mit wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ Geschwindigkeit wird er sich bewegen?

Aufgabe 88. Wie gross ist die Differenz der beiden Geschwindigkeitseinheiten: $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ und $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$?

Aufgabe 89. Durch eine Beschleunigung wird die Geschwindigkeit $\frac{a\text{ cm}}{b\text{ sec}}$ im Verlaufe von c sec gewonnen:

α) In wieviel Sekunden wird die Geschwindigkeit $\frac{a_1\text{ cm}}{b_1\text{ sec}}$ gewonnen?

β) In wieviel Sekunden werden a_1 cm mit der im Verlaufe von c_1 Sekunden gewonnenen Geschwindigkeit zurückgelegt?

γ) Wieviel Centimeter werden in b_1 Sekunden mit der im Verlaufe von c_1 Sekunden gewonnenen Geschwindigkeit zurückgelegt?

Aufgabe 90. Die Flächeneinheit soll 1 Ar, die Geschwindigkeitseinheit $1\,\frac{\text{km}}{\text{min}}$ sein; wie gross ist die Einheit der Beschleunigung?

Aufgabe 91. Wenn die Flächeneinheit 1 Hektar und die Beschleunigungseinheit $1\,\frac{\text{m}}{\text{min}^2}$ ist, wie gross ist dann die Einheit der Geschwindigkeit?

Aufgabe 92. Die Einheit der Geschwindigkeit soll gleich $60\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, die Einheit der Beschleunigung gleich $1\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ sein; wie gross sind die Einheiten der Länge und der Zeit zu nehmen?

Aufgabe 93. Die Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit sollen so gewählt werden, dass die Einheit der Geschwindigkeit gleich $10\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, die der Beschleunigung gleich $100\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ und die der Kraft gleich $1000\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$ ist.

Aufgabe 94. Wenn als Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit 1 m, 1 kg, 1 sec gewählt werden, wieviel C.-G.-S.-Einheiten sind dann in den abgeleiteten Einheiten der Geschwindigkeit, der Beschleunigung und der Kraft enthalten?

Aufgabe 95. Auf einen Körper von 7 kg Masse wirken nach derselben Richtung hin die beiden Kräfte: $0{,}5\,\frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$ und $6000\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$. Wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt die an dem Körper im ganzen hervorgebrachte Beschleunigung?

Aufgabe 96. Auf einen Körper von 10 kg Masse wirken nach entgegengesetzten Richtungen hin die beiden Kräfte: $3\cdot 10^6\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$ und $20\,\frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$. Wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt die an dem Körper hervorgebrachte Beschleunigung?

Aufgabe 97. Auf einen Körper von 10 kg Masse wirkt 2 Sekunden lang eine Kraft von $10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$. Dann wird diese Kraft durch eine andere ersetzt, die gleichgerichtet ist, aber den Betrag von $4 \frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$ hat und 3 Sekunden lang wirkt. Welche Geschwindigkeit wird der Körper nach Ablauf der 5 Sekunden besitzen?

Die erste Kraft möge dem Körper die Geschwindigkeit $\frac{L_1}{T_1}$, die zweite die Geschwindigkeit $\frac{L_2}{T_2}$ erteilen. Dann bestehen die beiden Gleichungen:

$$\frac{L_1\, 10 \text{ kg}}{T_1\, 2 \text{ sec}} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} \text{ und } \frac{L_2\, 10 \text{ kg}}{T_2\, 3 \text{ sec}} = 4 \frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 98. Auf einen Körper von 9 kg Masse wirkt 4,5 Sekunden lang eine Kraft von $10^5 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$. Dann wird diese Kraft durch eine andere ersetzt, die entgegengesetzt gerichtet und gleich $0{,}9 \frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$ ist. Welche Geschwindigkeit wird der Körper besitzen, nachdem diese zweite Kraft 2 Sekunden lang auf ihn gewirkt hat?

Man vergleiche die Andeutung zur vorhergehenden Aufgabe.

Aufgabe 99. Eine Kraft erteilt einem Körper von 25 kg Masse die Beschleunigung $10^3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, eine andere der Masse 36 kg die Beschleunigung $10^4 \frac{\text{m}}{\text{min}^2}$. Um wieviel $\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$ ist die erste Kraft grösser als die zweite?

Aufgabe 100. Eine Kraft erteilt einer Masse von 5 kg im Verlaufe von 4 Sekunden die Geschwindigkeit $104 \frac{\text{m}}{3 \text{ min}}$; eine andere Kraft erteilt einer Masse von 20 kg im Verlaufe von 2 Minuten die Geschwindigkeit $\frac{17 \text{ m}}{6 \text{ sec}}$. Um wieviel $\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$ ist die erste Kraft grösser als die zweite?

C. Ueber das Länge-Masse-Zeit-System der physikalischen Grössen im allgemeinen.

1) Wesen und Aufgabe des Länge-Masse-Zeit-Systems.

Frage 37. Worin besteht das Wesen des Länge-Masse-Zeit-Systems der physikalischen Grössen?

Antwort. Es sei L eine unabhängig veränderliche Länge, M eine unabhängig veränderliche Masse und T eine unabhängig veränderliche Zeit (siehe Erkl. 58). Man kann dann sagen:

Das Wesen des Länge-Masse-Zeit-Systems besteht darin, dass der Betrag einer beliebigen physikalischen Grösse von den drei unabhängig Veränderlichen L, M, T abhängig gemacht wird, oder mit anderen Worten: dass man jede physikalische

Erkl. 58. Die drei Grössen L, M, T kann man entweder als unmittelbar durch die Anschauung gegeben betrachten oder auch als durch Messung auf unmittelbar gegebene Einheiten zurückgeführt ansehen.

Die unbestimmten Masseinheiten von L, M, T sollen, wie im vorhergehenden Abschnitte, mit $[L]$, $[M]$, $[T]$ und die zugehörigen Masszahlen mit l, m, t bezeichnet werden, so dass immer:

$$L = l\,[L]$$
$$M = m\,[M]$$
$$T = t\,[T]$$

ist.

Grösse als Funktion der unabhängig Veränderlichen *L*, *M*, *T* betrachtet.

Frage 38. Wie kann das Länge-Masse-Zeit-System der physikalischen Grössen abgekürzt bezeichnet werden?

Erkl. 59. Von dieser Abkürzung wird im Folgenden in der Regel Gebrauch gemacht werden.

Antwort. Indem man den Zeichen *L*, *M*, *T* dauernd die in der Antwort auf die vorhergehende Frage angegebene Bedeutung beilegt, kann man den Ausdruck: Länge-Masse-Zeit-System ersetzen durch *L-M-T*-System (siehe Erkl. 59).

Frage 39. Was versteht man unter fundamentalen und unter abgeleiteten Grössen im *L-M-T*-System?

Erkl. 60. Zuweilen werden auch wohl Länge, Masse, Zeit als die fundamentalen Begriffe bezeichnet. In diesem Falle nennt man die übrigen physikalischen Begriffe abgeleitete Begriffe.

Antwort. Es ist üblich, die unabhängig Veränderlichen *L*, *M*, *T* als die fundamentalen Grössen, jede abhängig veränderliche physikalische Grösse des *L-M-T*-Systems dagegen als eine abgeleitete Grösse zu bezeichnen (siehe Erkl. 60).

Frage 40. Worin besteht die eigentliche Aufgabe des *L-M-T*-Systems?

Erkl. 61. Es muss also z. B. gezeigt werden, wie den drei bestimmten Beträgen *L*, *M*, *T* eine bestimmte Geschwindigkeit, Kraft, Elektricitätsmenge u. s. w. zugeordnet werden kann.

In nur wenigen Fällen lässt sich die Grösse *A* den Grössen *L*, *M*, *T* unmittelbar zuordnen; in den meisten Fällen wird die Zuordnung durch Grössen vermittelt, die ihrerseits schon von *L*, *M*, *T* abhängig gemacht sind.

Nicht jede physikalische Grösse ist von allen drei Veränderlichen *L*, *M*, *T* zugleich abhängig.

Die Behandlung der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft im vorhergehenden Abschnitte erläutert und belegt das hier Gesagte.

Antwort. Aus der Antwort auf die Frage 37 geht hervor, dass die Hauptaufgabe des *L-M-T*-Systems darin besteht, zu zeigen:

1) in welcher Weise sich einer bestimmten Länge *L*, Masse *M* und Zeit *T* ein bestimmter Betrag *A* einer beliebigen physikalischen Grösse zuordnen lässt (siehe Erkl 61);

2) nach welchem Gesetze die Grösse *A* sich abhängig ändert, wenn *L*, *M*, *T* sich unabhängig ändern.

Ob diese Aufgabe in Bezug auf sämtliche physikalischen Grössen gelöst werden kann, und ob sie andererseits in bestimmten Fällen mehrere Lösungen zulässt, das kann nur durch Einzeluntersuchung festgestellt werden. Es wird sich zeigen, dass die erste Frage zu verneinen, die zweite zu bejahen ist.

2) Dimension einer physikalischen Grösse im *L-M-T*-System.

Frage 41. Was versteht man unter der Dimension einer physikalischen Grösse im *L-M-T*-System?

Antwort. Als Dimension einer physikalischen Grösse im *L-M-T*-System be-

zeichnet man einen Ausdruck, der angibt, von welchen der drei unabhängig Veränderlichen L, M, T die physikalische Grösse abhängig ist, und nach welchem Gesetze sie sich mit diesen ändert (siehe Erkl. 62).

Erkl. 62. In Bezug auf das Wort „Dimension“ vergleiche man die Erkl. 8 und 23.

Frage 42. Welche Form hat die Dimension einer physikalischen Grösse im L-M-T-System?

Antwort. Der Dimensionsausdruck einer beliebigen physikalischen Grösse hat im L-M-T-System immer die Form:

$$L^p \; M^q \; T^r.$$

Die in diesem Ausdrucke vorkommenden Exponenten p, q, r sind nicht ausschliesslich positive, ganze Zahlen; es können vielmehr auch negative Zahlen und Brüche, sowie die Null als Exponenten auftreten (siehe Erkl. 63).

Erkl. 63. Dabei gelten die für gewöhnliche Potenzen von Zahlen üblichen Definitionen; es ist also:

$$L^{-m} = \frac{1}{L^m}$$

$$L^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{L^m}$$

$$L^0 = 1,$$

welche Gleichungen ebenso für M und T gültig sind.

Zuweilen bezeichnet man auch die drei Exponenten p, q, r als die Dimensionen der physikalischen Grösse in Bezug auf L, M und T.

Frage 43. Welche Bedeutung hat der Dimensionsausdruck einer physikalischen Grösse im L-M-T-System?

Antwort. Wenn man sagt, eine physikalische Grösse habe die Dimension:

$$L^p \; M^q \; T^r,$$

so hat das den Sinn: Der den drei unabhängig Veränderlichen L, M, T zugeordnete Betrag A jener physikalischen Grösse ändert sich proportional der $p$ten Potenz von L, der $q$ten Potenz von M und der $r$ten Potenz von T.

Dabei ist vorausgesetzt, dass jede der drei Grössen L, M, T für sich geändert wird, während die beiden anderen konstant bleiben (siehe Erkl. 64).

Erkl. 64. Da L, M, T keine Zahlen sind, so sind L^p, M^q, T^r nicht Potenzen im gewöhnlichen Sinne des Wortes. Das durch den Dimensionsausdruck dargestellte Abhängigkeitsgesetz für A kann aber auch so ausgesprochen werden:

Wenn der Betrag A_1 den Beträgen L_1, M_1, T_1 und ebenso A_2 den Beträgen L_2, M_2, T_2 zugeordnet ist, so ist:

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^p \cdot \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^q \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^r,$$

welche Gleichung ausschliesslich Potenzen von Zahlen enthält.

Frage 44. Durch welches Zeichen wird eine physikalische Grösse im L-M-T-System dargestellt?

Antwort. Es sei wieder A der durch L, M und T bestimmte Betrag einer physikalischen Grösse, deren Dimension $L^p \; M^q \; T^r$ ist. Dann bezeichnet man A durch den Dimensionsausdruck selbst, man setzt also:

$$A = L^p \; M^q \; T^r$$

(siehe Erkl. 65).

Erkl. 65. Der zur Darstellung von A angewandte Dimensionsausdruck wird dann beim Rechnen behandelt wie ein Produkt aus Potenzen, was gemäss der Antwort auf die Frage 43 zu richtigen Ergebnissen führen muss.

Frage 45. Wie verfährt man im *L-M-T*-System mit solchen Grössen, die man nicht als Funktionen von Länge, Masse und Zeit darstellen kann?

Antwort. Wenn man eine Grösse den unabhängig Veränderlichen *L*, *M*, *T* nicht als abhängig Veränderliche zuordnen kann, so betrachtet man sie im *L-M-T*-System überhaupt nicht als veränderlich, sondern erteilt ihr ein für allemal einen festen Betrag (siehe Erkl. 66).

Aus den Antworten auf die Fragen 42 und 43 geht hervor, dass daher einer Grösse dieser Art im *L-M-T*-System die Dimension 1 zugeschrieben werden muss (siehe Erkl. 67). Nach der Antwort auf die Frage 44 ist für sie also auch die Zahl 1 in die Rechnung mit Dimensionsausdrücken einzuführen.

An sich ist es gleichgültig, welcher Betrag einer Grösse von der Dimension 1 in das *L-M-T*-System eingeführt wird. Man pflegt jedoch einen auch sonst als Masseinheit gebräuchlichen Betrag zu wählen (siehe Erkl. 68).

Erkl. 66. Von diesem festen Betrage sind dann wieder gewisse abgeleitete physikalische Grössen abhängig, so dass diese erst durch ihn und *L*, *M*, *T* zusammen vollständig bestimmt sind.

Erkl. 67. Eine Grösse, die bei beliebiger Aenderung von *L*, *M* und *T* einen konstanten Betrag behält, ist keiner anderen, als der nullten Potenz von *L*, *M* und *T* proportional. Demnach kann ihr nur die Dimension:

$$L^0 M^0 T^0 = 1$$

zugeschrieben werden.

Erkl. 68. Andernfalls würde ein Teil der im nächstfolgenden Abschnitte behandelten absoluten Masseinheiten von einem Betrage abhängig werden, der selbst gar nicht als Masseinheit gebraucht wird.

3) Herleitung von absoluten Massen physikalischer Grössen aus dem *L-M-T*-System.

Anmerkung 8. Die Unabhängigkeit der drei Grössen *L*, *M*, *T* soll von hier ab in noch etwas erweitertem Sinne verstanden werden. So wie nämlich *L*, *M*, *T* unabhängig veränderlich sind, so sollen auch ihre Masseinheiten [*L*], [*M*], [*T*] unabhängig sein, d. h. es soll gestattet sein, jede dieser drei Einheiten für sich ganz willkürlich zu wählen und beliebig abzuändern.

Frage 46. Was versteht man unter einer absoluten Masseinheit einer physikalischen Grösse im *L-M-T*-System?

Antwort. Als absolute Einheit einer physikalischen Grösse im *L-M-T*-System bezeichnet man eine von den drei Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit abhängige Masseinheit jener Grösse (siehe Erkl. 69).

Erkl. 69. Solche abhängige Einheiten sind zuerst von Gauss als „absolute" Masse bezeichnet worden. Man vergleiche hierüber die Einleitung zu diesem Lehrbuche.

Frage 47. In welcher Weise wird eine absolute Einheit im *L-M-T*-System bestimmt?

Antwort. Nachdem gemäss der Antwort auf die Frage 40 je drei bestimmten Beträgen der unabhängig Veränderlichen *L*, *M*, *T* ein bestimmter Betrag *A* irgend einer physikalischen Grösse zu-

Erkl. 70. Der angegebenen Zuordnung entsprechend bezeichnet man [*A*] als absolute [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheit von *A*.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

910. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 905. — Seite 33—48.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 905. — Seite 33—48.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Die Herleitung von absoluten [L]-[M]-[T]-Einheiten der physikalischen Grössen ist der ursprüngliche und vornehmste Zweck des ganzen L-M-T-Systems überhaupt.

geordnet ist, wird auch je drei beliebig gewählten Masseinheiten: [L], [M], [T] ein bestimmter Betrag [A] jener abhängig veränderlichen Grösse zugeordnet sein.

Dieser Betrag [A] ist dann eine absolute Einheit der betreffenden physikalischen Grösse (s. Erkl. 70).

Frage 48. Was versteht man unter fundamentalen und unter abgeleiteten Einheiten im L-M-T-System?

Erkl. 71. Diese Bezeichnung steht in Uebereinstimmung mit der Antwort auf die Frage 39.

Die Benennung: abgeleitete Einheit für [A] ist zutreffender als die Bezeichnung: absolute Einheit. Doch ist letztere die gebräuchliche.

Antwort. Die Einheiten [L], [M], [T] werden als fundamentale bezeichnet, während man jede ihnen gemäss der Antwort auf die vorhergehende Frage zugeordnete Einheit [A] als eine abgeleitete bezeichnet (siehe Erkl. 71).

Frage 49. Welche Dimension hat eine absolute [L]-[M]-[T]-Einheit in Bezug auf die Fundamentaleinheiten?

Erkl. 72. Die Richtigkeit der nebenstehenden Antwort ergibt sich, sobald man beachtet, dass gemäss der Anmerkung 8 die drei Einheiten [L], [M], [T] nichts anderes sind, als willkürlich gewählte und beliebig abzuändernde Beträge von Länge, Masse und Zeit, denen [A] als abhängig Veränderliche zugeordnet ist.

Da die Zuordnung von [A] zu [L], [M], [T] sich in nichts von der Zuordnung der Grösse A zu L, M, T unterscheidet, so beschränkt man zuweilen die Anwendung der Dimensionen überhaupt auf die absoluten Masseinheiten. Durch diese Beschränkung wird indessen ein Vorteil nicht erreicht.

Antwort. Die absolute [L]-[M]-[T]-Einheit [A] der abhängig veränderlichen Grösse A hat in Bezug auf ihre Fundamentaleinheiten [L], [M] und [T] dieselbe Dimension, wie A in Bezug auf L, M und T. Hat also A die Dimension:

$$L^p\, M^q\, T^r,$$

so hat die absolute Masseinheit [A] die Dimension:

$$[L]^p\, [M]^q\, [T]^r,$$

wofür kürzer geschrieben wird:

$$[L^p\, M^q\, T^r].$$

Es ist demnach die absolute Einheit [A] proportional der $p$ten Potenz von [L], der $q$ten Potenz von [M] und der $r$ten Potenz von [T], was durchaus im Sinne der Erkl. 64 zu verstehen ist (siehe Erkl. 72).

Frage 50. Durch welches Zeichen wird eine absolute [L]-[M]-[T]-Einheit dargestellt?

Erkl. 73. Das entspricht der Antwort auf die Frage 44; auch gilt in Bezug auf das Rechnen mit dem zur Darstellung von [A] angewandten Dimensionsausdrucke die in der Erkl. 65 enthaltene Bemerkung.

Antwort. Man benutzt zur Darstellung der absoluten Einheit [A] ihren Dimensionsausdruck und setzt also:

$$[A] = [L^p\, M^q\, T^r]$$

(siehe Erkl. 73).

Frage 51. In welcher Form kann die Masszahl einer abhängig veränderlichen Grösse immer dargestellt werden, wenn diese in absoluten $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheiten gemessen ist?

Erkl. 74. Die angegebene Form für die Masszahl der abhängig Veränderlichen $L^p\,M^q\,T^r$ ergibt sich aus dem Satze, dass jede Masszahl der gemessenen Grösse proportional ist, wenn man noch beachtet, dass nach der Antwort auf die Frage 47 die Masszahl jener abhängig veränderlichen Grösse gleich 1 sein muss, sobald gleichzeitig $l = 1$, $m = 1$, $t = 1$ wird.

Umgekehrt folgt aus dem Ausdrucke $l^p \cdot m^q \cdot t^r$ für die Masszahl einer abhängig veränderlichen Grösse, sowohl, dass die Dimension der letzteren $L^p\,M^q\,T^r$ ist, als auch, dass die Masszahl sich auf die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit bezieht, indem sie den Wert 1 annimmt, wenn gleichzeitig $l = 1$, $m = 1$, $t = 1$ wird.

Antwort. Wenn die abhängig veränderliche Grösse nach der Antwort auf die Frage 44 und ebenso ihre absolute Einheit nach der Antwort auf die Frage 50 beide durch ihre Dimensionsausdrücke dargestellt werden, so ist:

$$L^p\,M^q\,T^r = l^p\,m^q\,t^r\,[L^p\,M^q\,T^r],$$

wobei unter l, m, t die in der Erkl. 58 eingeführten Masszahlen der Länge, Masse und Zeit zu verstehen sind.

Demnach kann die Masszahl einer abhängig veränderlichen Grösse in Bezug auf eine absolute Masseinheit immer in der Form des Dimensionsausdruckes:

$$l^p \cdot m^q \cdot t^r$$

durch die Masszahlen der drei unabhängig Veränderlichen dargestellt werden (siehe Erkl. 74).

Frage 52. Was versteht man unter einem $[L]$-$[M]$-$[T]$-System?

Erkl. 75. Ein $[L]$-$[M]$-$[T]$-System ist also ein Masssystem der physikalischen Grössen.

In dem Ausdrucke $[L]$-$[M]$-$[T]$-System gibt man in jedem besonderen Falle den drei ausgewählten Einheiten $[L]$, $[M]$ und $[T]$ ihre auch sonst gebräuchliche Benennung und stellt sie durch die üblichen Zeichen dar.

Antwort. Jeder Gruppe von irgend drei bestimmten Einheiten $[L]$, $[M]$, $[T]$, ist nach der Antwort auf die Frage 47 ein vollständiges System von absoluten Einheiten aller von L, M, T abhängig gemachten physikalischen Grössen zugeordnet. Dieses System von Einheiten bezeichnet man als absolutes $[L]$-$[M]$-$[T]$-System (siehe Erkl. 75).

Frage 53. Welche fundamentalen Einheiten der Länge, Masse und Zeit werden in der Physik gewöhnlich angewandt?

Erkl. 76. Man wählt also gewöhnlich:

$$[L] = 1 \text{ cm}, \; [M] = 1 \text{ g}, \; [T] = 1 \text{ sec}.$$

Ueber diese drei Fundamentaleinheiten selbst vergleiche man die Einleitung zu vorliegendem Lehrbuche.

Antwort. Gegenwärtig bedienen sich die Physiker fast ausschliesslich der drei fundamentalen Einheiten:

Centimeter, Gramm, Sekunde

für die drei unabhängig veränderlichen Grössen: Länge, Masse und Zeit (siehe Erkl. 76).

Frage 54. Wie wird das aus den Fundamentaleinheiten: Centimeter, Gramm, Sekunde hervorgehende Masssystem bezeichnet?

Antwort. Dasjenige absolute Masssystem der physikalischen Grössen, welches den drei Einheiten: Centimeter, Gramm, Sekunde zugeordnet ist, nennt

man das absolute Centimeter-Gramm-Sekunde-System und bezeichnet es abgekürzt in der Regel als das

C.-G.-S.-System.

Jede abgeleitete Einheit dieses Systems wird demgemäss als eine absolute C.-G.-S.-Einheit bezeichnet (s. Erkl. 77).

Erkl. 77. Den Abkürzungen: cm, g, sec würden die Bezeichnungen: cm-g-sec-System und cm-g-sec-Einheit entsprechen, die jedoch weniger häufig gebraucht werden.

Die Bezeichnung C.-G.-S-Einheit wird auch dann angewandt, wenn zur Bestimmung der absoluten Einheit nicht alle drei Fundamentaleinheiten: cm, g, sec erforderlich sind.

Frage 55. Kann man für sämtliche physikalischen Grössen absolute [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheiten herleiten?

Antwort. Für diejenigen Grössen, die man nicht als Funktionen von Länge, Masse und Zeit darstellen kann, lassen sich nach der Antwort auf die Frage 47 auch keine absoluten [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheiten bestimmen.

Für Grössen dieser Art wird eine nach Uebereinkommen gewählte unveränderliche Masseinheit in das [*L*]-[*M*]-*T*]-System eingeführt, die dann in Bezug auf [*L*], [*M*] und [*T*] nur die Dimension 1 haben kann (siehe Erkl. 78).

Unter den aus der Geometrie in das [*L*]-[*M*]-[*T*]-System aufgenommenen Masseinheiten ist die nicht besonders benannte „Winkeleinheit" ein Beispiel dieser Art (siehe Erkl. 79).

Erkl. 78. Diese Masseinheit ist nach der Antwort auf die Frage 45 nichts anderes, als der in das *L*-*M*-*T*-System überhaupt eingeführte unveränderliche Betrag.

Es darf nicht übersehen werden, dass gewisse absolute [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheiten von einer solchen nicht abgeleiteten Einheit abhängig sind, also nicht ausschliesslich durch [*L*], [*M*] und [*T*] bestimmt werden.

Erkl. 79. Man vergleiche die Antwort auf die Frage 17.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 101. Es soll die Dimension einer abhängig veränderlichen Grösse im *L*-*M*-*T*-System angegeben werden, die sowohl der Grösse $L^p M^q T^r$, als auch der Grösse $L^x M^y T^z$ gerade proportional ist.

Auflösung. Man erhält die Dimension:

$$L^p M^q T^r \cdot L^x M^y T^z = L^{p+x} M^{q+y} T^{r+z},$$

indem man die beiden gegebenen Dimensionsausdrücke wie zwei Produkte aus Potenzen nach den gewöhnlichen Regeln der Potenzrechnung mit einander multipliziert.

Die Richtigkeit des durch dieses rechnerische Verfahren gewonnenen Dimensionsausdruckes kann leicht ausdrücklich nachgewiesen werden, indem man *L*, *M*, *T* zuerst nur in $L^p M^q T^r$ und dann auch in $L^x M^y T^z$ abändert (siehe Erkl. 80).

Erkl. 80. Setzt man nämlich:

$$A_{11} = L_1^p M_1^q T_1^r \cdot L_1^x M_1^y T_1^z$$

$$A_{21} = L_2^p M_2^q T_2^r \cdot L_1^x M_1^y T_1^z$$

$$A_{22} = L_2^p M_2^q T_2^r \cdot L_2^x M_2^y T_2^z,$$

so ist:

$$\frac{A_{11}}{A_{21}} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^p \cdot \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^q \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^r$$

$$\frac{A_{21}}{A_{22}} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^x \cdot \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^y \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^z,$$

und aus diesen beiden Gleichungen folgt durch Multiplikation:

$$\frac{A_{11}}{A_{22}} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{p+x} \cdot \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{q+y} \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{r+z}.$$

Aufgabe 102. Es soll die Dimension einer abhängig veränderlichen Grösse im *L-M-T*-System angegeben werden, die der Grösse $L^p M^q T^r$ gerade und der Grösse $L^x M^y T^z$ umgekehrt proportional ist.

Auflösung. Die fragliche Grösse hat die Dimension:

$$\frac{L^p M^q T^r}{L^x M^y T^z} = L^{p-x} M^{q-y} T^{r-z}.$$

In ähnlicher Weise wie bei der vorhergehenden Aufgabe lässt sich auch hier die Richtigkeit dieses Dimensionsausdruckes noch besonders erweisen.

D. Ueber die Art, wie das Länge-Masse-Zeit-System in der Physik durchgeführt wird.

D₁. Das *L-M-T*-System in der Mechanik.

Anmerkung 9. Der vorliegende Abschnitt beginnt mit einigen Wiederholungen von geringem Umfange aus dem Abschnitte B, die sowohl zu Gunsten der Vollständigkeit, als auch mit Rücksicht auf die hier etwas verallgemeinerte Auffassungsweise zugelassen sind.

Flächeninhalt, Rauminhalt und Winkelgrösse dienen zwar keineswegs ausschliesslich der Mechanik als Hilfsgrössen. Da sie indessen in der Mechanik zuerst angewandt werden, so finden sie an dieser Stelle ihren natürlichen Platz.

Wenn in Bezug auf irgend welche Grössen der Ausdruck „numerisch" gebraucht wird, so ist immer von den Masszahlen der Grössen die Rede.

1) Flächeninhalt.

Frage 56. Was wird über den Flächeninhalt im *L-M-T*-System festgesetzt?

Erkl. 81. Man schliesst also:

Die absolute Einheit des Flächeninhaltes ist das Quadrat über der Längeneinheit.

Die absolute C.-G.-S.-Einheit des Flächeninhaltes ist das Quadratcentimeter; es wird mit cm^2 bezeichnet.

Antwort. Der Länge L wird der Flächeninhalt des über L gezeichneten Quadrates zugeordnet.

Die Dimension des Flächeninhaltes ist daher:

$$L^2$$

(siehe Erkl. 81).

2) Rauminhalt.

Frage 57. Was wird über den Rauminhalt im *L-M-T*-System festgesetzt?

Erkl. 82. Man schliesst weiter:

Die absolute Einheit des Rauminhaltes ist der Inhalt des Würfels, dessen Kante die Längeneinheit ist.

Die absolute C.-G.-S.-Einheit des Rauminhaltes ist das Kubikcentimeter; es wird mit cm^3 bezeichnet.

Antwort. Der Länge L wird der Inhalt des Würfels zugeordnet, dessen Kantenlänge L ist.

Die Dimension des Rauminhaltes ist daher:

$$L^3$$

(siehe Erkl. 82).

3) Winkelgrösse.

Frage 58. Wie wird die Winkelgrösse im L-M-T-System behandelt?

Erkl. 83. Folgerichtig wird auch bei der Definition derjenigen absoluten Einheiten, die überhaupt von der Winkelgrösse abhängig sind, die bezeichnete „Winkeleinheit“ zu Grunde gelegt.

Selbstverständlich tritt dieselbe „Winkeleinheit“ auch im C.-G.-S.-System neben den drei Bestimmungsstücken: Centimeter, Gramm, Sekunde als viertes Bestimmungsstück auf.

Antwort. Die Winkelgrösse ist nicht abhängig veränderlich. Daher wird ihr im L-M-T-System ein unveränderlicher Betrag beigelegt und die Dimension 1 zugeschrieben.

Es ist üblich, als unveränderlichen Betrag in das L-M-T-System die unbenannte „Winkeleinheit“ einzuführen. Diese wird in einem beliebigen Kreise durch denjenigen Centriwinkel dargestellt, dessen Bogen dem Kreisradius an Länge gleich ist (s. Erkl. 83).

---

4) Geschwindigkeit.

Frage 59. Welche Bestimmungen gelten in Bezug auf die Geschwindigkeit im L-M-T-System?

Erkl. 84. Ihre absolute Einheit ist diejenige Geschwindigkeit, mit der die Längeneinheit in der Zeiteinheit zurückgelegt wird.

Ihre C.-G.-S.-Einheit ist die Geschwindigkeit, mit der 1 cm Weg in 1 sec Zeit zurückgelegt wird. Diese wird mit $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ oder cm sec^{-1} bezeichnet.

Antwort. Die Geschwindigkeit, mit der die Länge L in der Zeit T zurückgelegt wird, ist vollständig bestimmt.

Sie ändert sich gerade proportional der Länge L und umgekehrt proportional der Zeit T.

Ihre Dimension ist daher:

$$\frac{L}{T} \text{ oder } LT^{-1}$$

(siehe Erkl. 84).

Sie ist numerisch gleich dem Verhältnisse des mit ihr zurückgelegten Weges zur verbrauchten Zeit oder gleich dem mit ihr in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege.

---

5) Beschleunigung.

Frage 60. Was wird über die Beschleunigung im L-M-T-System festgesetzt?

Erkl. 85. Ihre absolute Einheit ist diejenige Beschleunigung, durch welche in der Zeiteinheit die absolute Einheit der Geschwindigkeit gewonnen wird.

Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist diejenige Beschleunigung, durch welche in 1 sec Zeit $1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ Geschwindigkeit gewonnen wird. Diese wird mit:

$$\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \text{ oder cm sec}^{-2}$$

bezeichnet.

Antwort. Die Beschleunigung, durch welche die Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ in der Zeit T gewonnen wird, hat einen völlig bestimmten Betrag, der sich gerade proportional jener Geschwindigkeit und umgekehrt proportional dieser Zeit ändert.

Ihre Dimension ist also:

$$\frac{L}{T^2} \text{ oder } LT^{-2}$$

(siehe Erkl. 85).

Sie ist numerisch gleich: 1) der in der Zeiteinheit gewonnenen Geschwindig-

Man bemerke noch, dass man auch sagen kann, die Beschleunigung sei numerisch gleich dem Verhältnisse der durch sie gewonnenen Geschwindigkeit zu der Zeit, in der diese gewonnen wurde.

keit; 2) dem Wege, der in der Zeiteinheit mit derjenigen Geschwindigkeit zurückgelegt wird, die in der Zeiteinheit gewonnen wurde.

6) Kraft.

Frage 61. Welche Bestimmungen werden in Bezug auf die Kraft im *L-M-T*-System getroffen?

Erkl. 86. Ihre absolute Einheit ist diejenige Kraft, welche an der Masseneinheit die Einheit der Beschleunigung hervorbringt.

Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist die Kraft, welche an 1 g Masse die Beschleunigung $1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ hervorbringt. Sie wird mit $\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$ oder cm g sec^{-2} bezeichnet und Dyn genannt.

Zuweilen setzt man auch:

$$10^6 \text{ Dyn} = 1 \text{ Megadyn}.$$

Das Wort „Megadyn“ ist mit Hilfe des griechischen Wortes μέγας, d. h. „gross“, gebildet.

Antwort. Die Kraft, welche an der Masse M die Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$ hervorbringt, hat eine völlig bestimmte Grösse.

Sie ändert sich proportional sowohl der Masse M, als auch der Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$.

Ihre Dimension ist demnach:

$$\frac{LM}{T^2} \text{ oder } LMT^{-2}$$

(siehe Erkl. 86).

Sie ist numerisch gleich dem Produkte aus der beschleunigten Masse und der an dieser hervorgebrachten Beschleunigung oder der ihr in der Zeiteinheit erteilten Geschwindigkeit.

Frage 62. Was versteht man unter einem Poundal?

Erkl. 87. Diese absolute Krafteinheit enthält 13825 Dyn.

Nach der Einleitung zu diesem Lehrbuche ist nämlich:

$$1 \text{ Englischer Fuss} = 30{,}479 \text{ cm}$$
$$1 \text{ Englisches Pfund} = 453{,}59 \text{ g}$$

und somit:

$$1 \text{ Poundal} = \frac{30{,}479 \text{ cm } 453{,}59 \text{ g}}{\text{sec}^2}$$
$$= 30{,}479 \cdot 453{,}59 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$
$$= 13825 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Antwort. Als Poundal bezeichnet man die englische absolute Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der Kraft:

$$\frac{\text{Engl. Fuss Engl. Pfund}}{\text{sec}^2}.$$

Es ist also diejenige Kraft, welche an der Masse des englischen Pfundes die Beschleunigung $1 \frac{\text{Engl. Fuss}}{\text{sec}^2}$ hervorbringt (siehe Erkl. 87).

7) Intensität des Gravitationsfeldes.

Frage 63. Was ist ein Gravitationsfeld?

Erkl. 88. Das nächstliegende Beispiel ist das Gravitationsfeld der Erde.

Die von der Erde ausgeübte Gravitationskraft wird vorwiegend als Schwerkraft bezeichnet.

Antwort. Der ganze Raum, in welchem sich die von einem Himmelskörper ausgeübte Anziehung der Massen bemerkbar macht, ist das Gravitationsfeld des Himmelskörpers.

Das Wort „Gravitation“ ist von dem lateinischen Worte gravitas, d. h. „Schwere“, abgeleitet.

Ausser demjenigen Teile des Gravitationsfeldes, der den Himmelskörper umgibt, gehört dazu auch das in seinem Inneren bestehende Kraftfeld (siehe Erkl. 88).

Frage 64. Was versteht man unter der Intensität des Gravitationsfeldes?

Erkl. 89. Für das Gravitationsfeld der Erde bedeutet also der Ausdruck: Intensität des Gravitationsfeldes nichts anderes als: Intensität der Schwere.

Antwort. Der Ausdruck: Intensität des Gravitationsfeldes ist lediglich eine Abkürzung für: Intensität oder Stärke der Anziehung in einem Gravitationsfelde (siehe Erkl. 89).

Frage 65. Durch welche Stücke wird die Intensität des Gravitationsfeldes als abhängig veränderliche Grösse in das L-M-T-System eingeführt?

Erkl. 90. Man hat sich also, streng genommen, die Masse M in einem Punkte, d. h. in Gestalt eines sog. Massenpunktes zu denken.

Antwort. Die Intensität des Gravitationsfeldes ist für einen Ort (Punkt) in diesem Kraftfelde vollständig bestimmt, wenn daselbst auf die Masse M die Anziehungskraft $\frac{LM}{T^2}$ ausgeübt wird (siehe Erkl. 90).

Frage 66. Welche Dimension hat die Intensität des Gravitationsfeldes im L-M-T-System?

Erkl. 91. Wenn zwei physikalische Grössen dieselbe Dimension haben, so bedeutet das allgemein nur, dass sie nach ein und demselben Gesetze von L, M, T abhängig sind. Welche weitere Beziehung zwischen beiden Grössen besteht, ist in jedem Falle besonders zu untersuchen.

Hier liegt offenbar die sehr einfache Beziehung vor, dass an einem Orte des Gravitationsfeldes die Intensität $\frac{L}{T^2}$ herrscht, wenn die Gravitation daselbst an jeder Masse die Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$ hervorbringt.

Antwort. Die Intensität des Gravitationsfeldes, bei der auf die Masse M die anziehende Kraft $\frac{LM}{T^2}$ wirkt, ist dieser Kraft gerade und jener Masse umgekehrt proportional.

Ihre Dimension ist daher:

$$\frac{LM}{T^2} : M = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}.$$

Die Intensität des Gravitationsfeldes hat also die Dimension der Beschleunigung (siehe Erkl. 91). Sie wird zuweilen auch wohl als die beschleunigende Kraft der Gravitation bezeichnet.

Frage 67. Wie wird die absolute $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Intensität des Gravitationsfeldes festgesetzt?

Erkl. 92. Für das Gravitationsfeld der Erde, ganz besonders aber für die an der Erdoberfläche liegenden Punkte desselben, wird die auf diese absolute Einheit bezogene

Antwort. Aus der Antwort auf die Frage 65 folgt:

An einem Orte des Gravitationsfeldes besteht die absolute Einheit der Intensität, wenn die Gravitation daselbst die Einheit der Masse mit der abso-

Masszahl der Intensität der Schwere gewöhnlich mit dem Buchstaben g bezeichnet, so dass immer:

$$\frac{L}{T^2} = g\left[\frac{L}{T^2}\right]$$

ist.

Erkl. 93. Es ist wohl zu beachten, dass ausserdem die Erkl. 91 lehrt:
Die Intensität des Gravitationsfeldes ist numerisch gleich der von der Gravitation an einer beliebigen Masse hervorgebrachten Beschleunigung.

luten Einheit der Kraft angreift (siehe Erkl. 92).

Wird die Intensität der Gravitation mit dieser Einheit gemessen, so schliesst man weiter aus der Antwort auf die Frage 66:

Die Intensität des Gravitationsfeldes ist numerisch gleich dem Verhältnisse der Anziehungskraft zur angezogenen Masse; oder mit anderen Worten:

Die Intensität des Gravitationsfeldes ist numerisch gleich der auf die Masseneinheit wirkenden Anziehungskraft (siehe Erkl. 93).

Frage 68. Wie wird die absolute C.-G.-S.-Einheit der Intensität des Gravitationsfeldes definiert?

Erkl. 94. Die Bezeichnung $\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$ wird gelesen: Dyn pro Gramm oder Dyn per Gramm. Da die als Dyn bezeichnete Kraft nichts anderes ist als: $\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$, so ist:

$$\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}} = \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} : \text{g} = \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

Antwort. Die Antwort auf die vorhergehende Frage lehrt:

An einem Orte des Gravitationsfeldes besteht die absolute C.-G.-S.-Einheit der Intensität, wenn daselbst auf 1 g Masse 1 Dyn Anziehungskraft wirkt.

Diese Einheit wird mit:

$$\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}} \text{ oder } \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

bezeichnet (siehe Erkl. 94).

Anmerkung 10. Die Intensität der Schwere im Gravitationsfelde der Erde ist nur für Punkte an der Erdoberfläche genauer bekannt. Hier beträgt sie am Aequator rund $978\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, an den Polen $983\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, in mittleren Breiten $981\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Der letztere Betrag wird angenommen, wo nicht ausdrücklich ein anderer bezeichnet ist; mit anderen Worten: die Intensität der Schwere an der Erdoberfläche wird in der Regel stillschweigend zu $981\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$ gerechnet werden.

(Gelöste Aufgaben 103 bis 126.)

7a) Beziehung zwischen dem Gravitations- oder Schweremass der Kraft und der absoluten Krafteinheit.

Frage 69. Was versteht man unter dem Gravitations- oder Schweremass der Kraft?

Erkl. 95. Dabei wird stillschweigend unter Schwere einer Masseneinheit ihre Schwere an der Erdoberfläche verstanden.

Antwort. Diejenige Krafteinheit, welche durch die Schwere einer Masseneinheit dargestellt wird, bezeichnet man als ein Gravitations- oder Schweremass der Kraft (siehe Erkl. 95).

Frage 70. Wovon ist das Schweremass der Kraft abhängig?

Antwort. Das Schweremass der Kraft hängt einerseits von der zu

Grunde gelegten **Masseneinheit**, andererseits von der **Intensität der Schwere** an der Erdoberfläche ab (siehe Erkl. 96).

Erkl. 96. Es ist jedem dieser beiden Bestimmungsstücke gerade proportional.

Frage 71. Wie wird das Schweremass der Kraft **bezeichnet**?

Antwort. Die Schwereeinheit der Kraft wird durch die **Gewichtseinheit** bezeichnet, die auch zur Angabe der Masseneinheit dient (siehe Erkl. 97).

Es kommen vorwiegend in Betracht die Krafteinheiten: **Gramm, Kilogramm, englisches Pfund.**

Erkl. 97. Diese Bezeichnung ist nach der Antwort auf die Frage 70 durch Angabe der Intensität der Schwere zu ergänzen.

Wo diese Angabe fehlt, soll die Intensität der Schwere nach der Anmerkung 10 zu $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ angenommen werden.

Frage 72. Welche Beziehung besteht zwischen dem der Masseneinheit $[M]$ zugeordneten **Schweremass** der Kraft und der **absoluten** $[L]$-$[M]$-$[T]$-**Einheit** derselben?

Antwort. Ist die Intensität der Schwere gleich:

$$g\left[\frac{L}{T^2}\right],$$

so ist die der Masseneinheit $[M]$ zugeordnete Schwereeinheit der Kraft gleich:

$$g\left[\frac{L}{T^2}\right][M] = g\left[\frac{LM}{T^2}\right],$$

wie sich aus der Erkl. 91 ergibt (siehe Erkl. 98).

Erkl. 98. Ist insbesondere die Intensität der Schwere gleich:

$$g \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2},$$

so ist:

1 Gramm Kraft $=$ g Dyn
1 Kilogramm Kraft $=$ 1000 g Dyn
1 Engl. Pfund Kraft $=$ 453,59 g Dyn.

(Gelöste Aufgaben 127 bis 137.)

---

8) Bewegungsgrösse.

Frage 73. Wodurch ist die **Bewegungsgrösse** eines Körpers bestimmt?

Antwort. Einem Körper von der **Masse** M und der **Geschwindigkeit** $\frac{L}{T}$ wird eine durch diese beiden Stücke bestimmte Bewegungsgrösse zugeschrieben (siehe Erkl. 99).

Erkl. 99. Statt Bewegungsgrösse sagt man auch: Bewegungs**menge**, Bewegungs**quantität**, Bewegungs**moment**.

Frage 74. Welche Dimension hat die Bewegungsgrösse im L-M-T-System?

Antwort. Es wird festgesetzt, dass die Bewegungsgrösse eines Körpers sowohl seiner Masse M als auch seiner Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ proportional sein soll.

Daher ist die **Dimension** der Bewegungsgrösse:

$$\frac{L}{T} \cdot M = \frac{LM}{T} = LMT^{-1}.$$

Frage 75. Wie ist die absolute Einheit der Bewegungsgrösse festzustellen?

Erkl. 100. Wird umgekehrt gefordert, dass die Bewegungsgrösse numerisch gleich dem Produkte aus der Masse und ihrer Geschwindigkeit sein soll, so folgt daraus sowohl die Dimension als auch die absolute Einheit der Bewegungsgrösse.

Antwort. Wenn die Masseneinheit sich mit der absoluten Einheit der Geschwindigkeit bewegt, so ist ihr die absolute Einheit der Bewegungsgrösse zuzuschreiben.

Wird mit dieser Einheit gemessen, so ist die Bewegungsgrösse numerisch gleich dem Produkte aus der Masse und ihrer Geschwindigkeit (siehe Erkl. 100).

Frage 76. Wie wird die absolute C.-G.-S.-Einheit der Bewegungsgrösse definiert?

Erkl. 101. Diese Einheit wird durch das Zeichen:

$$\frac{\text{cm g}}{\text{sec}} \text{ oder cm g sec}^{-1}$$

dargestellt.

Antwort. Wenn 1 g Masse sich mit der Geschwindigkeit von $1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ bewegt, so besitzt sie die absolute C.-G.-S.-Einheit der Bewegungsgrösse (siehe Erkl. 101).

Frage 77. In welcher Beziehung steht die Kraft zur Bewegungsgrösse?

Erkl. 102. Die Kraft LMT^{-2} bringt an der Masse M die Beschleunigung LT^{-2} hervor; sie erteilt also der Masse M in der Zeit T die Geschwindigkeit LT^{-1} oder die Bewegungsgrösse LMT^{-1}.

Antwort. Die Kraft:

$$\frac{LM}{T^2}$$

bringt in der Zeit T die Bewegungsgrösse:

$$\frac{LM}{T}$$

hervor (siehe Erkl. 102).

Frage 78. Wie kann die Kraft durch die Bestimmungsstücke: Bewegungsgrösse und Zeit in das *L-M-T*-System eingeführt werden?

Erkl. 103. Mit dieser Einheit gemessen, ist die Kraft numerisch gleich dem Verhältnisse der von ihr hervorgebrachten Bewegungsgrösse zu der Zeit, in der letztere hervorgebracht wurde, oder gleich der von ihr in der Zeiteinheit hervorgebrachten Bewegungsgrösse.

Erkl. 104. Die absoluten Einheiten der Kraft, zu denen man so gelangt, sind nach der Antwort auf die Frage 77 mit den früher definierten von gleichem Betrage.

Antwort. Die Einführung kann in folgender Weise stattfinden.

Die Kraft, welche die Bewegungsgrösse LMT^{-1} in der Zeit T hervorbringt, ist jener Bewegungsgrösse gerade und dieser Zeit umgekehrt proportional. Ihre Dimension ist daher:

$$\frac{LM}{T} : T = \frac{LM}{T^2}.$$

Ihre absolute Einheit ist diejenige Kraft, welche in der Zeiteinheit die absolute Einheit der Bewegungsgrösse hervorbringt (siehe Erkl. 103).

Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist die Kraft, die in 1 sec Zeit $1 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$ Bewegungsgrösse hervorbringt (s. Erkl. 104).

Frage 79. Wie kann umgekehrt die Bewegungsgrösse durch die Bestimmungsstücke: Kraft und Zeit in das L-M-T-System eingeführt werden?

Erkl. 105. Mit Rücksicht darauf, dass die Bewegungsgrösse von jener Kraft in einer gewissen Zeit hervorgebracht werden kann, ist sie auch wohl als der Zeiteffekt oder der Antrieb der Kraft bezeichnet worden.

Erkl. 106. Bei Anwendung dieser Einheit ist die Bewegungsgrösse numerisch gleich dem Produkte aus der Kraft, durch welche, und der Zeit, in welcher sie hervorgebracht wurde.

Erkl. 107. Die nebenstehenden Definitionen führen nach der Antwort auf die Frage 77 zu den früher bereits festgesetzten absoluten Einheiten der Bewegungsgrösse.

Antwort. Diese Einordnung ist in folgender Weise möglich.

Die Bewegungsgrösse, welche von der Kraft LMT^{-2} in der Zeit T hervorgebracht wird, ist sowohl jener Kraft als auch dieser Zeit proportional (siehe Erkl. 105). Ihre Dimension ist daher:

$$\frac{LM}{T^2} \cdot T = \frac{LM}{T}.$$

Ihre absolute Einheit ist diejenige Bewegungsgrösse, welche von der absoluten Krafteinheit in der Zeiteinheit hervorgebracht wird (siehe Erkl. 106).

Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist die Bewegungsgrösse, welche durch 1 Dyn Kraft in 1 sec Zeit hervorgebracht wird (siehe Erkl. 107).

(Gelöste Aufgaben 138 bis 147.)

---

9) Mechanische Arbeit.

Frage 80. Wann sagt man von einer Kraft, dass sie mechanische Arbeit leiste, und wann wird von einer Kraft ausgesagt, dass sie mechanische Arbeit verbrauche?

Erkl. 108. Bildet die Kraftrichtung mit der Bewegungsrichtung einen Winkel, so zerlege man die Kraft nach dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte in eine Komponente, die zur Bewegungsrichtung senkrecht ist, und eine andere, die mit ihr gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist. Von der ersteren Komponente sagt man dann, dass sie weder Arbeit leiste, noch Arbeit verbrauche. Es ist also nur die zweite Komponente in Betracht zu ziehen.

Antwort. Wenn der Angriffspunkt einer Kraft eine Wegstrecke zurücklegt, so sagt man, die angreifende Kraft leiste auf der Strecke mechanische Arbeit, falls die Kraftrichtung mit der Bewegungsrichtung zusammenfällt. Dagegen sagt man, die Kraft verbrauche auf der Strecke mechanische Arbeit, wenn die Kraftrichtung der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist (siehe Erkl. 108).

Das einfachste Beispiel ist die Arbeitsleistung der Schwerkraft an einem Körper, der sich vertikal abwärts bewegt; der Angriffspunkt der Kraft ist der Schwerpunkt des Körpers. Bei vertikal aufwärts gerichteter Bewegung findet Arbeitsverbrauch durch die Schwerkraft statt.

Frage 81. Welche Stücke vermitteln die Einordnung der mechanischen Arbeit in das L-M-T-System?

Antwort. Die mechanische Arbeit wird vollständig bestimmt durch die Kraft LMT^{-2}, welche Arbeit leistet oder verbraucht, und die Wegstrecke L,

Erkl. 109. Unter LMT^{-2} ist die nach der Vorschrift in der Erkl. 108 bestimmte Komponente zu verstehen, wenn die Kraftrichtung mit der Bewegungsrichtung einen Winkel bildet.

auf der die Leistung oder der Verbrauch stattfindet (siehe Erkl. 109).

Frage 82. Welche Dimension hat die mechanische Arbeit im L-M-T-System?

Antwort. Man bestimmt, dass die von der Kraft LMT^{-2} auf der Wegstrecke L geleistete oder verbrauchte Arbeit sowohl der Kraft als auch der Wegstrecke proportional sein soll.

Daher ist die Dimension der mechanischen Arbeit:

$$\frac{LM}{T^2} \cdot L = \frac{L^2 M}{T^2} = L^2 M T^{-2}.$$

Frage 83. Wie hat man die absolute Einheit der mechanischen Arbeit zu bestimmen?

Erkl. 110. Häufig stellt man von vornherein die Forderung, dass die mechanische Arbeit dem Produkte aus der Kraft und dem zurückgelegten Wege numerisch gleich sein soll. Aus dieser Forderung folgt dann sowohl die hierneben aufgestellte Dimension als auch die Festsetzung der absoluten Einheit der Arbeit.

Antwort. Die Arbeit, welche von der absoluten Einheit der Kraft auf einer Wegstrecke von der Längeneinheit geleistet oder verbraucht wird, stellt die absolute Einheit der mechanischen Arbeit dar.

Mit der absoluten Einheit gemessen, ist die mechanische Arbeit numerisch gleich dem Produkte aus der Kraft und dem zurückgelegten Wege (s. Erkl. 110).

Frage 84. Welche Definition ergibt sich für die absolute C.-G.-S.-Einheit der mechanischen Arbeit?

Erkl. 111. Hier und da wird auch wohl die Arbeitseinheit Megaerg gebraucht, indem man:

$$1 \text{ Megaerg} = 10^6 \text{ Erg}$$

setzt. Man kann sagen, dass 1 Megaerg Arbeit durch 1 Megadyn Kraft auf einer Strecke von 1 cm Länge geleistet oder verbraucht wird.

Das Wort Erg ist von dem griechischen Worte ἔργον, d. h. „Werk“ oder „Arbeit“, hergenommen.

Antwort. Die Arbeit, welche durch 1 Dyn Kraft auf einer Strecke von 1 cm Länge geleistet oder verbraucht wird, stellt die absolute C.-G.-S.-Einheit der mechanischen Arbeit dar.

Diese Einheit wird durch das Zeichen:

$$\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} \text{ oder } \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$$

dargestellt und auch als das Erg bezeichnet (siehe Erkl. 111).

Frage 85. Was versteht man unter einem Joule?

Erkl. 112. Die Bezeichnung ist zu Ehren des hervorragenden englischen Physikers Joule gewählt. James Prescott Joule, geb. am 24. Dezember 1818, war Bierbrauer in Salford bei Manchester. Unter den Experimentaluntersuchungen, durch die er die Physik förderte,

Antwort. Das Joule ist diejenige Arbeitseinheit, welche durch die Bestimmung:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}$$

festgesetzt ist (siehe Erkl. 112).

In demjenigen Teile dieses Lehrbuches, der über die elektrischen

sind jene grundlegend gewesen, welche sich auf die durch mechanische Arbeit hervorgebrachte Wärme und auf die Wärmewirkungen des elektrischen Stromes beziehen. Er starb am 11. Oktober 1889 in dem Städtchen Sale bei Manchester.

Grössen handelt, wird angegeben werden, wodurch die Einführung dieser Arbeitseinheit veranlasst worden ist. Sie kann vorläufig als willkürlich gewähltes Vielfaches der absoluten C.-G.-S.-Einheit angesehen werden. Man bemerkt aber auch leicht, dass:

$$1 \text{ Joule} = 1 \frac{\text{m}^2 \text{ kg}}{\text{sec}^2}$$

ist.

(Gelöste Aufgaben 148 bis 154.)

9a) Beziehung zwischen dem Gravitations- oder Schweremass und der absoluten Einheit der mechanischen Arbeit.

Frage 86. Was versteht man unter dem Gravitations- oder Schweremass der mechanischen Arbeit?

Erkl. 113. Es kommen hauptsächlich in Betracht:

1) das Kilogrammmeter oder Meterkilogramm, geleistet oder verbraucht von 1 kg Kraft auf 1 m Weg, bezeichnet mit kgm oder mkg;
2) das englische Fusspfund, geleistet oder verbraucht von 1 engl. Pfund Kraft auf 1 engl. Fuss Weg.

Zuweilen wird auch wohl das Grammcentimeter oder Centimetergramm gebraucht, d. h. die von 1 g Kraft auf 1 cm Weg geleistete oder verbrauchte Arbeit.

Antwort. Die Arbeit, welche von der in der Antwort auf die Frage 69 definierten Schwereeinheit der Kraft auf der Längeneinheit des Weges geleistet oder verbraucht wird, bezeichnet man als Gravitations- oder Schweremass der mechanischen Arbeit.

Jede Schwereeinheit der Arbeit wird nach den Einheiten der Kraft und der Länge benannt (siehe Erkl. 113).

Auch in Bezug auf die Schwereeinheit ist die mechanische Arbeit numerisch gleich dem Produkte aus der Kraft und dem zurückgelegten Wege.

Frage 87. Wie führt man das Schweremass der mechanischen Arbeit auf absolutes Mass zurück?

Antwort. Man stellt zunächst die Schwereeinheit der Kraft nach der Antwort auf die Frage 72 in absoluten Einheiten dar und bildet dann den Ausdruck für die mechanische Arbeit nach der Antwort auf die Frage 82.

Frage 88. In welchem Verhältnisse stehen die Arbeitseinheiten: Meterkilogramm, englisches Fusspfund und Centimetergramm zum Erg?

Erkl. 114. Nach der Antwort auf die Frage 87 findet man für die in Rede stehenden drei Arbeitseinheiten der Reihe nach:

$$g \frac{\text{cm kg m}}{\text{sec}^2}$$

Antwort. Wenn die Intensität der Schwere:

$$g \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

beträgt, so ist (siehe Erkl. 114):

1 Meterkilogramm $= 10^5 \cdot g$ Erg
1 Engl. Fusspfund $= 13825 \cdot g$ Erg
1 Centimetergramm $= g$ Erg.

$$g\,\frac{\text{cm engl. Pfund engl. Fuss}}{\text{sec}^2}$$

$$g\,\frac{\text{cm g cm}}{\text{sec}^2}.$$

(Gelöste Aufgaben 155 bis 164.)

10) Intensität der Arbeitsleistung.

Frage 89. Wie wird die Intensität der Arbeitsleistung bestimmt?

Erkl. 115. Statt Intensität der Arbeitsleistung oder Arbeitsintensität sagt man auch oft Effekt.

Antwort. Die Arbeitsintensität, bei der die mechanische Arbeit L^2MT^{-2} in der Zeit T geleistet wird, ist vollständig bestimmt (siehe Erkl. 115).

Frage 90. Welche Dimension hat die Intensität der Arbeitsleistung im *L-M-T*-System?

Antwort. Die Intensität der Arbeitsleistung soll der geleisteten Arbeit L^2MT^{-2} gerade und der Zeit, in der diese geleistet wurde, umgekehrt proportional sein.

Die Dimension der Arbeitsintensität ist daher:

$$\frac{L^2M}{T^2}:T=\frac{L^2M}{T^3}\doteq L^2MT^{-3}.$$

Frage 91. Wie wird die absolute Einheit der Arbeitsintensität festgesetzt?

Erkl. 116. Wird von vornherein festgesetzt, dass die Intensität der Arbeitsleistung numerisch gleich dem Verhältnisse der geleisteten Arbeit zur Arbeitszeit oder gleich der in der Zeiteinheit geleisteten Arbeit sein soll, so ist damit die Dimension und die abgeleitete Einheit der Arbeitsintensität eindeutig bestimmt.

Antwort. Diejenige Intensität der Arbeitsleistung, bei der in der Zeiteinheit die absolute Einheit der mechanischen Arbeit geleistet wird, stellt die absolute Einheit dieser Intensität dar.

In Bezug auf diese Einheit ist die Intensität der Arbeitsleistung numerisch gleich dem Verhältnisse der geleisteten Arbeit zu der Zeit, in der diese geleistet wurde, oder gleich der in der Zeiteinheit geleisteten Arbeit (siehe Erkl. 116).

Frage 92. Welche Definition ergibt sich für die absolute C.-G.-S.-Einheit der Arbeitsintensität?

Erkl. 117. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}$$

oder durch:

$$\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}\ \text{oder}\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-3}$$

darzustellen.

Antwort. Die Arbeitsintensität, bei der in der Sekunde 1 Erg Arbeit geleistet wird, hat den Betrag der absoluten C.-G.-S.-Einheit dieser Intensität (siehe Erkl. 117).

Dem entsprechend wird letztere auch wohl als das Sekundenerg bezeichnet.

Frage 93. Was ist ein Watt?

Antwort. Das Watt ist diejenige Einheit der Arbeitsintensität, deren Festsetzung in der Gleichung:

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}$$

enthalten ist (siehe Erkl. 118).

Auch diese Einheit kann, wie die als Joule bezeichnete Arbeitseinheit, vorläufig als willkürlich gewähltes Vielfaches der absoluten C.-G.-S.-Einheit angesehen werden. Bei der Behandlung der elektrischen Grössen wird auch über das Watt weitere Aufklärung gegeben werden.

Da nach der Antwort auf die Frage 85:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg}$$

ist, so schliesst man, dass:

$$1 \text{ Watt} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Sekunde}}$$

ist.

Erkl. 118. Die Bezeichnung ehrt den Namen des berühmten Erfinders Watt.

James Watt wurde am 19. Januar 1736 zu Greenock in Schottland geboren. Die wichtigsten unter den vielen Erfindungen, die man ihm verdankt, beziehen sich auf die Dampfmaschine. Die heute angewandte Maschine ist im wesentlichen noch die von ihm erfundene. Er starb am 19. August 1819 in Heathfield bei Birmingham. England hat ihm in der Westminsterabtei eine Statue errichtet.

Frage 94. Wie kann die Intensität der Arbeitsleistung durch die Bestimmungsstücke: Kraft und Geschwindigkeit in das L-M-T-System eingeführt werden?

Antwort. Die Intensität der Arbeitsleistung ist sowohl der Arbeit leistenden Kraft LMT^{-2} als auch der Geschwindigkeit LT^{-1}, mit der sich der Angriffspunkt der Kraft bewegt, proportional (siehe Erkl. 119).

Ihre Dimension ist also:

$$\frac{LM}{T^2} \cdot \frac{L}{T} = \frac{L^2 M}{T^3}.$$

Die absolute Krafteinheit arbeitet mit der absoluten Einheit der Intensität, wenn ihr Angriffspunkt sich mit der absoluten Einheit der Geschwindigkeit bewegt (siehe Erkl. 120).

Ein Dyn Kraft arbeitet mit der absoluten C.-G.-S.-Einheit der Intensität, wenn der Angriffspunkt sich mit der Geschwindigkeit cm sec^{-1} bewegt (siehe Erkl. 121).

Erkl. 119. Wenn die Strecke L, auf der in der Zeit T die Kraft LMT^{-2} Arbeit leistet, nicht mit der unveränderlichen Geschwindigkeit LT^{-1} zurückgelegt wird, so ist auch die Intensität der Arbeitsleistung nicht konstant.

Erkl. 120. In Bezug auf diese Einheit ist die Arbeitsintensität numerisch gleich dem Produkte aus der arbeitenden Kraft und der Geschwindigkeit des Angriffspunktes oder dem in der Zeiteinheit vom Angriffspunkte zurückgelegten Wege.

Erkl. 121. Die so definierten absoluten Einheiten der Arbeitsintensität unterscheiden sich im Betrage nicht von den früher definierten.

(Gelöste Aufgaben 165 bis 171.)

10a) Beziehung zwischen dem Gravitations- oder Schweremass und der absoluten Einheit der Arbeitsintensität.

Frage 95. Was versteht man unter dem Gravitations- oder Schweremass der Arbeitsintensität?

Erkl. 122. Es kommen hauptsächlich in Betracht:

1) die Intensitätseinheit, bei der 1 mkg in 1 sec geleistet wird: $\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Sekunde}}$;
2) die Intensitätseinheit, bei der 1 engl. Fusspfund in der Sekunde geleistet wird: $\frac{\text{engl. Fusspfund}}{\text{Sekunde}}$;
3) die Intensitätseinheit, bei der 75 mkg in 1 sec geleistet werden: die Pferdekraft;
4) die Intensitätseinheit, bei der 550 engl. Fusspfund in der Sekunde geleistet werden: die englische Pferdekraft.

Antwort. Man sagt, dass die Intensität der Arbeitsleistung eine Gravitations- oder Schwereeinheit betrage, wenn in der Zeiteinheit die in der Antwort auf die Frage 86 festgesetzte Schwereeinheit der mechanischen Arbeit geleistet wird (siehe Erkl. 122).

Auch in Bezug auf diese Einheit ist die Arbeitsintensität numerisch gleich dem Verhältnisse der geleisteten Arbeit zur Arbeitszeit oder gleich der in der Zeiteinheit geleisteten Arbeit.

Dieselbe Einheit der Arbeitsintensität kann auch aufgefasst werden als die Intensität, mit der die Schwereeinheit der Kraft arbeitet, wenn ihr Angriffspunkt sich mit der Einheit der Geschwindigkeit bewegt. Die Arbeitsintensität ist dementsprechend numerisch auch hier darstellbar als das Produkt aus der Arbeit leistenden Kraft und der Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes.

Frage 96. Wie ist das Schweremass der Arbeitsintensität auf absolutes Mass zurückzuführen?

Antwort. Man stellt zunächst die Schwereeinheit der mechanischen Arbeit nach der Antwort auf die Frage 87 in absoluten Einheiten dar und bildet dann den Dimensionsausdruck für die Arbeitsintensität nach der Antwort auf die Frage 90.

Frage 97. In welchem Verhältnisse stehen die Einheiten der Arbeitsintensität:

$1\,\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Sekunde}}$, $1\,\frac{\text{engl. Fusspfund}}{\text{Sekunde}}$,

1 Pferdekraft, 1 engl. Pferdekraft zur absoluten C.-G.-S.-Einheit der Arbeitsintensität?

Antwort. Wenn die Intensität der Schwere:

$$g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

beträgt, so ist nach der Antwort auf die Frage 88:

$$1\,\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Sekunde}} = 10^5\cdot g\,\frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}$$

$$1\,\frac{\text{engl. Fusspfund}}{\text{Sekunde}} = 13825\cdot g\,\frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}$$

$$1\ \text{Pferdekraft} = 75\cdot 10^5\cdot g\,\frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}$$

$$1\ \text{engl. Pferdekraft} = 76\cdot 10^5\cdot g\,\frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}.$$

(Gelöste Aufgaben 172 bis 177.)

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich**, **ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen**, **das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium**, **das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.



Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

911. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen.

Forts. v. Heft 910. — Seite 49—64.



Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 910. — Seite 49—64.

Inhalt:

Stuttgart 1891.

Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle** Teile der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen geben.**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

11) Lebendige Kraft.

Frage 98. Von welchen Bestimmungsstücken hängt die lebendige Kraft eines Körpers ab?

Antwort. Die lebendige Kraft eines Körpers wird bestimmt durch seine Masse M und seine Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$.

Frage 99. Welche Dimension hat die lebendige Kraft im L-M-T-System?

Erkl. 123. Nach der Antwort auf die Frage 82 hat somit die lebendige Kraft dieselbe Dimension wie die mechanische Arbeit. Diese beiden Grössen sind also nach ein und demselben Gesetze von den Fundamentalgrössen L, M, T abhängig. Ueber ihre weitere Beziehung zu einander gibt die Antwort auf die Frage 103 Auskunft.

Antwort. Die lebendige Kraft eines Körpers soll sowohl seiner Masse M als auch dem Quadrate seiner Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ gerade proportional sein.

Die Dimension der lebendigen Kraft ist also:

$$\frac{L^2}{T^2} \cdot M = \frac{L^2 M}{T^2} = L^2 M T^{-2}$$

(siehe Erkl. 123).

Frage 100. Wie ist die absolute Einheit der lebendigen Kraft festzusetzen?

Erkl. 124. In Bezug auf diese Einheit ist die lebendige Kraft numerisch gleich dem Produkte aus der Masse und dem Quadrate ihrer Geschwindigkeit, was wohl von vornherein gefordert wird, und dann für die Dimension und die absolute Einheit der lebendigen Kraft bestimmend ist.

Antwort. Wenn die Masseneinheit sich mit der absoluten Einheit der Geschwindigkeit bewegt, so besitzt sie die absolute Einheit der lebendigen Kraft (siehe Erkl. 124).

Es muss bemerkt werden, dass diese Einheit der lebendigen Kraft weniger gebräuchlich ist. Die gewöhnlich angewandte Einheit ist in der Antwort auf die Frage 102 angegeben.

Frage 101. Welche Definition ergibt sich für die absolute C.-G.-S.-Einheit der lebendigen Kraft?

Erkl. 125. Diese Einheit ist durch das Zeichen:

$$\frac{\mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}}{\mathrm{sec}^2} \text{ oder } \mathrm{cm}^2\,\mathrm{g}\,\mathrm{sec}^{-2}$$

darzustellen.

Antwort. Wenn ein Körper von 1 g Masse sich mit der Geschwindigkeit von $1\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$ bewegt, so besitzt er die absolute C.-G.-S.-Einheit der lebendigen Kraft (siehe Erkl. 125).

Nach der Antwort auf die Frage 100 ist diese Einheit weniger gebräuchlich.

Frage 102. Welchen Betrag hat die gebräuchliche Einheit der lebendigen Kraft?

Erkl. 126. Mit Rücksicht darauf, dass:

$$2\left[\frac{L^2 M}{T^2}\right] = \left[\frac{L^2}{T^2}\right] \cdot 2\,[M]$$

Antwort. Diejenige Einheit der lebendigen Kraft, welche fast ausschliesslich angewandt wird, hat den doppelten Betrag der in der Antwort auf die Frage 100 angegebenen absoluten Einheit (siehe Erkl. 126).

ist, kann diese absolute Doppeleinheit am einfachsten definiert werden als die lebendige Kraft eines Körpers, dessen Geschwindigkeit gleich der absoluten Geschwindigkeitseinheit, dessen Masse dagegen gleich der doppelten Masseneinheit ist.

Erkl. 127. Die doppelte C.-G.-S.-Einheit kann, indem man:

$$2 \frac{\text{cm}^2 \text{ g}}{\text{sec}^2} = \frac{\text{cm}^2 \text{ 2g}}{\text{sec}^2}$$

setzt, als die lebendige Kraft eines Körpers von 2 g Masse und 1 cm sec^{-1} Geschwindigkeit aufgefasst werden.

Erkl. 128. Die Antwort auf die Frage 105 gibt Auskunft darüber, wodurch die Einführung der absoluten Doppeleinheit für die lebendige Kraft veranlasst worden ist.

Dementsprechend wird auch statt der in der Antwort auf die Frage 101 festgesetzten absoluten C.-G.-S.-Einheit der lebendigen Kraft durchweg deren doppelter Betrag als Einheit gebraucht (siehe Erkl. 127).

In Bezug auf die absolute Doppeleinheit ist die lebendige Kraft numerisch gleich dem halben Produkte aus der Masse und dem Quadrate ihrer Geschwindigkeit. Es ist üblich, die Doppeleinheit dadurch einzuführen, dass man der lebendigen Kraft diesen numerischen Wert von vornherein beilegt (siehe Erkl. 128).

Frage 103. Welche Beziehung besteht zwischen lebendiger Kraft und mechanischer Arbeit?

Erkl. 129. Der hierneben ausgesprochene Satz gehört zu den wichtigsten allgemeinen Lehrsätzen der theoretischen Mechanik. Er bildet den Ausgangspunkt für die Herleitung des sog. Satzes „von der Erhaltung der lebendigen Kraft“.

Um den nebenstehenden Satz richtig aufzufassen, lege man L, M und T je eine bestimmte Grösse bei und ordne dann diesen drei Beträgen einmal den durch sie bestimmten Arbeitsbetrag nach der Antwort auf die Frage 82, darauf den durch sie bestimmten Betrag von lebendiger Kraft nach der Antwort auf die Frage 99 zu.

Antwort. Lebendige Kraft und mechanische Arbeit stehen zu einander in einer engen Beziehung, die folgendermassen ausgesprochen werden kann (siehe Erkl. 129):

„Wenn an einer Masse mechanische Arbeit vom Betrage:

$$\frac{L^2 M}{T^2}$$

geleistet (oder verbraucht) wird, so nimmt die lebendige Kraft der Masse um den Betrag:

$$2 \frac{L^2 M}{T^2}$$

zu (oder ab).“

Insbesondere kann also durch eine Arbeitsleistung (oder einen Arbeitsverbrauch) vom Betrage 1 $\text{cm}^2 \text{ g sec}^{-2}$ oder 1 Erg die lebendige Kraft einer Masse um den Betrag 2 $\text{cm}^2 \text{ g sec}^{-2}$ vermehrt (oder vermindert) werden.

Frage 104. Welche Beziehung besteht zwischen der Masszahl einer mechanischen Arbeit und der Masszahl der durch sie gewonnenen (oder verlorenen) lebendigen Kraft, wenn letztere in einfachen absoluten Einheiten gemessen wird?

Antwort. Aus der Antwort auf die vorhergehende Frage folgt, dass die mechanische Arbeit numerisch gleich der Hälfte derjenigen lebendigen Kraft

ist, die durch sie gewonnen (oder verloren) werden kann, wenn letztere in einfachen absoluten Einheiten ausgedrückt wird (siehe Erkl. 130).

Erkl. 180. Zur Begründung genügt die Bemerkung, dass durch die Arbeitseinheit:

$$\left[\frac{L^2M}{T^2}\right]$$

zwei Einheiten der lebendigen Kraft:

$$2\left[\frac{L^2M}{T^2}\right]$$

gewonnen (oder verloren) werden.

Frage 105. Welche Vereinfachung erfährt die Antwort auf die vorhergehende Frage, wenn man sich der gebräuchlichen absoluten Doppeleinheit der lebendigen Kraft bedient?

Antwort. Benutzt man die in der Antwort auf die Frage 102 angegebene absolute Doppeleinheit der lebendigen Kraft, so kann man sagen, dass die mechanische Arbeit numerisch gleich der lebendigen Kraft ist, die durch sie gewonnen (oder verloren) werden kann (siehe Erkl. 131).

Erkl. 181. Diese Vereinfachung in der numerischen Beziehung zwischen mechanischer Arbeit und lebendiger Kraft hat zur Einführung der absoluten Doppeleinheit der letzteren den Anstoss gegeben.

Frage 106. Wie kann die in der Antwort auf die Frage 103 angegebene Beziehung zwischen lebendiger Kraft und mechanischer Arbeit einfacher ausgedrückt werden?

Antwort. Man kann kurz sagen, der Betrag lebendiger Kraft:

$$\frac{L^2M}{T^2}$$

sei dem Arbeitsbetrage:

$$\frac{1}{2}\,\frac{L^2M}{T^2}$$

gleichwertig oder äquivalent (siehe Erkl. 132).

Erkl. 182. Dem entspricht auch die Ausdrucksweise: Der Arbeitswert oder das Arbeitsäquivalent der lebendigen Kraft $\frac{L^2M}{T^2}$ ist $\frac{1}{2}\,\frac{L^2M}{T^2}$.

Frage 107. Was versteht man unter der Arbeitseinheit der lebendigen Kraft?

Antwort. Die Arbeitseinheit der lebendigen Kraft ist der einer Arbeitseinheit gleichwertige oder äquivalente Betrag lebendiger Kraft.

Demnach ist die absolute Arbeitseinheit der lebendigen Kraft nichts anderes als die in der Antwort auf die Frage 102 eingeführte absolute Doppeleinheit der lebendigen Kraft.

Die doppelte C.-G.-S.-Einheit der lebendigen Kraft, welche einem Erg mechanischer Arbeit gleichwertig ist, wird häufig auch selbst als Erg bezeichnet (siehe Erkl. 133).

Erkl. 183. Demnach ist 1 Erg lebendiger Kraft gleich $2\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$ derselben.

Wollte man diese Bezeichnungsweise auch auf diejenigen Einheiten der lebendigen Kraft übertragen, welche den Schwereeinheiten der mechanischen Arbeit gleichwertig sind, so würde man sagen müssen, es sei:

1 Meterkilogramm lebendiger Kraft gleich $2 \cdot 10^5\, g\, \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$,

1 engl. Fusspfund lebendiger Kraft gleich $27650\, g\, \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$,

1 Centimetergramm lebendiger Kraft gleich $2g\frac{cm^2\,g}{sec^2}$, wenn die Intensität der Schwere: $g\frac{cm}{sec^2}$ beträgt.

Die Antwort auf die Frage 105 kann nun auch in die Form gebracht werden: Die mit der Arbeitseinheit gemessene lebendige Kraft ist numerisch gleich der ihr äquivalenten mechanischen Arbeit.

Frage 108. Was versteht man unter der aktuellen oder kinetischen Energie eines Körpers?

Erkl. 134. Aktuell vom lat. Worte actualis, d. h. „thätig", „wirksam"; kinetisch vom griech. Worte κινητικός, d. h. „zur Bewegung gehörig".

Antwort. Unter der aktuellen oder kinetischen Energie eines Körpers versteht man nichts anderes als seine lebendige Kraft (siehe Erkl. 134).

(Gelöste Aufgaben 178 bis 187.)

---

12) Gravitationspotential.

Frage 109. Wie wird die von einer Kraft geleistete (oder verbrauchte) mechanische Arbeit bestimmt, wenn die in die Bewegungsrichtung des Angriffspunktes fallende Komponente der Kraft von veränderlicher Grösse ist?

Erkl. 135. Der Gesamtbetrag an geleisteter (oder verbrauchter) Arbeit setzt sich dann aus den auf die einzelnen Teilstrecken entfallenden Beträgen zusammen.

Die Art, wie dieser Gesamtbetrag berechnet werden kann, kommt hier nicht in Betracht; es genügt vielmehr, dass es einen solchen bestimmten Betrag gibt.

Antwort. Wenn die in die Bewegungsrichtung fallende Kraftkomponente von veränderlicher Grösse ist, so kann man den vom Angriffspunkte zurückgelegten Weg immer in so kleine Teilstrecken zerlegen, dass auf jeder Strecke für sich die arbeitende Komponente als unveränderlich angesehen werden darf (siehe Erkl. 135).

Frage 110. Wovon ist der Betrag mechanischer Arbeit abhängig, den die Gravitationskraft an einer Masse leistet (oder verbraucht), die in einem Gravitationsfelde eine Verschiebung erfährt?

Erkl. 136. Die Arbeit ist also ganz unabhängig von der Gestalt des Weges zwischen A und B.

Dieser Satz, der in dem „Lehrbuche der analytischen Mechanik" bewiesen wird, auf dessen Beweis hier nicht eingegangen werden kann, geht aus der besonderen Natur der Gravitationskraft hervor.

Antwort. Wird eine Masse in einem Gravitationsfelde von einem Orte A nach einem anderen Orte B übergeführt, so ist der Betrag mechanischer Arbeit, den die Gravitationskraft bei dieser Verschiebung an der Masse leistet oder verbraucht, ausschliesslich von der Lage der beiden Punkte A und B im Gravitationsfelde abhängig (siehe Erkl. 136).

Frage 111. Durch welche Bestimmungsstücke wird das Gravitationspotential in das *L-M-T*-System eingeführt?

Antwort. Das Gravitationspotential ist eine Eigenschaft der Punkte des

Gravitationsfeldes, oder, wie man auch sagt, des Ortes im Gravitationsfelde (siehe Erkl. 137).

Es ist für einen Ort in diesem Felde vollständig bestimmt, wenn die mechanische Arbeit $\frac{L^2 M}{T^2}$ bekannt ist, die gegen die Gravitationskraft geleistet werden muss, wenn die an jenem Orte befindliche Masse M aus dem Felde ganz entfernt werden soll (s. Erkl. 138).

Der Weg, den hierbei die Masse M nimmt, ist nach der Antwort auf die Frage 110 ohne Einfluss auf den Arbeitsbetrag; dieser ist nach der Antwort auf die Frage 109 zu bestimmen.

Erkl. 187. In dieser Beziehung stimmt also das Gravitationspotential überein mit der früher behandelten Intensität des Gravitationsfeldes.

Als Beispiel soll nur das Gravitationspotential in dem unsere Erde umgebenden Gravitationsfelde in Betracht gezogen werden.

Erkl. 188. Das kommt darauf hinaus, dass die Masse M von demjenigen Himmelskörper, in dessen Gravitationsfeld sie sich befindet, unendlich weit entfernt wird.

Das Wort „Potential" ist von dem lat. Worte potentia, d. h. „Kraft", abgeleitet.

Frage 112. Welche Dimension hat das Gravitationspotential im L-M-T-System?

Antwort. Das Gravitationspotential eines Ortes im Gravitationsfelde soll gerade proportional sein der mechanischen Arbeit L^2MT^{-2}, die gegen die Gravitationskraft aufgewandt werden muss, wenn die an jenem Orte befindliche Masse M aus dem Felde ganz entfernt werden soll, dagegen umgekehrt proportional dieser Masse M selbst.

Daher ist die Dimension des Gravitationspotentials:

$$\frac{L^2 M}{T^2} : M = \frac{L^2}{T^2} = L^2 T^{-2}$$

(siehe Erkl. 139).

Erkl. 139. Aus dem hierneben abgeleiteten Dimensionsausdrucke des Gravitationspotentials geht hervor, dass letzteres der Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$ zugeordnet ist und sich proportional dem Quadrate dieser Geschwindigkeit ändert.

Die Antwort auf die Frage 115 gibt Aufschluss über den physikalischen Zusammenhang, der zwischen dem Gravitationspotential L^2T^{-2} und der Geschwindigkeit LT^{-1} besteht.

Frage 113. Wie ist die absolute Einheit des Gravitationspotentials zu definieren?

Antwort. Einem Orte im Gravitationsfelde kommt die absolute Einheit des Gravitationspotentials zu, wenn die absolute Einheit der mechanischen Arbeit aufgewandt werden muss, um die an jenem Orte befindliche Masseneinheit aus dem Gravitationsfelde zu entfernen (siehe Erkl. 140).

Erkl. 140. Das Gravitationspotential ist, wenn seine Einheit von den Einheiten der Arbeit und der Masse abgeleitet wird, stets numerisch gleich dem Verhältnisse der an einer Masse aufzuwendenden Arbeit zu dieser Masse selbst, oder gleich dem an der Masseneinheit zu leistenden Arbeitsbetrage. Namentlich durch den letzteren Betrag wird das Gravitationspotential oft von vornherein eingeführt und vollständig bestimmt.

Frage 114. Wie ist über die absolute C.-G.-S.-Einheit des Gravitationspotentials zu verfügen?

Antwort. An einem Orte des Gravitationsfeldes besteht die absolute C.-G.-S.-Einheit des Gravitationspotentials, wenn

1 Erg Arbeit aufgewandt werden muss, um 1 Gramm Masse von dort aus dem Gravitationsfelde zu entfernen (siehe Erkl. 141).

Erkl. 141. Diese Einheit wird durch:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$

oder durch:

$$\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \text{ oder } \text{cm}^2\,\text{sec}^{-2}$$

dargestellt. Da 1 Erg = 1 $\text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$ ist, so ergibt sich:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} = \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} : \text{g} = \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}.$$

Frage 115. Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Gravitationspotential $\frac{L^2}{T^2}$ und der Geschwindigkeit $\frac{L}{T}$?

Antwort. Man kann sich vorstellen, dass ein Körper durch freien Fall aus unendlicher Entfernung nach dem Orte A eines Gravitationsfeldes gelange.

Wenn dann die Endgeschwindigkeit, mit der dieser Körper in A ankommt, gleich:

$$\frac{L}{T}$$

ist, so hat am Orte A das Gravitationspotential den Betrag:

$$\frac{1}{2}\,\frac{T^2}{L^2},$$

d. h. nach der Antwort auf die Frage 112: um eine beliebige am Orte A befindliche Masse M aus dem Gravitationsfelde zu entfernen, ist der Arbeitsbetrag:

$$\frac{1}{2}\,\frac{L^2 M}{T^2}$$

aufzuwenden (siehe Erkl. 142).

Erkl. 142. Wenn die Masse M durch freien Fall mit der Endgeschwindigkeit LT^{-1} in A ankommt, so hat sie durch die von der Gravitationskraft an ihr geleistete Arbeit die lebendige Kraft L^2MT^{-2} erhalten. Dieser Betrag lebendiger Kraft ist dem Arbeitsbetrage $\frac{1}{2}L^2MT^{-2}$ äquivalent (siehe die Antwort auf die Frage 106). Die von der Gravitationskraft geleistete Arbeit ist aber gleich der Arbeit, die gegen dieselbe Kraft aufgewandt werden muss, wenn die Masse M aus dem Gravitationsfelde entfernt werden soll.

Die Bewegung durch freien Fall ist hierneben nur der Einfachheit wegen gewählt.

Frage 116. Welche numerische Beziehung ergibt sich aus der Antwort auf die vorhergehende Frage?

Antwort. Man kann sagen: das Gravitationspotential eines Ortes A im Gravitationsfelde ist numerisch gleich dem halben Quadrate der Endgeschwindigkeit, mit der ein frei fallender Körper aus unendlicher Entfernung in A ankommt (siehe Erkl. 143).

Erkl. 143. Wenn nämlich die Endgeschwindigkeit:

$$\frac{L}{T} = \frac{l}{t}\left[\frac{L}{T}\right]$$

st, so ist das Potential in A:

$$\frac{1}{2}\,\frac{L^2}{T^2} = \frac{1}{2}\,\frac{l^2}{t^2}\left[\frac{L^2}{T^2}\right].$$

Frage 117. Was versteht man unter der Potentialdifferenz zweier Punkte im Gravitationsfelde?

Antwort. Unter Potentialdifferenz zweier Punkte im Gravitationsfelde ver-

steht man die Differenz der beiden Beträge, welche das Gravitationspotential in diesen beiden Punkten besitzt (siehe Erkl. 144).

Ist $\frac{1}{2}\frac{L^2}{T^2}$ die Potentialdifferenz zwischen der Erdoberfläche und einem Orte A im Gravitationsfelde der Erde, so kommt ein von A aus fallender Körper mit der Endgeschwindigkeit $\frac{L}{T}$ auf der Erdoberfläche an (siehe die Antwort auf die Frage 115).

Erkl. 144. Nach der Erkl. 140 ist die Potentialdifferenz numerisch gleich der Arbeit, die gegen die Gravitationskraft aufgewandt werden muss, wenn die Masseneinheit von dem einen Orte zum anderen verschoben werden soll.

Frage 118. Was versteht man unter der potentiellen Energie einer Masse, die sich im Gravitationsfelde der Erde befindet?

Antwort. Als potentielle Energie einer Masse im Gravitationsfelde der Erde bezeichnet man den Betrag mechanischer Arbeit, der gegen die Schwerkraft aufgewandt werden muss, um die Masse von der Erdoberfläche aus bis zu dem Orte zu erheben, an dem sie sich befindet (siehe Erkl. 145).

Die potentielle Energie der Masseneinheit ist nach der Erkl. 144 numerisch gleich der Potentialdifferenz zwischen der Erdoberfläche und dem Orte, an dem sich die Masseneinheit befindet.

Erkl. 145. Dieser Arbeitsbetrag wird als ein der Masse vermöge ihrer Lage zugehöriger Arbeitsvorrat aufgefasst und deshalb auch wohl als ihre Energie der Lage bezeichnet.

Wird die Masse dem freien Fall bis zur Erdoberfläche überlassen, so verliert sie ihre potentielle Energie und erhält dafür den äquivalenten Betrag von lebendiger Kraft (siehe die Antwort auf die Frage 106).

Anmerkung 11. Ein näheres Eingehen auf die Lehre vom Gravitationspotential liegt nicht im Plane dieses Lehrbuches. Die ausführliche Behandlung desselben findet man in dem zu Kleyers Encyklopädie gehörigen „Lehrbuche der angewandten Potentialtheorie“ von H. Hovestadt.

Anmerkung 12. In den zu diesem Abschnitte gehörigen Aufgaben ist ausschliesslich das Gravitationspotential in dem die Erde umgebenden Gravitationsfelde berücksichtigt. Dabei sind folgende, vereinfachende Annahmen gemacht:

1) Die Erde ist eine vollkommene Kugel, deren Radius $637\cdot 10^6$ cm lang ist.
2) In dem diese Kugel umgebenden Gravitationsfelde ist die Intensität der Schwere an der Kugeloberfläche überall gleich $981\,\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$ und im übrigen dem Quadrate der Entfernung vom Kugelmittelpunkte umgekehrt proportional.

Aus diesen Annahmen ergeben sich nach der Potentialtheorie die Folgerungen:

1) Für Punkte an der Erdoberfläche beträgt das Gravitationspotential:

$$981\cdot 637\cdot 10^6\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}.$$

2) Im übrigen ändert sich das Gravitationspotential umgekehrt proportional der einfachen Entfernung vom Erdmittelpunkte.

(Gelöste Aufgaben 188 bis 202.)

---

13) Potentialgefälle im Gravitationsfelde.

Frage 119. Welche näheren Bestimmungsstücke hat das Potentialgefälle im Gravitationsfelde?

Erkl. 146. In der gelösten Aufgabe 200 ist gezeigt, dass die Abnahme des Gravitationspotentials auf einer Strecke, die gegen den Erdradius klein ist, in erster Annäherung als proportional dieser Strecke angesehen werden kann. In der Nähe der Erdoberfläche beträgt alsdann für eine Strecke von 1 cm Länge die Abnahme des Gravitationspotentials:

$$981 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \text{ oder } 981 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}.$$

Es ist zulässig, die Betrachtung durch die hervorgehobene Voraussetzung auf den einfachsten Fall zu beschränken, der überhaupt möglich ist.

Antwort. Im Gravitationsfelde der Erde nimmt an einem verlängerten Erdradius entlang das Gravitationspotential fortwährend ab. Diese Abnahme findet um so langsamer statt, je weiter man sich auf dem verlängerten Radius von der Erdoberfläche entfernt (s. Erkl. 146). Man sagt daher, das Gravitationspotential habe an verschiedenen Stellen in der Richtung des verlängerten Radius ungleiches Gefälle.

Dieses Gefälle ist vollständig bestimmt, wenn durch dasselbe auf der Strecke L das Gravitationspotential um den Betrag $\frac{L^2}{T^2}$ abnimmt.

Frage 120. Welche L-M-T-Dimension hat das Potentialgefälle im Gravitationsfelde?

Erkl. 147. Es ist zu beachten, dass diese Dimension übereinstimmt mit der Dimension, die für die Intensität des Gravitationsfeldes früher gefunden ist. Ueber den Zusammenhang vergleiche man die Antwort auf die Frage 123.

Antwort. Das Potentialgefälle ist dem Betrage $L^2 T^{-2}$, um den das Gravitationspotential abnimmt, gerade und der Strecke L, auf der diese Abnahme stattfindet, umgekehrt proportional.

Die Dimension dieses Gefälles ist daher:

$$\frac{L^2}{T^2} : L = \frac{L}{T^2} = L T^{-2}$$

(siehe Erkl. 147).

Frage 121. Welche Definition kann für die absolute Einheit des Potentialgefälles im Gravitationsfelde aufgestellt werden?

Erkl. 148. Man schliesst, dass das Gefälle numerisch gleich dem Verhältnisse der Potentialabnahme auf einer Strecke zu dieser Strecke selbst, oder gleich der Potentialabnahme auf einer Strecke von der Längeneinheit ist.

Antwort. Dasjenige Gefälle stellt eine absolute Einheit dar, durch welches auf einer Strecke von der Längeneinheit das Gravitationspotential um eine absolute Einheit abnimmt (siehe Erkl. 148).

Frage 122. Wie ist hiernach die absolute C.-G.-S.-Einheit des Potentialgefälles im Gravitationsfelde festzusetzen?

Erkl. 149. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

darzustellen.

Antwort. Wenn auf einer Strecke von 1 cm Länge das Gravitationspotential um $1 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$ oder $1 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$ abnimmt, so beträgt das Gefälle eine absolute C.-G.-S.-Einheit (siehe Erkl. 149).

Frage 123. Welche Beziehung besteht zwischen der Intensität des Gravitationsfeldes und dem Potentialgefälle in demselben?

Erkl. 150. Ist nämlich die Intensität des Feldes gleich $\frac{L}{T^2}$, so wirkt auf die Masse M die Kraft $\frac{LM}{T^2}$. Diese Kraft verbraucht auf der Strecke L die mechanische Arbeit $\frac{L^2 M}{T^2}$, wodurch auf derselben Strecke das Gravitationspotential um den Betrag $\frac{L^2}{T^2}$ abnimmt. Die Potentialabnahme $\frac{L^2}{T^2}$ auf der Strecke L wird aber durch das Gefälle $\frac{L}{T^2}$ bewirkt.

Antwort. Wenn an einem Orte im Gravitationsfelde (der Erde) die Intensität der Kraft den Betrag $\frac{L}{T^2}$ hat, so hat zugleich an diesem Orte das Potentialgefälle (in der Richtung des verlängerten Erdradius) den Betrag $\frac{L}{T^2}$. Der erste Betrag ist den beiden Grössen L und T nach der Antwort auf die Frage 66, der zweite nach der Antwort auf die Frage 120 zuzuordnen (siehe Erkl. 150).

Auf ihre absoluten Einheiten bezogen, sind also beide Grössen einander numerisch gleich.

(Gelöste Aufgaben 203 bis 205.)

14) Spezifische Intensität der Massenanziehung.

Frage 124. Wodurch wird die spezifische Intensität der Massenanziehung bestimmt?

Erkl. 151. Der Einfachheit wegen denke man sich die beiden Massen M als zwei Punktmassen und beachte, dass eine homogene Kugel nach aussen so wirkt, als ob sich ihre ganze Masse in ihrem Mittelpunkte befände.

Antwort. Die spezifische Intensität der Massenanziehung ist bestimmt, wenn die anziehende Kraft $\frac{LM}{T^2}$ bekannt ist, die eine Masse M auf eine ihr gleiche Masse in der Entfernung L ausübt (siehe Erkl. 151).

Frage 125. Welche Dimension hat die spezifische Intensität der Massenanziehung im L-M-T-System?

Erkl. 152. Die spezifische Intensität der Massenanziehung hat erfahrungsgemäss einen bestimmten, unveränderlichen Betrag, d. h. dieselben beiden Massen üben in derselben Entfernung unter allen Umständen dieselbe Anziehungskraft aufeinander aus. Das Newtonsche Gesetz wird daher in der Physik so ausgesprochen:

„Die gegenseitige Anziehung zweier Massen ist ihrem Produkte gerade und dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional.“

Wenn die spezifische Intensität der Massenanziehung erfahrungsgemäss veränderlich wäre, so würde man statt dessen sagen:

„Die gegenseitige Anziehung zweier Massen ist ihrem Pro-

Antwort. Die spezifische Intensität der Massenanziehung ist sowohl der Kraft LMT^{-2}, welche die Masse M auf eine ihr gleiche Masse ausübt, als auch dem Quadrate der Entfernung beider gerade proportional, dagegen dem Quadrate der Masse M umgekehrt proportional.

Dieses Abhängigkeitsgesetz ist nichts anderes als eine Umkehrung desjenigen, welches in der Physik unter dem Namen des Newtonschen Gesetzes bekannt ist (siehe Erkl. 152).

Die spezifische Intensität der Massenanziehung hat daher die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} \cdot \frac{L^2}{M^2} = \frac{L^3}{MT^2} = L^3 M^{-1} T^{-2}.$$

dukte und der spezifischen Intensität der Massenanziehung gerade, dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional."

Frage 126. Wie ist die absolute Einheit der spezifischen Intensität der Massenanziehung zu definieren?

Antwort. Diejenige spezifische Intensität der Massenanziehung, bei der zwei Masseneinheiten in einer der Längeneinheit gleichen Entfernung die absolute Krafteinheit aufeinander ausüben, stellt eine absolute Einheit dieser spezifischen Intensität dar.

Frage 127. Welche Definition ergibt sich für die absolute C.-G.-S.-Einheit der spezifischen Intensität der Massenanziehung?

Antwort. Die in Frage stehende absolute C.-G.-S.-Einheit ist diejenige spezifische Intensität der Massenanziehung, bei der zwei Massen von je 1 g in einer Entfernung von 1 cm aufeinander 1 Dyn Kraft ausüben (siehe Erkl. 153).

Erkl. 153. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{cm^3}{g\,sec^2} \text{ oder } cm^3 g^{-1} sec^{-2}$$

darzustellen.

Frage 128. Was versteht man unter der Gravitationskonstanten?

Antwort. Es ist üblich, die Masszahl der unveränderlichen spezifischen Intensität der Massenanziehung, die sich aus Beobachtungen ergeben hat, als die Gravitationskonstante zu bezeichnen (siehe Erkl. 154).

Nun führen die bisherigen Beobachtungen zu dem Ergebnisse, dass zwei Massen von je 1 g in einer Entfernung von 1 cm sich gegenseitig mit einer Kraft von $65 \cdot 10^{-9}$ Dyn anziehen. Demnach ist die unveränderliche spezifische Intensität der Massenanziehung in der Natur:

$$65 \cdot 10^{-9} \frac{cm\,g}{sec^2} \cdot \frac{cm^2}{g^2} = 65 \cdot 10^{-9} \frac{cm^3}{g\,sec^2}.$$

Es ist daher die Gravitationskonstante in absoluten C.-G.-S.-Einheiten gleich $65 \cdot 10^{-9}$.

Die Bezeichnung Gravitationskonstante wird auch wohl durch die Bezeichnung Attraktionskonstante ersetzt.

(Gelöste Aufgaben 206 bis 210.)

Erkl. 154. Nach der Erkl. 152 ist also die Anziehung zwischen zwei Massen numerisch gleich dem Produkte aus der Gravitationskonstanten und den beiden Massen, dividiert durch das Quadrat ihrer Entfernung.

Umgekehrt ist die Gravitationskonstante gleich dem numerischen Produkte aus der Anziehungskraft zwischen zwei Massen und dem Quadrate ihrer Entfernung, dividiert durch das Produkt der beiden Massen selbst.

Wenn man sagt, die Gravitationskonstante sei gleich der Masszahl der Kraft, die zwei Masseneinheiten in der Entfernungseinheit aufeinander ausüben, so ist das zwar richtig, könnte aber vielleicht Missverständnis hervorrufen.

15) Winkelgeschwindigkeit.

Frage 129. Welche Dimension hat die Winkelgeschwindigkeit im *L-M-T*-System?

Erkl. 155. Da es nach der Antwort auf die Frage 58 üblich ist, die unbenannte „Winkeleinheit" als konstanten Betrag der Winkelgrösse in das *L-M-T*-System aufzunehmen, so wird unter $\frac{1}{T}$ diejenige Winkelgeschwindigkeit verstanden, bei der eine Drehung um diese „Winkeleinheit" in der Zeit *T* erfolgt.

Uebrigens kann, wenn man mit Φ eine unabhängig veränderliche Winkelgrösse bezeichnet, die Winkelgeschwindigkeit durch:

$$\frac{\Phi}{T} = \Phi T^{-1}$$

dargestellt werden.

Antwort. Die Winkelgeschwindigkeit, durch die eine Drehung um einen bestimmten Winkel in der Zeit *T* erfolgt, ist dem Drehungswinkel gerade und der Zeit *T* umgekehrt proportional.

Nun ist die Winkelgrösse im *L-M-T*-System nicht abhängig veränderlich. Demnach hat die Winkelgeschwindigkeit in diesem System nur ein veränderliches Bestimmungsstück, nämlich die Zeit *T*, und in Bezug auf letztere ist ihre Dimension:

$$\frac{1}{T} = T^{-1}$$

(siehe Erkl. 155).

Frage 130. Wie ist die absolute Einheit der Winkelgeschwindigkeit festzusetzen?

Erkl. 156. Ist $[\Phi]$ eine beliebig gewählte Einheit der unabhängig veränderlichen Winkelgrösse Φ, so stellt:

$$\left[\frac{\Phi}{T}\right] = [\Phi T^{-1}]$$

die Einheit der Winkelgeschwindigkeit dar. Die hierbei häufig angewandten Winkeleinheiten sind: der Winkelgrad und die ganze Umdrehung, welche 360 Grad oder 2π „Winkeleinheiten" enthält.

Die Winkelgeschwindigkeit ist dann numerisch gleich dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Drehungswinkel.

Antwort. Die Winkelgeschwindigkeit, durch die eine Drehung um eine „Winkeleinheit" in der Zeiteinheit erfolgt, stellt eine absolute Einheit dar. Sie ist durch:

$$\left[\frac{1}{T}\right] = [T^{-1}]$$

zu bezeichnen (siehe Erkl. 156).

In Bezug auf diese Einheit ist die Winkelgeschwindigkeit numerisch gleich dem reciproken Werte der Zeit, die für eine Drehung um die „Winkeleinheit" erforderlich ist.

Frage 131. Welche Definition ist für die absolute C.-G.-S.-Einheit der Winkelgeschwindigkeit aufzustellen?

Erkl. 157. Die sonst gebräuchlichen Einheiten der Winkelgeschwindigkeit, in denen die Sekunde Zeiteinheit ist, sind:

$$\frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}} \text{ und } \frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}}.$$

Antwort. Diejenige Winkelgeschwindigkeit, durch die eine Drehung um eine „Winkeleinheit" in einer Sekunde erfolgt, hat den Betrag der absoluten C.-G.-S.-Einheit. Sie wird durch:

$$\frac{1}{\text{sec}} = \text{sec}^{-1}$$

dargestellt (siehe Erkl. 157).

(Gelöste Aufgaben 211 bis 213.)

16) Winkelbeschleunigung.

Frage 132. Welche Dimension hat die Winkelbeschleunigung im *L-M-T*-System?

Erkl. 158. Wenn wieder, wie in der Erkl. 155, unter Φ eine unabhängig veränderliche Winkelgrösse verstanden wird, so stellt:

$$\frac{\Phi}{T^2} = \Phi T^{-2}$$

diejenige Winkelbeschleunigung dar, durch welche die Winkelgeschwindigkeit ΦT^{-1} in der Zeit T gewonnen wird.

Antwort. Die Winkelbeschleunigung, durch welche die Winkelgeschwindigkeit $\frac{1}{T}$ in der Zeit T gewonnen wird, ist jener Winkelgeschwindigkeit gerade und dieser Zeit umgekehrt proportional.

Die Dimension der Winkelbeschleunigung ist daher:

$$\frac{1}{T} : T = \frac{1}{T^2} = T^{-2}$$

(siehe Erkl. 158).

Frage 133. Wie ist die absolute Einheit der Winkelbeschleunigung festzusetzen?

Erkl. 159. Ist wieder $[\Phi]$ eine beliebig gewählte Einheit der unabhängig veränderlichen Winkelgrösse Φ, so stellt:

$$\left[\frac{\Phi}{T^2}\right] = [\Phi T^{-2}]$$

die Einheit der Winkelbeschleunigung dar, durch welche die Einheit der Winkelgeschwindigkeit $[\Phi T^{-1}]$ in der Zeiteinheit gewonnen wird.

Die hierneben angegebene numerische Beziehung besteht dabei ganz allgemein.

Antwort. Die Winkelbeschleunigung, durch welche eine absolute Einheit der Winkelgeschwindigkeit in der Zeiteinheit gewonnen wird, stellt eine absolute Einheit der Winkelbeschleunigung dar. Ihr Zeichen ist (siehe Erkl. 159):

$$\left[\frac{1}{T^2}\right] = [T^{-2}].$$

In Bezug auf diese Einheit ist die Winkelbeschleunigung numerisch gleich der in der Zeiteinheit gewonnenen Winkelgeschwindigkeit.

Frage 134. Welche Definition ergibt sich für die absolute C.-G.-S.-Einheit der Winkelbeschleunigung?

Erkl. 160. Den in der Erkl. 157 angegebenen Einheiten der Winkelgeschwindigkeit entsprechen die Einheiten:

$$\frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}} : \text{Sekunde}$$

$$\frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}} : \text{Sekunde}$$

der Winkelbeschleunigung.

Antwort. Diejenige Winkelbeschleunigung, durch welche die Winkelgeschwindigkeit 1 sec^{-1} in 1 sec gewonnen wird, ist die absolute C.-G.-S.-Einheit der Winkelbeschleunigung. Sie wird durch:

$$\frac{1}{\text{sec}^2} = \text{sec}^{-2}$$

dargestellt (siehe Erkl. 160).

(Gelöste Aufgaben 214 bis 216.)

---

17) Schwingungsgeschwindigkeit.

Frage 135. Wodurch ist die Schwingungsgeschwindigkeit bestimmt?

Erkl. 161. Bei Pendelbewegungen gilt je ein einfacher Gang als eine Schwingung, so dass ein Hin- und Hergang zusammen zwei Schwingungen ausmachen.

Bei Wellenbewegungen gilt je ein Doppelgang als eine Schwingung, d. h. ein Hin- und Hergang machen zusammen eine Schwingung aus.

Antwort. Die Schwingungsgeschwindigkeit wird ausschliesslich durch die Zeit T bestimmt, die für je eine Schwingung erforderlich ist (s. Erkl. 161).

Diese Zeit T nennt man die Schwingungsdauer.

Die Schwingungsgeschwindigkeit ist also nicht die fortschreitende Geschwindigkeit, mit der eine Schwingung vollzogen wird.

Frage 136. Wie wird die Schwingungsgeschwindigkeit in das *L-M-T*-System eingeordnet?

Erkl. 162. Die Masszahl der Schwingungsgeschwindigkeit wird gewöhnlich Schwingungszahl genannt. Man sagt daher:

Die Schwingungszahl ist gleich dem reziproken Werte der Schwingungsdauer.

Erkl. 163. Diese Einheit wird durch:

$$\frac{1}{\text{sec}} = \text{sec}^{-1}$$

dargestellt. Sie ist fast ausschliesslich in Gebrauch. Wenn daher von irgend welchen Schwingungen gesagt wird, die Schwingungszahl sei n, so bedeutet das:

Die Schwingungsgeschwindigkeit beträgt $n\,\text{sec}^{-1}$ oder n Schwingungen in der Sekunde.

Antwort. Die Schwingungsgeschwindigkeit ist umgekehrt proportional der Schwingungsdauer T. Ihre Dimension ist daher:

$$\frac{1}{T} = T^{-1}.$$

Ihre absolute Einheit ist diejenige Schwingungsgeschwindigkeit, bei der in der Zeiteinheit 1 Schwingung vor sich geht. In Bezug auf diese Einheit ist die Schwingungsgeschwindigkeit numerisch gleich dem reziproken Werte der Schwingungsdauer (siehe Erkl. 162).

Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist diejenige Schwingungsgeschwindigkeit, bei der in der Sekunde 1 Schwingung erfolgt (siehe Erkl. 163).

Anmerkung 13. Das über die Schwingungsgeschwindigkeit Gesagte ist so einfach, dass zum Verständnisse desselben besondere Beispiele nicht erforderlich erscheinen.

---

18) Statisches Moment oder Drehungsmoment.

Frage 137. Welche Stücke bestimmen das statische Moment einer Kraft?

Erkl. 164. Als angreifende Kraft $\frac{LM}{T^2}$ ist dann nur die Projektion der Kraft auf diese Ebene in Betracht zu ziehen. Die vom Schnittpunkte der Achse mit derselben Ebene auf jene Projektion gefällte Senkrechte stellt den Hebelarm dar.

Antwort. Das statische oder Drehungsmoment einer Kraft, die einen um eine Achse drehbaren Körper angreift, wird bestimmt durch den Betrag $\frac{LM}{T^2}$ dieser Kraft und durch die Länge L ihres Hebelarmes.

Beide Bestimmungsstücke werden mit Hülfe einer Ebene festgestellt, die durch den Angriffspunkt der Kraft geht und zur Drehachse senkrecht ist (s. Erkl. 164).

Frage 138. Was wird über das statische Moment im *L-M-T*-System festgesetzt?

Antwort. Das statische Moment einer Kraft ist sowohl dem Betrage LMT^{-2} der Kraft selbst, als auch der Länge L ihres Hebelarmes gerade proportional.

Seine Dimension ist daher:

$$\frac{LM}{T^2}\cdot L = \frac{L^2M}{T^2} = L^2MT^{-2} \text{ (s. Erkl. 165).}$$

Seine absolute Einheit ist das statische Moment der absoluten Krafteinheit, wenn deren Hebelarm eine Längeneinheit misst. Es ist also numerisch gleich dem Produkte aus der Kraft und der Länge ihres Hebelarmes (siehe Erkl. 166). Durch diese numerische Darstellung wird oft von vornherein über das statische Moment verfügt.

Erkl. 165. Diese Dimension stimmt mit der Dimension der mechanischen Arbeit und der lebendigen Kraft überein. Das statische Moment ist also von den Unabhängigen L, M, T nach demselben Gesetze abhängig, wie die genannten beiden Grössen (siehe die Antwort auf die Frage 140).

Erkl. 166. Wenn 1 Dyn Kraft an einem Hebelarm von 1 cm Länge wirkt, so stellt das statische Moment dieser Kraft die absolute C.-G.-S.-Einheit des Momentes dar.

Diese Einheit ist durch:

$$\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} = \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$$

darzustellen.

Frage 139. Was ist unter dem Gravitations- oder Schweremass des statischen Momentes zu verstehen?

Antwort. Das statische Moment einer Kraft, die selbst eine Schwereeinheit darstellt, und deren Hebelarm einer Längeneinheit gleichkommt, ist als Gravitations- oder Schwereeinheit des statischen Moments zu bezeichnen (siehe Erkl. 167).

Erkl. 167. Auch in Bezug auf diese Einheit ist das statische Moment numerisch gleich dem Produkte aus der Kraft und ihrem Hebelarm. Um sie auf absolute Einheiten des Moments zurückzuführen, hat man nur die Schwereeinheit der Kraft in absoluten Einheiten auszudrücken (vergl. die Antwort auf die Frage 72).

Frage 140. In welcher Beziehung steht das statische Moment $\frac{L^2M}{T^2}$ zu der mechanischen Arbeit $\frac{L^2M}{T^2}$?

Antwort. Die fragliche Beziehung kann so ausgesprochen werden:

Wenn das statische Moment einer Kraft an einem um eine Achse drehbaren Körper den Betrag $\frac{L^2M}{T^2}$ hat, so leistet oder verbraucht die Kraft an dem Körper bei einer Drehung um eine „Winkeleinheit“ den Betrag $\frac{L^2M}{T^2}$ an mechanischer Arbeit (siehe Erkl. 168).

Insbesondere leistet oder verbraucht eine Kraft, deren statisches Moment $1\,\text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$ ist, bei einer Drehung um eine „Winkeleinheit“ 1 Erg mechani-

Erkl. 168. Die Kraft leistet den Arbeitsbetrag, wenn die Drehung in ihrem Sinne erfolgt; im entgegengesetzten Falle verbraucht sie ihn.

Die Richtigkeit des nebenstehenden Satzes erkennt man leicht, indem man den Angriffspunkt der Kraft bis zum Endpunkte des nach der Erkl. 164 konstruierten Hebelarmes verschiebt. Dadurch wird weder das statische Moment noch die geleistete oder verbrauchte Arbeit geändert. Der neue Angriffspunkt aber beschreibt bei einer Drehung um eine „Winkeleinheit“ einen Bogen, dessen Länge gleich der des Hebelarmes ist.

Der Kürze wegen kann man sich auch so ausdrücken, dass man sagt: Das statische

oder Drehungsmoment greife den drehbaren Körper an und es leiste oder verbrauche an demselben mechanische Arbeit.

scher Arbeit. Bei derselben Drehung leistet oder verbraucht eine Kraft, deren statisches Moment eine Gravitationseinheit beträgt, die entsprechende Gravitationseinheit der mechanischen Arbeit.

Frage 141. Welche numerische Beziehung ergibt sich aus der Antwort auf die vorhergehende Frage?

Erkl. 169. Die Masszahlen für das Moment und die Arbeit können dabei auf absolute oder auf Gravitationseinheiten bezogen sein.

Antwort. Das statische Moment ist numerisch gleich der bei einer Drehung um die „Winkeleinheit“ durch das Moment geleisteten oder verbrauchten mechanischen Arbeit (siehe Erkl. 169).

(Gelöste Aufgaben 217 bis 225.)

---

19) Direktionskraft.

Frage 142. Unter welchen Umständen wird einem Körper eine bestimmte Direktionskraft zugeschrieben?

Erkl. 170. Ein sehr einfaches Beispiel bietet der als ein Pendel aufzufassende Körper, der in den gelösten Aufgaben 222 und 223 behandelt ist. Für das Pendel wird indessen der Begriff der Direktionskraft nicht immer ausdrücklich eingeführt. Eine wichtige Rolle spielt ferner dieser Begriff bei der sog. bifilaren Aufhängung. Hier hängt ein schwerer Körper, der Bifilarkörper an zwei Fäden, die in ein und derselben Vertikalebene liegen, und im einfachsten Falle einander parallel sind. Bei kleinen Drehungen des Bifilarkörpers gilt das hierneben angegebene Gesetz für sein rücktreibendes Drehungsmoment. Man sagt daher, ein Bifilarkörper oder auch eine Bifilaraufhängung habe eine bestimmte Direktionskraft.

Antwort. Wenn ein um eine Achse drehbarer Körper, der sich im stabilen Gleichgewichte befindet, durch Drehung aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt wird, so ist ein Drehungsmoment von bestimmter Grösse erforderlich, um ihn in der neuen Lage zu erhalten. Dieses Drehungsmoment ist gleich dem sog. rücktreibenden Drehungsmoment, welches an dem Körper bei der Ablenkung auftritt; sein Betrag ist von der Grösse des Ablenkungswinkels abhängig.

Man schreibt nun dem drehbaren Körper eine bestimmte Direktionskraft zu, wenn das rücktreibende Drehungsmoment dem Ablenkungswinkel proportional ist, so lange der Ablenkungswinkel kleine Beträge nicht überschreitet (siehe Erkl. 170). Für grössere Ablenkungen kann dabei an die Stelle dieses einfachen Gesetzes eine mehr oder weniger verwickelte Form der Abhängigkeit treten.

Frage 143. In welcher Weise ist die Direktionskraft in das *L-M-T*-System einzuordnen?

Erkl. 171. Indem man die unbenannte „Winkeleinheit“ als konstanten Winkelbetrag in das *L-M-T*-System einführt, folgt mit Berücksichtigung der Antwort auf die

Antwort. Die Direktionskraft eines Körpers, z. B. eines Bifilarkörpers, ist völlig bestimmt, wenn für einen gegebenen Ablenkungswinkel das rücktreibende Drehungsmoment $\frac{L^2 M}{T^2}$ bekannt ist.

Frage 142, dass die Aussage, ein Körper habe die Direktionskraft $\frac{L^2M}{T^2}$, folgenden Sinn hat:

Das bei kleinen Ablenkungen an dem Körper auftretende Drehungsmoment ist dem Ablenkungswinkel so zugeordnet, dass sich für eine Ablenkung um die „Winkeleinheit" das Drehungsmoment $\frac{L^2M}{T^2}$ ergibt, wenn man so rechnet, als ob auch bei grösseren Ablenkungen das rücktreibende Drehungsmoment dem Ablenkungswinkel proportional wäre.

Erkl. 172. Das ist durchaus im Sinne der Erkl. 171 zu verstehen.

Erkl. 173. Die absolute C.-G.-S.-Einheit der Direktionskraft besitzt ein Körper, wenn das für eine Ablenkung um die „Winkeleinheit" berechnete rücktreibende Drehungsmoment eine absolute C.-G.-S.-Einheit des Momentes beträgt.

Diese Einheit der Direktionskraft wird dargestellt durch:

$$\frac{cm^2\,g}{sec^2} = cm^2\,g\,sec^{-2}.$$

Sie ist dem rücktreibenden Drehungsmoment gerade und dem Ablenkungswinkel umgekehrt proportional. Hieraus ergibt sich, da die Winkelgrösse im L-M-T-System nicht abhängig veränderlich ist, für die Dimension der Direktionskraft der Ausdruck:

$$\frac{L^2M}{T^2} \text{ (siehe Erkl. 171).}$$

Die absolute Einheit der Direktionskraft ist einem Körper zuzuschreiben, wenn sein rücktreibendes Drehungsmoment dem Ablenkungswinkel so zugeordnet ist, dass sich für eine Ablenkung um die „Winkeleinheit" eine absolute Einheit des Drehungsmomentes ergibt (siehe Erkl. 172). Die Direktionskraft ist also numerisch gleich dem für eine Ablenkung um die „Winkeleinheit" berechneten rücktreibenden Drehungsmomente (siehe Erkl. 173).

(Gelöste Aufgaben 226 und 227.)

---

20) Trägheitsmoment.

Frage 144. Welche Stücke bestimmen das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine Drehachse?

Erkl. 174. Die Winkelbeschleunigung, welche an ein und demselben um eine feste Achse drehbaren Körper hervorgebracht wird, ändert sich proportional dem angreifenden Drehungsmomente.

Antwort. Das Trägheitsmoment eines um eine Achse drehbaren Körpers ist bestimmt, wenn die Winkelbeschleunigung $\frac{1}{T^2}$ bekannt ist, die durch ein gegebenes Drehungsmoment $\frac{L^2M}{T^2}$ an dem Körper hervorgebracht wird (s. Erkl. 174).

Frage 145. In welcher Weise erfolgt die Einordnung des Trägheitsmomentes in das L-M-T-System?

Erkl. 175. Das Trägheitsmoment ist also numerisch gleich dem Verhältnisse des Drehungsmomentes zu der von diesem hervorgebrachten Winkelbeschleunigung, oder gleich dem Drehungsmomente, welches die Einheit der Winkelbeschleunigung hervorbringt.

Die absolute C.-G.-S.-Einheit des Trägheitsmomentes ist einem Körper in Bezug auf eine Drehachse zuzuschreiben, wenn das Drehungsmoment $cm^2\,g\,sec^{-2}$ an ihm die Winkelbeschleu-

Antwort. Das Trägheitsmoment eines um eine Achse drehbaren Körpers, an welchem das Drehungsmoment L^2MT^{-2} die Winkelbeschleunigung T^{-2} hervorbringt, ist jenem Drehungsmomente gerade und dieser Winkelbeschleunigung umgekehrt proportional.

Die Dimension des Trägheitsmomentes ist also:

$$\frac{L^2M}{T^2} : \frac{1}{T^2} = L^2M.$$

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen und dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

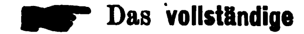
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles,** was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.


Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

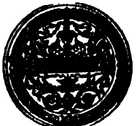
kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

972. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 911. — Seite 65—80.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 911. — Seite 65—80.

Inhalt:

Intensität des Flächendrucks. — Spezifisches Volumen. — Lineare Ausdehnung. — Kubische Ausdehnung. — Dehnungselasticität. — Schubelasticität. — Festigkeit. — Zusammendrückbarkeit. — Volumelasticität. — Oberflächenspannung. — Gelöste Aufgaben.

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar **in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten Mathematik** — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

nigung sec^{-2} hervorbringt. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{cm^2 g}{sec^2} : \frac{1}{sec^2} = cm^2 g$$

darzustellen.

Die absolute Einheit des Trägheitsmomentes besitzt ein Körper in Bezug auf eine Drehachse, wenn die absolute Einheit des Drehungsmomentes an ihm die absolute Einheit der Winkelbeschleunigung hervorbringt (siehe Erklärung 175).

Frage 146. Welche andere Auffassung lässt das Trägheitsmoment $L^2 M$ noch ferner zu?

Erkl. 176. Die Punktmasse M beschreibt einen Kreis vom Radius L. Wird sie von der in die Richtung der Tangente fallenden Kraft LMT^{-2} angegriffen, so hat letztere das Drehungsmoment L^2MT^{-2}, da ihr Hebelarm L ist. Nun bringt aber die Kraft LMT^{-2} an M die Beschleunigung LT^{-2} in der Kreisbahn hervor und somit die Winkelbeschleunigung T^{-2} in Bezug auf die Drehachse.

Erkl. 177. In dem Ausdrucke L^2M, der das Trägheitsmoment irgend eines Körpers in Bezug auf eine Drehachse darstellt, kann M so gewählt werden, dass es die ganze Masse des drehbaren Körpers selbst angibt. Geschieht das, so ist der Betrag von L eindeutig bestimmt, und heisst der Trägheitsradius des drehbaren Körpers. Man kann daher sagen:

Das Trägheitsmoment eines drehbaren Körpers ist numerisch gleich dem Produkte aus seiner Masse und seinem Trägheitsradius.

Antwort. Das einem Körper in Bezug auf eine Drehachse zugehörige Trägheitsmoment L^2M kann auch aufgefasst werden als das Trägheitsmoment der Punktmasse M, deren senkrechter Abstand von der Drehachse L ist (siehe Erkl. 176).

Daraus folgt, dass die absolute Einheit des Trägheitsmomentes auch aufgefasst werden kann als das Trägheitsmoment der Masseneinheit, deren Abstand von der Drehachse eine Längeneinheit beträgt.

Insbesondere kann die absolute C.-G.-S.-Einheit des Trägheitsmomentes auch angesehen werden als das Trägheitsmoment von 1 g Masse in 1 cm Entfernung von der Drehachse (siehe Erkl. 177).

(Gelöste Aufgaben 228 bis 232.)

---

21) Intensität des Flächendruckes.

Frage 147. Durch welche Stücke wird die Intensität des Flächendruckes bestimmt?

Erkl. 178. Der Druck, den die atmosphärische Luft auf alle Körper ausübt, die mit ihr in Berührung stehen, und der Druck des Wassers auf die Gefässwände, sowie auf etwa in dasselbe eingetauchte Körper sind die bekanntesten Beispiele für Flächendruck.

Antwort. Diejenige Intensität des Flächendruckes, bei der die Druckkraft $\frac{LM}{T^2}$ auf die Fläche L^2 wirkt, hat einen völlig bestimmten Betrag (s. Erkl. 178).

Frage 148. In welcher Weise wird die Intensität des Flächendruckes in das L-M-T-System eingeordnet?

Erkl. 179. Die Intensität des Flächendruckes ist numerisch gleich dem Verhältnisse der

Antwort. Die Intensität des Flächendruckes bei der auf die Fläche L^2 die Druckkraft LMT^{-2} wirkt, ist dieser

auf ein bestimmtes Flächenstück wirkenden Druckkraft zur Grösse des Flächenstückes, oder gleich der auf die Flächeneinheit entfallenden Druckkraft.

Kommt auf ein Quadratcentimeter Fläche ein Dyn Druckkraft, so hat die Intensität des Flächendruckes den Betrag einer absoluten C.-G.-S.-Einheit, welche durch:

$$\frac{\text{Dyn}}{\text{Quadratcentimeter}}$$

oder durch:

$$\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} : \text{cm}^2 = \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2} = \text{cm}^{-1}\,\text{g sec}^{-2}$$

dargestellt wird.

Druckkraft gerade und jener Fläche umgekehrt proportional.

Demnach hat die Intensität des Flächendruckes die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2} = L^{-1}MT^{-2}.$$

Diejenige Intensität des Flächendruckes, bei der auf die Flächeneinheit die absolute Krafteinheit wirkt, stellt die absolute Einheit jener Intensität dar (siehe Erkl. 179).

Frage 149. Was ist unter dem Gravitations- oder Schweremass der Intensität des Flächendruckes zu verstehen?

Erkl. 180. Auch in Bezug auf diese Einheit ist die Intensität des Flächendruckes numerisch gleich dem Verhältnisse der auf eine Fläche wirkenden Druckkraft zur Grösse der Fläche oder gleich der auf die Flächeneinheit entfallenden Kraft.

Erkl. 181. Beträgt die Intensität der Schwere g cm sec^{-2}, so enthält 1 Gramm Kraft g Dyn; die Intensitätseinheit des Flächendruckes, bei der auf 1 Quadratcentimeter 1 Gramm Kraft wirkt, ist dann also gleich:

$$g\,\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = g\,\frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}.$$

Antwort. Diejenige Intensität des Flächendruckes, bei der auf die Flächeneinheit eine Schwereeinheit der Kraft wirkt, ist als eine Gravitations- oder Schwereeinheit jener Intensität zu bezeichnen (siehe Erkl. 180).

Die am häufigsten angewandte Einheit dieser Art ist diejenige Intensität, bei der auf 1 Quadratcentimeter Fläche 1 Gramm Kraft kommt.

Um eine Gravitationseinheit der Intensität des Flächendruckes auf absolute Einheiten zurückzuführen, hat man nur die Schwereeinheit der Kraft auf absolute Krafteinheiten zurückzuführen (siehe Erkl. 181).

Frage 150. Welche ferneren Einheiten sind für die Intensität des Flächendruckes in Gebrauch?

Antwort. Es werden noch zwei weitere Einheiten der Intensität des Flächendruckes angewandt, welche man die „Quecksilbereinheit" und die „Atmosphäre" nennt.

Frage 151. Was versteht man unter der Quecksilbereinheit der Intensität des Flächendruckes?

Erkl. 182. Das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist 13,596. Eine Quecksilbersäule von 1 cm Höhe übt also auf 1 cm² Fläche 13,596 Gramm Druckkraft aus. Demnach ist:

$$1 \text{ cm Quecksilber} = 13{,}596\,\frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}$$

$$1 \text{ mm Quecksilber} = 1{,}3596\,\frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}.$$

Antwort. Das Quecksilber übt, wie jede andere Flüssigkeit, auf den horizontalen Boden des Gefässes, in dem es sich befindet, vermöge seiner Schwere einen Druck aus. Dieser Bodendruck besitzt die als Quecksilbereinheit bezeichnete Intensität des Flächendruckes, wenn der Abstand des Quecksilberniveaus vom Boden eine Längeneinheit beträgt.

Beträgt die Intensität der Schwere $g\,\text{cm}\,\text{sec}^{-2}$, so ergibt sich weiter:

$$1 \text{ cm Quecksilber} = 13{,}596 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

$$1 \text{ mm Quecksilber} = 1{,}3596 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2},$$

oder auch:

$$1 \text{ cm Quecksilber} = 13{,}596 \cdot g \frac{\text{g}}{\text{cm}\,\text{sec}^2}$$

$$1 \text{ mm Quecksilber} = 1{,}3596 \cdot g \frac{\text{g}}{\text{cm}\,\text{sec}^2}.$$

Die hierbei gebräuchlichen Längeneinheiten sind das Centimeter und das Millimeter. Die aus diesen hervorgehenden Einheiten für die Intensität des Flächendruckes nennt man einfach ein „Centimeter Quecksilber“ und ein „Millimeter Quecksilber“ (siehe Erkl. 182).

Frage 152. Welche Intensität des Flächendruckes wird als eine Atmosphäre bezeichnet?

Antwort. Unter einer Atmosphäre versteht man diejenige Intensität des Flächendruckes, welche den Betrag von 76 cm oder 760 mm Quecksilber hat (s. Erkl. 183).

Dieser Betrag wird als die mittlere oder normale Intensität des von der atmosphärischen Luft an der Erdoberfläche ausgeübten Druckes angesehen, der nach Ort und Zeit veränderlich ist und durch das Barometer gemessen wird.

Erkl. 183. Nach der Erkl. 182 ist somit:

$$1 \text{ Atmosphäre} = 76 \cdot 13{,}596 \frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}$$

oder rund:

$$1 \text{ Atmosphäre} = 1033 \frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2},$$

wobei unter „Gramm“ selbstverständlich wieder ein Gramm Kraft zu verstehen ist.

Weiter ergibt sich, wenn wieder die Intensität der Schwere gleich $g\,\text{cm}\,\text{sec}^{-2}$ ist:

$$1 \text{ Atmosphäre} = 76 \cdot 13{,}596 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

oder rund:

$$1 \text{ Atmosphäre} = 1033 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Frage 153. Welche andere Definition ist für 1 Atmosphäre Flächendruck vorgeschlagen worden?

Antwort. Man hat vorgeschlagen, denjenigen Flächendruck, dessen Intensität:

$$10^6 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = 10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm}\,\text{sec}^2}$$

oder 1 Megadyn pro Quadratcentimeter beträgt, als Atmosphäre Druck zu bezeichnen.

Dieser Vorschlag kommt darauf hinaus, für die Intensität des Flächendruckes eine grössere Einheit einzuführen, die der gebräuchlichen Atmosphäre ziemlich nahe kommt (siehe Erkl. 184), aber von der Intensität der Schwere nicht abhängig und also auch nicht mit dieser veränderlich ist (s. Erkl. 185).

Erkl. 184. Rechnet man nämlich die Intensität der Schwere zu $981\,\text{cm}\,\text{sec}^{-2}$, so ergibt sich für 1 Atmosphäre Flächendruck nach der Erkl. 183 der Betrag: $1\,013\,664 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$.

Erkl. 185. Von der hierneben aufgestellten Definition für 1 Atmosphäre Flächendruck haben die Physiker bisher noch keinen Gebrauch gemacht. Auch ist es nicht zweckmässig, zwei verschiedene Einheiten einer Grösse mit demselben Namen zu bezeichnen.

(Gelöste Aufgaben 233 bis 236.)

22) Dichte.

Frage 154. Welche Stücke bestimmen die Dichte eines Körpers?

Antwort. Diejenige Dichte, bei der in dem Raume L^3 die Masse M enthalten ist, hat einen ganz bestimmten Betrag.

Frage 155. In welcher Weise ist die Dichte in das L-M-T-System einzuordnen?

Erkl. 186. Die Dichte ist also numerisch gleich dem Verhältnisse der in einem Raume enthaltenen Masse zu diesem Raume, oder gleich der in der Raumeinheit enthaltenen Masse.

Die Dichte, bei der in einem Kubikcentimeter Raum 1 Gramm Masse enthalten ist, stellt die absolute C.-G.-S.-Einheit der Dichte dar. Sie wird durch:

$$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = \mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{g}$$

bezeichnet.

Antwort. Die Dichte, bei der in dem Raume L^3 die Masse M enthalten ist, ändert sich gerade proportional dieser Masse und umgekehrt proportional jenem Raume.

Die Dichte hat also die Dimension:

$$\frac{M}{L^3} = L^{-3}M.$$

Diejenige Dichte, bei der in einer Raumeinheit eine Masseneinheit enthalten ist, gilt als eine absolute Einheit der Dichte (siehe Erkl. 186).

Frage 156. Welche Einheit der Dichte ist ausser der absoluten Einheit derselben in Gebrauch?

Erkl. 187. Die Dichte des Wassers ist, wie die aller anderen Körper mit der Temperatur veränderlich und erreicht bei 4° Celsius ihren grössten Betrag.

Erkl. 188. Nimmt man an, dass 1 cm³ Wasser von 4° Celsius genau 1 g wiege, so ist die Dichte des Wassers gleich 1 $\mathrm{cm}^{-3}\mathrm{g}$, und die spezifischen Gewichte fallen mit den auf die absolute C.-G.-S.-Einheit bezogenen Masszahlen der Dichte zusammen.

Wenn nun auch diese Annahme nicht völlig genau zutreffen mag (siehe die Einleitung zu diesem Lehrbuche), so pflegt man sie doch in den meisten Fällen als hinreichend genau anzusehen.

Antwort. Die Dichte, welche reines Wasser bei einer Temperatur von 4° Celsius besitzt (siehe Erkl. 187), wird häufig als Einheit für die Dichte anderer Körper angewandt.

Die auf diese Einheit bezogene Masszahl der Dichte eines Körpers nennt man sein spezifisches Gewicht. Es ist gleich dem Verhältnisse des Gewichtes eines Körpers zum Gewichte eines gleichen Volumens Wasser von 4° Celsius (siehe Erkl. 188).

Frage 157. Was wird unter einer auf Luft bezogenen Gas- oder Dampfdichte verstanden?

Erkl. 189. Sie unterscheiden sich indessen von den auf Wasser bezogenen spezifischen Gewichten, abgesehen davon, dass hier andere Vergleichskörper gewählt sind, in einem ganz wesentlichen Punkte.

Die gewöhnlichen spezifischen Gewichte sind nämlich Masszahlen der Dichte, die sich auf eine unveränderliche Einheit: die Dichte des Wassers bei 4° Celsius beziehen.

Antwort. Es ist üblich, das Verhältnis der Dichte eines Gases oder Dampfes zur Dichte reiner Luft von gleicher Temperatur und gleichem Drucke als die auf Luft bezogene Gas- oder Dampfdichte zu bezeichnen.

Für die Zwecke der theoretischen Chemie vergleicht man mit Wasserstoffgas anstatt mit Luft.

Die von Luft oder Wasserstoff hergeleiteten Gas- und Dampfdichten beziehen sich dagegen auf veränderliche Einheiten, da auch Luft und Wasserstoff ihre Dichte mit Temperatur und Druck ändern. Sie sind in der That nichts anderes, als die Verhältnisse je zweier gleichzeitig veränderlichen Dichten.

Diese Verhältniszahlen werden auch wohl als die auf Luft oder auf Wasserstoff bezogenen spezifischen Gewichte der Gase und Dämpfe bezeichnet (siehe Erkl. 189).

(Gelöste Aufgaben 237 bis 240.)

23) Spezifisches Volumen.

Frage 158. In welcher Weise wird das spezifische Volumen als abhängig veränderliche Grösse dem L-M-T-System eingefügt?

Erkl. 190. Das spezifische Volumen ist demnach numerisch gleich dem Verhältnisse des Raumes, den eine Masse einnimmt, zu dieser Masse, oder gleich dem von der Masseneinheit beanspruchten Raume.

Es ist somit der Dichte reciprok.

Das spezifische Volumen, bei dem 1 g Masse 1 cm^3 Raum einnimmt, hat den Betrag der absoluten C.-G.-S.-Einheit des spezifischen Volumens und ist durch:

$$\frac{cm^3}{g} = cm^3\,g^{-1}$$

zu bezeichnen.

Antwort. Dasjenige spezifische Volumen, bei dem die Masse M den Raum L^3 einnimmt, ist vollständig bestimmt. Es ändert sich gerade proportional dem Raume L^3 und umgekehrt proportional der Masse M. Demnach hat es die Dimension:

$$\frac{L^3}{M} = L^3 M^{-1}.$$

Das spezifische Volumen, bei dem die Masseneinheit eine Raumeinheit einnimmt, stellt eine absolute Einheit dar (siehe Erkl. 190).

(Gelöste Aufgaben 241 bis 243.)

24) Lineare Ausdehnung.

Frage 159. Wodurch wird die lineare Ausdehnung eines Körpers bestimmt?

Antwort. Die lineare Ausdehnung eines Körpers wird bestimmt durch seine Länge und die durch irgend eine Ursache an ihm hervorgebrachte Verlängerung.

Frage 160. Welche Rolle spielt die lineare Ausdehnung im L-M-T-System?

Erkl. 191. Da im L-M-T-System nur eine unabhängig veränderliche Länge L zugelassen wird, so ergibt sich die Dimension 1 in folgender Weise. Die lineare Ausdehnung, durch welche die Länge L um die Länge L zunimmt, ist:

$$\frac{L}{L} = 1.$$

Erkl. 192. Die lineare Ausdehnung ist also numerisch gleich dem Verhältnisse der Verlängerung zur ursprünglichen Länge, oder gleich der Verlängerung, welche die Längeneinheit erfährt.

Die Masszahlen der linearen Ausdehnung sind selbstverständlich von der Längeneinheit unabhängig.

Antwort. Die lineare Ausdehnung eines Körpers ist der an ihm hervorgebrachten Verlängerung gerade und seiner ursprünglichen Länge umgekehrt proportional.

Sie ist daher im L-M-T-System nicht abhängig veränderlich und hat die Dimension 1 in demselben (s. Erkl. 191).

Als unveränderlicher Betrag wird diejenige lineare Ausdehnung in das L-M-T-System aufgenommen, bei der eine Verdoppelung der ursprünglichen Länge stattfindet. Dieser Betrag dient zugleich als Einheit der linearen Ausdehnung (siehe Erkl. 192).

(Gelöste Aufgaben 244 und 245.)

25) Kubische Ausdehnung.

Frage 161. Wodurch wird die kubische Ausdehnung eines Körpers bestimmt?

Antwort. Die kubische Ausdehnung eines Körpers wird bestimmt durch sein Volumen und die durch irgend eine Ursache an ihm hervorgebrachte Volumvergrösserung.

Frage 162. Welche Rolle spielt die kubische Ausdehnung im *L-M-T*-System?

Antwort. Die kubische Ausdehnung eines Körpers ist der an ihn hervorgebrachten Volumvergrösserung gerade und seinem ursprünglichen Volumen umgekehrt proportional.

Sie ist im *L-M-T*-System nicht abhängig veränderlich und hat die Dimension 1 in diesem System (s. Erkl. 193).

Als unveränderlicher Betrag wird diejenige kubische Ausdehnung in das *L-M-T*-System aufgenommen, bei der eine Verdoppelung des ursprünglichen Volumens stattfindet. Dieser Betrag dient auch als Einheit der kubischen Ausdehnung (siehe Erkl. 194).

Erkl. 193. Die Dimension 1 ergibt sich in folgender Weise. Die kubische Ausdehnung, durch die das Volumen L^3 um das Volumen L^3 vergrössert wird, ist:

$$\frac{L^3}{L^3} = 1.$$

Erkl. 194. Die kubische Ausdehnung ist hiernach numerisch gleich dem Verhältnisse der Volumzunahme zum ursprünglichen Volumen, oder gleich der Volumvergrösserung, welche die Volumeinheit erfährt.

Die Masszahlen der kubischen Ausdehnung sind unabhängig von der Raumeinheit, also auch von der Längeneinheit.

(Gelöste Aufgaben 246 und 247.)

---

26) Dehnungselasticität.

Frage 163. Welche Stücke bestimmen die Stärke der Dehnungselasticität eines Stoffes, und welche Dimension hat diese?

Antwort. Die Stärke der Dehnungselasticität eines Stoffes ist bestimmt, wenn die lineare Ausdehnung bekannt ist, die an einem aus dem Stoffe hergestellten Stabe (oder Drahte) vom Querschnitt L^2 durch die Zugkraft $\frac{LM}{T^2}$ hervorgebracht wird (siehe Erkl. 195).

Sie ist der Zugkraft $\frac{LM}{T^2}$ gerade, dem Querschnitt L^2 und der hervorgebrachten linearen Ausdehnung umgekehrt proportional.

Die Dehnungselasticität hat also die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2} = L^{-1}MT^{-2},$$

da die lineare Ausdehnung im *L-M-T*-System nicht abhängig veränderlich ist (siehe Erkl. 196). Diese Dimension ist dieselbe, wie die für die Intensität des

Erkl. 195. Dabei wird nur eine innerhalb der Elasticitätsgrenze liegende lineare Ausdehnung zugelassen, d. h. eine solche, die von den elastischen Kräften des Stoffes wieder rückgängig gemacht wird, wenn die Zugkraft zu wirken aufhört.

Diese lineare Ausdehnung ist der Zugkraft gerade und dem Querschnitt des Stabes umgekehrt proportional.

Erkl. 196. Nach der Antwort auf die Frage 160 stellt der Ausdruck:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2}$$

diejenige Stärke der Dehnungselasticität dar, bei der die Länge eines Stabes vom Querschnitt L^2 durch die Kraft $\frac{LM}{T^2}$ verdoppelt werden würde, vorausgesetzt, dass die lineare Ausdehnung der Zugkraft bis zur Verdoppelung der Länge proportional bliebe.

Zu diesem und den nächstfolgenden Abschnitten vergleiche man das Lehrbuch der Elasticität und Festigkeit von R. Klimpert.

Flächendruckes gefundene. In der That kann man sich die Kraft LMT^{-2} gleichmässig über die Fläche L^2 verteilt denken.

Frage 164. Welche Definition ergibt sich für die absolute Einheit der Dehnungselasticität?

Erkl. 197. Die Masszahl der Dehnungselasticität in Bezug auf irgend eine Einheit wird Dehnungsmodul oder auch einfach Elasticitätsmodul genannt.

Dieser Modul oder mit anderen Worten: der numerische Betrag der Dehnungselasticität ist gleich dem Verhältnisse der Zugkraft zum Produkte aus dem Querschnitt des Stabes und der an ihm hervorgebrachten linearen Ausdehnung — oder gleich dem Verhältnisse der zur Verdoppelung der Länge erforderlichen Zugkraft zum Querschnitte — oder endlich gleich der für je eine Flächeneinheit des Querschnittes zur Verdoppelung der Länge erforderlichen Zugkraft.

Antwort. Einem Stoffe ist die absolute Einheit der Dehnungselasticität zuzuschreiben, wenn ein aus dem Stoffe hergestellter Stab, dessen Querschnitt der Flächeneinheit gleich ist, eine Zugkraft vom Betrage der absoluten Krafteinheit erfordern würde, um seine Länge zu verdoppeln (siehe Erkl. 197).

Die absolute C.-G.-S.-Einheit der Dehnungselasticität besitzt also ein Stoff, wenn ein aus ihm hergestellter Stab von 1 cm^2 Querschnitt 1 Dyn Kraft erfordern würde, um seine Länge zu verdoppeln. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2} = \text{cm}^{-1}\,\text{g sec}^{-2}$$

darzustellen.

Frage 165. Welche Gravitationseinheit ist für die Dehnungselasticität in Gebrauch?

Erkl. 198. Wenn die Intensität der Schwere gleich g cm sec^{-2} ist, so enthält 1 Kilogramm Kraft 1000 g Dyn. Die gebräuchliche Gravitationseinheit der Dehnungselasticität ist also gleich:

$$10^8 \cdot g\,\frac{\text{Dyn}}{\text{mm}^2} = 10^5 \cdot g\,\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Antwort. Die Dehnungs- oder Elasticitätsmoduln werden häufig auf diejenige Einheit der Dehnungselasticität bezogen, bei der ein Stab von 1 mm^2 Querschnitt eine Zugkraft von 1 kg erfordern würde, um seine Länge zu verdoppeln (siehe Erkl. 198). Auch hier gilt in Bezug auf die Moduln das in der Erkl. 197 Gesagte.

(Gelöste Aufgaben 248 und 249.)

---

27) Schubelasticität.

Frage 166. Was versteht man unter Schiebung oder Scherung eines festen Körpers?

Erkl. 199. Man denke sich in dem Körper vor der Schiebung eine senkrechte Linie zwischen den beiden Endflächen gezogen. Diese Linie wird sich bei der Schiebung um einen bestimmten Winkel gegen ihre ursprüngliche Richtung neigen, ohne sich zu krümmen. Den so entstandenen Winkel kann man, der Kürze wegen, wohl als den Schubwinkel bezeichnen.

Antwort. Die eine Endfläche eines Körpers, der etwa die Gestalt einer Platte habe, sei fest; die andere Endfläche werde in ihrer Ebene nach irgend einer Richtung hin verschoben. Wenn dann gleichzeitig alle zwischen den beiden Endflächen liegenden Querschnitte nach derselben Richtung hin Verschiebungen erfahren, die ihrem Abstande von der festen Endfläche proportional sind, so

Die Schiebung selbst denke man sich hervorgebracht durch eine Kraft, welche die zu verschiebende Endfläche angreift und in deren Ebene liegt; sie mag Schubkraft heissen.

sagt man, es habe eine Schiebung oder Scherung des ganzen Körpers stattgefunden (siehe Erkl. 199).

Frage 167. Welche Stücke bestimmen die Stärke der Schubelasticität eines Stoffes und welche Dimension hat letztere?

Erkl. 200. Auch hier kommen nur Schiebungen innerhalb der Elasticitätsgrenze in Betracht; es sind also bleibende Schiebungen ganz ausgeschlossen.

Bei solchen Schiebungen ist der Schubwinkel der Schubkraft gerade und dem Querschnitt der Platte umgekehrt proportional.

Erkl. 201. Der Ausdruck:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2}$$

stellt diejenige Stärke der Schubelasticität dar, bei der an einer Platte vom Querschnitt L^2 die Kraft $\frac{LM}{T^2}$ einen Schubwinkel von der Grösse einer „Winkeleinheit" hervorbringen würde, vorausgesetzt, dass der Schubwinkel bis zu diesem Betrage der Schubkraft proportional bliebe.

Antwort. Die Stärke der Schubelasticität eines Stoffes ist bestimmt, wenn der Schubwinkel bekannt ist, der an einer aus dem Stoffe hergestellten Platte vom Querschnitte L^2 durch die Schubkraft $\frac{LM}{T^2}$ hervorgebracht wird (siehe Erkl. 200).

Sie ist der Schubkraft $\frac{LM}{T^2}$ gerade, dem Querschnitte L^2 und dem hervorgebrachten Schubwinkel umgekehrt proportional.

Die Schubelasticität hat demnach die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2} = L^{-1}MT^{-2},$$

da die Winkelgrösse im L-M-T-System nicht abhängig veränderlich ist (siehe Erkl. 201). Auch hier kann man sich die Schubkraft LMT^{-2} gleichmässig über die Fläche L^2 verteilt denken.

Frage 168. Wie ist die absolute Einheit der Schubelasticität zu definieren?

Erkl. 202. Die Masszahl der Schubelasticität in Bezug auf irgend eine Einheit derselben wird Schubmodul oder auch zweiter Elasticitätsmodul und noch öfter Torsionsmodul genannt. Ueber die letztere Bezeichnung gibt die Antwort auf die Frage 170 Auskunft.

Dieser Modul ist gleich dem Verhältnisse der Schubkraft zum Produkte aus dem Querschnitt der Platte und dem an ihr hervorgebrachten Schubwinkel — oder gleich dem Verhältnisse der Schubkraft, welche die „Winkeleinheit" als Schubwinkel hervorbringen würde, zum Querschnitte — oder endlich gleich der Schubkraft, welche die „Winkeleinheit" als Schubwinkel an einer Platte hervorbringen würde, deren Querschnitt der Flächeneinheit gleich ist.

Antwort. Ein Stoff besitzt die absolute Einheit der Schubelasticität, wenn eine aus demselben hergestellte Platte, deren Querschnitt oder Endfläche der Flächeneinheit gleich ist, eine Schubkraft vom Betrage der absoluten Krafteinheit erfordern würde, um einen Schubwinkel vom Betrage einer „Winkeleinheit" zu erfahren (siehe Erkl. 202).

Die absolute C.-G.-S.-Einheit der Schubelasticität kommt einem Stoffe zu, wenn an einer aus ihm hergestellten Platte von 1 cm^2 Endfläche eine Schubkraft von 1 Dyn einen Schubwinkel vom Betrage der „Winkeleinheit" hervorbringen würde.

Diese Einheit ist durch:

$$\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2} = \text{cm}^{-1}\,\text{g sec}^{-2}$$

darzustellen.

Frage 169. Welche Gravitationseinheit wird für die Schubelasticität angewandt?

Erkl. 203. Ist die Intensität der Schwere gleich g cm sec^{-2}, so enthält 1 Kilogramm Kraft 1000 g Dyn. Die gebräuchliche Einheit der Schubelasticität ist demnach gleich:

$$10^8 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{mm}^2} = 10^5 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Antwort. Der Schubmodul wird oft auf diejenige Einheit der Schubelasticität bezogen, bei der eine Platte für je 1 mm² Querschnitt eine Schubkraft von 1 Kilogramm erfordern würde, um einen Schubwinkel vom Betrage einer „Winkeleinheit“ zu erfahren (s. Erkl. 203).

Auch in Bezug auf die Gravitationseinheit bleibt der Inhalt der Erkl. 202 gültig.

Frage 170. Was versteht man unter Torsion oder Drillung?

Erkl. 204. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die Querschnitte des Stabes Drehungen um ihre Mittelpunkte erfahren, die ihrem Abstande vom festen Ende proportional sind und die durch die Elasticität des Stabes wieder rückgängig gemacht werden. Diese Voraussetzung trifft nur bei kleinen Torsionen zu.

Erkl. 205. Da die zusammengesetzte Schiebung, die man Torsion nennt, viel wichtiger ist, als die einfache Schiebung, so werden die Schubmoduln gewöhnlich Torsionsmoduln genannt.

Antwort. Wenn das eine Ende eines cylindrischen Stabes (oder Drahtes) um die Achse gedreht wird, während das andere Ende festgeklemmt ist, so sagt man, der Stab erfahre eine Torsion oder Drillung (siehe Erkl. 204).

Die Torsion des Stabes kann als ungleiche Schiebung seiner Teile aufgefasst werden. Daher lässt sich die Torsionselasticität auf Schubelasticität zurückführen (siehe Erkl. 205). Die Art, wie diese Zurückführung vorgenommen wird, kommt hier nicht in Betracht; es genügt, dass die Torsion keine neue abhängig veränderliche Grösse im L-M-T-System erfordert.

(Gelöste Aufgabe 250.)

---

28) Festigkeit.

Frage 171. Wodurch wird die Zugfestigkeit eines Stoffes bestimmt, welche Dimension hat sie, und mit welchen Einheiten wird sie gemessen?

Erkl. 206. Ist insbesondere 1 Dyn Kraft erforderlich, um einen Stab von 1 Quadratcentimeter Querschnitt zu zerreissen, so besitzt der Stoff die absolute C.-G.-S.-Einheit der Zugfestigkeit: $1 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$.

Als Gravitationseinheit ist derjenige Betrag der Zugfestigkeit in Gebrauch, bei dem eine Zugkraft von 1 Kilogramm erforderlich ist, um einen Stab oder Draht von 1 mm² Querschnitt zu zerreissen. Beträgt die Intensität der Schwere g cm sec^{-2}, so ist die Zugfestigkeit:

$$1 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2} = 10^5 \cdot g \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Antwort. Die Zugfestigkeit oder absolute Festigkeit eines Stoffes wird bestimmt durch die Kraft $\frac{LM}{T^2}$, die erforderlich ist, um einen aus dem Stoffe hergestellten Stab (oder Draht) vom Querschnitt L^2 zu zerreissen.

Sie ist der Kraft LMT^{-2} gerade, dem Querschnitte L^2 umgekehrt proportional und hat somit die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2} = L^{-1}MT^{-2}.$$

Man kann sich die Zugkraft $\frac{LM}{T^2}$ gleichmässig über die Fläche L^2 des Querschnittes verteilt denken.

Immer ist die Zugfestigkeit numerisch gleich der Zugkraft, die erforderlich ist, um einen Stab zu zerreissen, dessen Querschnitt der Flächeneinheit gleichkommt. Ihre Masszahl wird als Modul der Zugfestigkeit oder als Zerreissungsmodul bezeichnet.

Die absolute Einheit der Zugfestigkeit kommt dem Stoffe zu, wenn die absolute Krafteinheit erforderlich ist, um einen Stab zu zerreissen, dessen Querschnitt der Flächeneinheit gleichkommt (siehe Erkl. 206).

Frage 172. Was gilt über Druckfestigkeit und über Schubfestigkeit eines Stoffes?

Erkl. 207. Im ersten Falle ist $\frac{LM}{T^2}$ die Kraft, welche eine Säule oder Platte vom Querschnitt L^2 aus dem betreffenden Stoffe zerdrückt, ohne dass vorher Biegung eintritt; im zweiten Falle ist es die Kraft, welche durch Schiebung den Zusammenhang der Teile zerstört.

Antwort. Das über Zugfestigkeit Gesagte gilt ganz ebenso für Druckfestigkeit und Schubfestigkeit, wenn man nur die Kraft $\frac{LM}{T^2}$ als Druckkraft oder als Schubkraft einführt (siehe Erkl. 207).

Die Druckfestigkeit wird auch als rückwirkende Festigkeit bezeichnet.

(Gelöste Aufgabe 251.)

29) Zusammendrückbarkeit.

Frage 173. Welche Stücke bestimmen die Zusammendrückbarkeit eines Stoffes, und welche Dimension hat diese?

Erkl. 208. Unter verhältnismässiger Volumverminderung ist das Gegenteil der kubischen Ausdehnung zu verstehen. Sie hat, wie diese, die Dimension 1.

Erkl. 209. Es kommen hier ausschliesslich feste und flüssige Stoffe in Betracht.

Erkl. 210. Der Dimensionsausdruck:

$$\frac{1}{\frac{LM}{T^2}:L^2} = \frac{LT^2}{M}$$

stellt denjenigen Grad der Zusammendrückbarkeit dar, bei dem durch einen Flächendruck von der Intensität:

$$\frac{LM}{T^2}:L^2 = \frac{M}{LT^2}$$

ein Körper um sein eigenes Volumen, also zu einem Punkte zusammengedrückt werden würde, wenn die Volumverminderung bis zu dieser Grenze der Intensität des Flächendruckes proportional wäre.

Antwort. Die Zusammendrückbarkeit eines Stoffes wird bestimmt durch die verhältnismässige Volumverminderung (siehe Erkl. 208), die ein aus dem Stoffe bestehender Körper von beliebiger Form erfährt, wenn auf seine Oberfläche in allen Punkten ein Flächendruck von der Intensität $\frac{M}{LT^2}$ ausgeübt wird (siehe Erkl. 209).

Sie ist der verhältnismässigen Volumverminderung gerade und der Intensität $\frac{M}{LT^2}$ des Flächendruckes umgekehrt proportional. Da die verhältnissmässige Volumverminderung im L-M-T-System nicht abhängig veränderlich ist, so hat die Zusammendrückbarkeit die reziproke Dimension des Flächendruckes:

$$\frac{1}{\frac{LM}{T^2}:L^2} = \frac{LT^2}{M} = LM^{-1}T^2$$

(siehe Erkl. 210).

Frage 174. Wie ist die absolute Einheit der Zusammendrückbarkeit zu definieren?

Antwort. Einem Stoffe würde die absolute Einheit der Zusammendrück-

Erkl. 211. Die Masszahl der Zusammendrückbarkeit in Bezug auf irgend eine Einheit wird als Kompressionskoëffizient bezeichnet.

Der Kompressionskoëffizient ist gleich dem Quotienten aus der verhältnismässigen Volumverminderung zu der Intensität des Flächendruckes, oder gleich der durch einen Flächendruck von der Einheit der Intensität hervorgebrachten verhältnismässigen Volumverminderung.

barkeit zugeschrieben werden müssen, wenn ein aus diesem Stoffe bestehender Körper durch einen Flächendruck, dessen Intensität eine absolute Einheit beträgt, um sein eigenes Volumen zusammengedrückt werden würde (siehe Erkl. 211).

Insbesondere würde ein Stoff die absolute C.-G.-S.-Einheit der Zusammendrückbarkeit besitzen, wenn die in Betracht kommende Intensität des Flächendruckes $1 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$ wäre. Diese Einheit der Zusammendrückbarkeit ist durch:

$$\frac{1}{\text{Dyn} : \text{cm}^2} = \frac{\text{cm sec}^2}{\text{g}} = \text{cm g}^{-1}\,\text{sec}^2$$

darzustellen.

Frage 175. Mit welchen anderen Einheiten wird die Zusammendrückbarkeit auch noch gemessen?

Erkl. 212. Aus den früher angegebenen Beziehungen zwischen den verschiedenen Einheiten der Intensität des Flächendruckes folgen ohne weiteres die Beziehungen zwischen den drei wichtigsten Einheiten der Zusammendrückbarkeit:

$$\frac{1}{\text{Dyn} : \text{cm}^2} = 10^5 \cdot g \, \frac{1}{\text{Kilogramm} : \text{mm}^2}$$

$$\frac{1}{\text{Dyn} : \text{cm}^2} = 1033 \cdot g \, \frac{1}{\text{Atmosphäre}}$$

$$\frac{1}{\text{Atmosphäre}} = \frac{10^5}{1033} \, \frac{1}{\text{Kilogramm} : \text{mm}^2},$$

wenn die Intensität der Schwere g cm sec^{-2} beträgt.

Man kann diese drei Einheiten der Reihe nach bezeichnen als: die auf 1 Dyn pro cm², die auf 1 Kilogramm pro mm², die auf 1 Atmosphäre bezogene Einheit der Zusammendrückbarkeit.

Antwort. Aus der Antwort auf die Frage 174 ergibt sich, dass es ebenso viele Einheiten der Zusammendrückbarkeit gibt, wie Einheiten für die Intensität des Flächendruckes. Es sind jedoch hauptsächlich noch zwei weitere Einheiten in Gebrauch, die sich ergeben, wenn man als Einheit der Intensität des Flächendruckes entweder 1 Kilogramm pro Quadratmillimeter oder aber 1 Atmosphäre einführt (siehe Erkl. 212).

Endlich wird auch wohl die Zusammendrückbarkeit des Wassers als Einheit für die Zusammendrückbarkeit anderer Stoffe benutzt.

(Gelöste Aufgaben 252 bis 255.)

---

30) Volumelasticität.

Frage 176. In welcher Beziehung steht die Volumelasticität eines Stoffes zu seiner Zusammendrückbarkeit?

Erkl. 213. Der Dimensionsausdruck $\frac{M}{LT^2}$ stellt diejenige Volumelasticität dar, bei der ein Körper den Flächendruck $\frac{M}{LT^2}$ erfordern würde, wenn er um sein

Antwort. Die Volumelasticität eines Stoffes hat dieselben Bestimmungsstücke, wie seine Zusammendrückbarkeit. Sie ist jedoch von diesen Stücken in umgekehrter Weise abhängig, also der Intensität des Flächendruckes $\frac{M}{LT^2}$ gerade und der verhältnismässigen

eigenes Volumen zusammengedrückt werden sollte, vorausgesetzt, dass seine Volumverminderung bis zu dieser Grenze der Intensität des Flächendruckes proportional wäre.

Erkl. 214. Die Masszahl der Volumelasticität eines Stoffes heisst sein Kompressionsmodul oder sein Volummodul.

Der Kompressionsmodul eines Stoffes in Bezug auf die durch irgend eine Einheit des Flächendruckes bestimmte Einheit der Volumelasticität ist der reziproke Wert des Kompressionskoëffizienten in Bezug auf die durch dieselbe Druckeinheit bestimmte Einheit der Zusammendrückbarkeit.

Volumverminderung umgekehrt proportional.

Die Volumelasticität hat also die Dimension des Flächendruckes:

$$\frac{LM}{T^2} : L^2 = \frac{M}{LT^2} = L^{-1}MT^{-2}$$

(siehe Erkl. 213).

Wenn ein Stoff die auf irgend eine Einheit des Flächendruckes bezogene Einheit der Zusammendrückbarkeit besitzt, so hat er auch die auf dieselbe Einheit des Flächendruckes bezogene Einheit der Volumelasticität (siehe Erkl. 214).

(Gelöste Aufgaben 256 und 257.)

31) Oberflächenspannung.

Frage 177. Durch welche Stücke wird die in einem Flüssigkeitshäutchen herrschende Spannung bestimmt, und welche Dimension hat diese Flächenspannung?

Erkl. 215. Jede Flüssigkeit bildet an ihrer Oberfläche, die mit Luft in Berührung stehen mag, eine sehr dünne, gespannte Flüssigkeitshaut. Denkt man sich in diese Haut eine beliebige Kurve gezeichnet, so wirkt an der Kurve entlang nach jeder ihrer beiden Seiten hin eine gewisse, über die Kurve gleichmässig verteilte Kraft, welche den auf der jedesmal entgegengesetzten Seite der Kurve liegenden Teil der Flüssigkeitshaut spannt.

Antwort. Die Oberflächenspannung in einem Flüssigkeitshäutchen wird bestimmt durch die spannende Kraft $\frac{LM}{T^2}$, die auf der Strecke L an einer in dem Häutchen gezogenen Kurve entlang wirksam ist (siehe Erkl. 215).

Sie ist der spannenden Kraft LMT^{-2} gerade und der Strecke L umgekehrt proportional, hat demnach die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : L = \frac{M}{T^2} = MT^{-2}.$$

Frage 178. Wie wird der Betrag einer absoluten Einheit der Oberflächenspannung festgesetzt?

Erkl. 216. Die Oberflächenspannung ist also numerisch gleich dem Verhältnisse der auf eine Strecke entfallenden Kraft zu dieser Strecke, oder gleich der spannenden Kraft, die auf die Längeneinheit entfällt.

Ihre Masszahl in Bezug auf irgend eine Einheit wird als Kapillarkonstante bezeichnet.

Antwort. Die Oberflächenspannung hat in einer Flüssigkeitshaut den Betrag einer absoluten Einheit, wenn in derselben auf eine Strecke, die der Längeneinheit gleich ist, als spannende Kraft eine absolute Krafteinheit kommt (siehe Erkl. 216).

Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist 1 Dyn pro Centimeter oder:

$$\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} : \text{cm} = \frac{\text{g}}{\text{sec}^2} = \text{g sec}^{-2}.$$

Frage 179. Welche Gravitationseinheit der Oberflächenspannung wird vorzugsweise gebraucht?

Antwort. Als Gravitationseinheit der Oberflächenspannung wendet man

Erkl. 217. Es ist:

$$1\,\frac{\text{Milligramm}}{\text{Millimeter}} = 0{,}01 \cdot g\,\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}},$$

wenn die Intensität der Schwere g cm sec^{-2} beträgt.

gewöhnlich denjenigen Betrag derselben an, bei dem auf 1 Millimeter Länge in der Flüssigkeitshaut 1 Milligramm spannender Kraft kommt (s. Erkl. 217).

(Gelöste Aufgaben 258 und 259.)

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 103. Wieviel Dyn Schwere hat 1 Gramm Masse in demjenigen Teile des Gravitationsfeldes der Erde, in welchem an den (im luftleeren Raume) frei fallenden Körpern die Beschleunigung $981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ hervorgebracht wird?

Auflösung. Da die Intensität der Schwere den Betrag:

$$981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 981\,\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$$

hat, so besitzt 1 Gramm Masse 981 Dyn Schwere.

Aufgabe 104. Welche Masse ist in demselben Teile des Gravitationsfeldes der Erde 1 Dyn schwer?

Auflösung. Da 1 Gramm Masse 981 Dyn Schwere besitzt, so hat $\frac{1}{981}$ Gramm oder 1,02 Milligramm Masse 1 Dyn Schwere.

Aufgabe 105. Welche Masse ist in demselben Teile des Gravitationsfeldes der Erde 1 Megadyn schwer?

Auflösung. Rechnet man 1 Dyn Schwere auf 1,02 mg Masse, so kommt 1 Megadyn = 10^6 Dyn Schwere 1020 g Masse.

Aufgabe 106. Um wieviel Dyn ist 1 Gramm Masse am Pole der Erde schwerer als am Aequator?

Auflösung. Nach der Anmerkung 10 ist die Intensität der Schwere um den Betrag:

$$(983 - 978)\,\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}} = 5\,\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$$

am Pole der Erde grösser als am Aequator. Demnach ist 1 Gramm Masse am Pole um 5 Dyn schwerer.

Aufgabe 107. Es werde 1 kg Masse aus mittlerer Breite zum Aequator gebracht; um wieviel Dyn wird die Schwere der Masse abnehmen?

Auflösung. Die Abnahme der Schwere wird nach der Anmerkung 10 den Betrag:

$$(981\,000 - 978\,000)\ \text{Dyn} = 3000\ \text{Dyn}$$

erreichen.

Aufgabe 108. Die Masse zu berechnen, welche am Pole um 1 Megadyn schwerer ist, als am Aequator.

Auflösung. Aus der Aufgabe 107 schliesst man leicht, dass die gesuchte Masse 200 kg beträgt.

Aufgabe 109. Das Gesetz aufzustellen, nach welchem die Intensität der Schwere bei vertikaler Erhebung auf Höhen, die gegen den Erdradius klein sind, abnimmt.

Erkl. 218. Es wird angenommen, dass die Intensität der Schwere dem Quadrate der Entfernung vom Erdmittelpunkte umgekehrt proportional sei.

Die Masszahlen a und h beziehen sich auf ein und dieselbe beliebige Längeneinheit.

Erkl. 219. Es ist nämlich:

$$\frac{a^2}{(a+h)^2} = \frac{a^2}{a^2+2ah+h^2} = \frac{1}{1+\frac{2h}{a}+\left(\frac{h}{a}\right)^2}.$$

Vernachlässigt man $\left(\frac{h}{a}\right)^2$, so erhält man hierfür:

$$\frac{1}{1+\frac{2h}{a}}$$

was durch $1-\frac{2h}{a}$ ersetzt werden darf.

Auflösung. An der Erdoberfläche betrage die Intensität der Schwere $g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Wird nun die Erde als eine Kugel vom Radius a betrachtet, so herrscht in der Höhe h die Intensität:

$$\frac{a^2}{(a+h)^2}\cdot g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

(siehe Erkl. 218). Mit Rücksicht darauf, dass h gegen a klein ist, kann hierfür gesetzt werden:

$$\left(1-\frac{2h}{a}\right)\cdot g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

(siehe Erkl. 219).

Demnach nimmt die Intensität der Schwere bei einer Erhebung auf die Höhe h um:

$$\frac{2h}{a}\cdot g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

ab. Diese Abnahme ist der Höhe h gerade proportional.

Aufgabe 110. Aus der Lösung der vorhergehenden Aufgabe zu berechnen, um wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ die Intensität der Schwere für je 1 Meter vertikaler Erhebung abnimmt, wenn sie an der Erdoberfläche $981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt.

Auflösung. Wird der Erdradius zu $637\cdot 10^4$ m gerechnet, so hat man in das Endergebnis der vorhergehenden Aufgabe einzusetzen: $h=1$, $a=637\cdot 10^4$, $g=981$. Dadurch wird:

$$\frac{2h}{a}\cdot g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 3\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

Die Abnahme der Schwere beträgt also $3\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ oder $3\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$ für je 1 Meter Erhebung.

Aufgabe 111. Bis zu welcher Höhe über der Erdoberfläche ist 1 kg Masse zu erheben, wenn seine Schwere um 1 Dyn abnehmen soll?

Auflösung. Nach der vorhergehenden Aufgabe verliert 1 kg Masse für 1 m Erhebung 0,3 Dyn Schwere. Ein Verlust von 1 Dyn Schwere wird also in einer Höhe von $3\frac{1}{3}$ m erreicht.

Aufgabe 112. Welche Masse verliert bei 1 m Erhebung 1 Dyn Schwere?

Auflösung. Da 1 kg Masse bei 1 m Erhebung 0,3 Dyn Schwere verliert, so wird in gleicher Höhe ein Verlust von 1 Dyn Schwere bei $3\frac{1}{3}$ kg Masse eintreten.

Aufgabe 113. Wenn die Erde als eine Kugel angesehen wird, an deren Oberfläche die Intensität der Schwere $981 \frac{cm}{sec^2}$ beträgt, wie gross wird dann diese Intensität in 60 Erdhalbmessern Entfernung vom Erdmittelpunkte sein?

Auflösung. Man schliesst aus der Auflösung zur Aufgabe 109, dass in der bezeichneten Entfernung, die als abgerundete mittlere Entfernung des Mondes von der Erde angenommen werden kann, die Intensität der Schwere den Betrag:

$$\left(\frac{1}{60}\right)^2 \cdot 981 \frac{cm}{sec^2} = 0{,}2725 \frac{cm}{sec^2}$$

hat.

Aufgabe 114. Wieviel Dyn Schwere hat 1 kg Masse in 60 Erdhalbmessern Entfernung vom Mittelpunkte der Erde?

Auflösung. Da die Intensität in der bezeichneten Entfernung $0{,}2725 \frac{Dyn}{Gramm}$ beträgt, so hat 1 kg Masse daselbst 272,5 Dyn Schwere.

Aufgabe 115. Welche Masse hat in derselben Entfernung 1 Dyn Schwere?

Auflösung. Da 0,2725 Dyn Schwere auf 1 g Masse kommt, so hat eine Masse von $\frac{1}{0{,}2725}$ oder 3,67 g 1 Dyn Schwere.

Aufgabe 116. In welcher Entfernung vom Erdmittelpunkte beträgt die Intensität der Schwere $1 \frac{cm}{sec^2}$ oder $1 \frac{Dyn}{Gramm}$?

Auflösung. Ist a der Erdradius, r die gesuchte Entfernung, beide mit ein und derselben beliebigen Längeneinheit gemessen, so soll:

$$\left(\frac{a}{r}\right)^2 \cdot 981 = 1$$

sein, woraus folgt:

$$r = 31{,}321\, a.$$

Aufgabe 117. Wieviel $\frac{Dyn}{Gramm}$ enthält die Einheit der Gravitationsintensität, wenn als Längeneinheit das Meter, als Zeiteinheit die Sekunde eingeführt wird?

Auflösung. Da die Intensität:

$$\frac{m}{sec^2} = \frac{100\ cm}{sec^2} = 100 \frac{cm}{sec^2}$$

ist, so enthält die Meter-Sekunde-Einheit der Gravitationsintensität $100 \frac{Dyn}{Gramm}$.

Aufgabe 118. Welche Masszahl hat die mittlere Intensität der Schwere an der Erdoberfläche in Bezug auf die Meter-Sekunde-Einheit?

Auflösung. Es ist:

$$981 \frac{cm}{sec^2} = 9{,}81 \frac{m}{sec^2}.$$

Aufgabe 119. Welche Masszahlen erhält man für die mittlere Intensität der Schwere an der Erdoberfläche, wenn die Sekunde als Zeiteinheit und entweder der Pariser Fuss oder der englische Fuss als Längeneinheit angenommen wird?

Auflösung. Aus den beiden Gleichungen:

$$981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = x \frac{32{,}484 \text{ cm}}{\text{sec}^2}$$

$$981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = y \frac{30{,}479 \text{ cm}}{\text{sec}^2}$$

folgen die Werte: $x = 30{,}2$ und $y = 32{,}2$. Es ist also die Schwereintensität:

$$981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \begin{cases} = 30{,}2 \dfrac{\text{Par. Fuss}}{\text{sec}^2} \\ = 32{,}2 \dfrac{\text{engl. Fuss}}{\text{sec}^2}. \end{cases}$$

Aufgabe 120. Wieviel $\frac{\text{Poundal}}{\text{engl. Pfund}}$ enthält die Schwereintensität von $981 \frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$?

Auflösung. Da nach der Lösung zur vorhergehenden Aufgabe die Intensität:

$$981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 32{,}2 \frac{\text{engl. Fuss}}{\text{sec}^2}$$

ist, so ist auch:

$$981 \frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}} = 32{,}2 \frac{\text{Poundal}}{\text{engl. Pfund}}.$$

Aufgabe 121. Wenn an einem Orte die Intensität der Schwere gleich $\frac{L}{T^2}$ ist, welche Schwere hat dann daselbst die Masse M?

Auflösung. Aus der Erkl. 91 geht hervor, dass die verlangte Schwere gleich:

$$\frac{LM}{T^2}$$

ist.

Aufgabe 122. An einem Orte beträgt die Intensität der Schwere $\frac{30{,}16 \text{ Par. Fuss}}{\text{sec}^2}$; wieviel Dyn Schwere hat daselbst das englische Pfund?

Auflösung. Nach der Lösung zur vorhergehenden Aufgabe ist die zu berechnende Schwere:

$$\frac{30{,}16 \text{ Par. Fuss engl. Pfund}}{\text{sec}^2}$$

oder:

$$\frac{30{,}16 \cdot 32{,}484 \text{ cm } 453{,}59 \text{ g}}{\text{sec}^2}$$

oder:

$$30{,}16 \cdot 32{,}484 \cdot 453{,}59 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2},$$

also 444 390 Dyn.

Aufgabe 123. Wieviel englische Pfund werden an demselben Orte 1 Megadyn Schwere haben?

Auflösung. Aus der Gleichung:

$$\frac{30{,}16 \text{ Par. Fuss } x \text{ engl. Pfund}}{\text{sec}^2} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

folgt:

$$x = 2{,}25.$$

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

973. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen.
Forts. v. Heft 972. — Seite 81—96.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 972. — Seite 81—96.

Inhalt:

Gelöste Aufgaben.

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe und Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden** der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital** lebendige Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Aufgabe 124. Wieviel $\frac{\text{Megadyn}}{\text{kg}}$ enthält die Schwereintensität $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$?

Auflösung. Es ist die Intensität:

$$981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 981 \frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}} = 981 \frac{10^6\,\text{Dyn}}{10^6\,\text{Gramm}}$$
$$= 981 \frac{\text{Megadyn}}{10^3\,\text{Kilogramm}}$$
$$= 0{,}981 \frac{\text{Megadyn}}{\text{Kilogramm}}.$$

Aufgabe 125. Die Schwereintensität $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ soll die Einheit der Gravitationsintensität sein. Wenn nun ausserdem die Sekunde Zeiteinheit sein soll, wie gross muss dann die Längeneinheit gewählt werden?

Auflösung. Die Forderung:

$$\frac{[L]}{[T^2]} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

kann, wenn noch $[T] = 1$ sec sein soll, nur durch:

$$[L] = 981\ \text{cm}$$

befriedigt werden.

Aufgabe 126. Wenn die Längeneinheit auf 981 cm, die Zeiteinheit auf 1 Sekunde festgesetzt ist, wie ist dann die absolute Krafteinheit von der Masseneinheit abhängig?

Erkl. 220. Genauer ist zu sagen: Die Krafteinheit ist gleich der Schwere, welche die Masseneinheit an Orten von der Schwereintensität $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ besitzt.

Auflösung. Fügt man zu den beiden Einheiten $[L] = 981$ cm und $[T] = 1$ sec als dritte fundamentale Einheit die veränderliche Masseneinheit $[M]$ hinzu, so ist die zugeordnete Krafteinheit:

$$\left[\frac{LM}{T^2}\right] = \frac{981\ \text{cm}\ [M]}{\text{sec}^2}$$

d. h. die absolute Krafteinheit ist gleich der Schwere der Masseneinheit (siehe Erkl. 220).

Aufgabe 127. Wieviel Dyn enthält 1 Gramm, 1 Kilogramm, 1 englisches Pfund Kraft, wenn die Intensität der Schwere $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt?

Auflösung. Nach der Erkl. 98 enthält dann 1 Gramm Kraft 981 Dyn, 1 Kilogramm Kraft 981 000 Dyn, 1 englisches Pfund Kraft 444 972 Dyn oder rund 445 000 Dyn.

Aufgabe 128. Wieviel Milligramm Kraft enthält unter derselben Voraussetzung das Dyn?

Auflösung. Das Dyn enthält dann 1,02 Milligramm Kraft. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 104.

Aufgabe 129. Zwischen welchen Beträgen schwankt 1 Gramm Kraft an der Erdoberfläche?

Auflösung. Nach der Anmerkung 10 schwankt 1 Gramm Kraft an der Erdoberfläche zwischen 978 und 983 Dyn.

Aufgabe 130. Um wieviel Prozent wächst jede Schwereeinheit der Kraft beim Uebergange vom Aequator zum Pole?

Auflösung. Nach der Anmerkung 10 beträgt die Zunahme jeder Schwereeinheit:

$$\frac{983-978}{978}\cdot 100=\frac{500}{978}$$

oder etwas über 0,5 Prozent.

Aufgabe 131. In Paris beträgt die Intensität der Schwere $980{,}96\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, in Petersburg $981{,}89\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Wieviel Gramm stellen in Petersburg 1 Pariser Kilogramm Kraft dar?

Auflösung. In Petersburg ist 1 Gramm Kraft gleich 981,89 Dyn, es sind also dort x Gramm Kraft gleich $981{,}89x$ Dyn. In Paris ist 1 Kilogramm Kraft gleich 980 960 Dyn. Die Forderung:

$$981{,}89x = 980960$$

ergibt:

$$x = 999{,}053.$$

Aufgabe 132. In Berlin beträgt die Intensität der Schwere $981{,}28\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$, in Paris $980{,}96\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$. Wieviel Milligramm müssen in Paris auf 1 Kilogramm Kraft zugegeben werden, um 1 Berliner Kilogramm Kraft zu erhalten?

Auflösung. Das Pariser Kilogramm Kraft ist um 981 280 — 980 960 oder 320 Dyn leichter als das Berliner Kilogramm. Werden jenem x Milligramm zugelegt, so nimmt es um $0{,}98096x$ Dyn zu. Die Forderung:

$$0{,}98096x = 320$$

ergibt:

$$x = 326.$$

Aufgabe 133. Welches Gewicht stellt 1 Megadyn Kraft dar: am Aequator, in mittlerer Breite, am Pole?

Auflösung. Die verlangten Gewichte sind der Reihe nach:

$$\frac{10^6}{978} = 1022{,}5 \text{ Gramm}$$

$$\frac{10^6}{981} = 1019{,}4 \text{ Gramm}$$

$$\frac{10^6}{983} = 1017{,}3 \text{ Gramm.}$$

Aufgabe 134. Nachdem die Sekunde als Zeiteinheit gewählt ist, soll die Längeneinheit so festgesetzt werden, dass die einer beliebigen Masseinheit $[M]$ zugeordnete Schwereeinheit der Kraft immer gleich der absoluten $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Kraft ist.

Erkl. 221. Da die Intensität der Schwere von Ort zu Ort wechselt, so würde man auf diese Weise Ortseinheiten der Länge erhalten. Insbesondere würde die Aequatoreinheit 978 cm, die Einheit der mittleren Breite 981 cm, die Poleinheit 983 cm betragen.

Auflösung. Nach der Antwort auf die Frage 72 kann die gestellte Forderung nur dadurch erfüllt werden, dass die Masszahl der Schwereintensität gleich 1 wird. Beträgt also diese Intensität:

$$g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2},$$

so muss:

$$\frac{[L]}{\text{sec}^2} = g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2},$$

also:

$$[L] = g\text{ cm}$$

sein (siehe Erkl. 221).

Aufgabe 135. Nachdem das Centimeter als Längeneinheit gewählt ist, soll die Zeiteinheit so bestimmt werden, dass die in der vorhergehenden Aufgabe gestellte Forderung erfüllt ist.

Erkl. 222. Man würde so zu Ortseinheiten der Zeit gelangen. Insbesondere würde die Aequatoreinheit $31976 \cdot 10^{-6}$ sec, die Einheit der mittleren Breite $31928 \cdot 10^{-6}$ sec, die Poleinheit $31895 \cdot 10^{-6}$ sec betragen.

Auflösung. Beträgt die Intensität der Schwere:

$$g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2},$$

so geht aus der Lösung der vorhergehenden Aufgabe hervor, dass:

$$\frac{\text{cm}}{[T^2]} = g\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

also:

$$[T] = \sqrt{\frac{1}{g}}\text{ sec}$$

sein muss (s. Erkl. 222).

Aufgabe 136. Die Längeneinheit sei 1 m, die Zeiteinheit 1 sec. Man wähle die Masseneinheit so, dass die absolute Krafteinheit gleich 1 kg Kraft wird, unter der Voraussetzung, dass die Intensität der Schwere $981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt.

Erkl. 223. Die drei Einheiten:

1 m Länge
1 sec Zeit
1 kg Kraft

werden in der Physik vielfach angewandt.

Auflösung. Die angegebene Intensität der Schwere ist:

$$9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{sec}^2},$$

nach der Antwort auf die Frage 72 ist also 1 kg Kraft gleich:

$$9{,}81\,\frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}.$$

Nun soll:

$$\frac{\text{m}\,[M]}{\text{sec}^2} = 9{,}81\,\frac{\text{m kg}}{\text{sec}^2}$$

sein, also muss:

$$[M] = 9{,}81\text{ kg}$$

gewählt werden (siehe Erkl. 223).

Aufgabe 137. Die Zeiteinheit sei 1 sec; die Intensität der Schwere werde zu $981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ angenommen. Man bestimme die Einheiten der Länge und der Masse so, dass die Intensität der Schwere 1000 absolute Einheiten der Gravitationsintensität und 1 englisches Pfund Kraft 500 absolute Einheiten der Kraft enthält.

Auflösung. Die gestellten Forderungen sind in den beiden Gleichungen:

$$1000\,\frac{[L]}{\text{sec}^2} = 981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

$$500\,\frac{[L]\,[M]}{\text{sec}^2} = 981\,\frac{\text{cm engl. Pfund}}{\text{sec}^2}$$

enthalten, deren zweite sich aus der Antwort auf die Frage 72 ergibt. Aus diesen Gleichungen folgt:

$$[L] = 0{,}981 \text{ cm}$$
$$[M] = 907{,}18 \text{ g}.$$

Aufgabe 138. Ein Körper von 12 kg Masse hat eine Geschwindigkeit von $24 \frac{\text{m}}{\text{min}}$. Es soll seine Bewegungsgrösse in $\frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$ berechnet werden.

Auflösung. Die Bewegungsgrösse beträgt:

$$\frac{24 \text{ m } 12 \text{ kg}}{\text{min}} = 480\,000 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 139. Ein Körper von 1 kg Masse soll $10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$ Bewegungsgrösse haben; wieviel $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ muss seine Geschwindigkeit betragen?

Auflösung. Die verlangte Geschwindigkeit betrage $x \text{ m min}^{-1}$. Dann ergibt sich aus der Gleichung:

$$\frac{x \text{ m kg}}{\text{min}} = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$$

der Wert:

$$x = 600.$$

Aufgabe 140. Welche Masse hat bei einer Geschwindigkeit von $1 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ die Bewegungsgrösse $10^3 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$?

Auflösung. Die Masse sei M, dann folgt aus:

$$\frac{\text{m } M}{\text{sec}} = 10^3 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$$
$$M = 10 \text{ g}.$$

Aufgabe 141. Wieviel C.-G.-S.-Einheiten enthält die absolute Einheit $\frac{\text{m kg}}{\text{sec}}$ der Bewegungsgrösse?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{\text{m kg}}{\text{sec}} = \frac{10^2 \text{ cm } 10^3 \text{ g}}{\text{sec}} = 10^5 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 142. Welche Veränderung erleidet die absolute Einheit der Bewegungsgrösse, wenn die Längeneinheit verdoppelt, die Masseneinheit verdreifacht, die Zeiteinheit aber auf den fünften Teil herabgesetzt wird?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{2[L]\,3[M]}{\frac{1}{5}[T]} = 30\left[\frac{LM}{T}\right].$$

Aufgabe 143. Welche Bewegungsgrösse bringt 1 kg Kraft in 1 sec Zeit hervor?

Auflösung. Es ist:

$$981 \frac{\text{cm kg}}{\text{sec}^2} \text{ sec} = 981\,000 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 144. Welche Bewegungsgrösse bringt 1 engl. Pfund Kraft in 1 sec Zeit hervor?

Auflösung. Es ist:

$$981 \frac{\text{cm engl. Pfund}}{\text{sec}^2} \text{sec} = 444972 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}$$

oder rund:

$$445000 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 145. In welcher Zeit bringt 1 kg Kraft $10^6 \text{ cm g sec}^{-1}$ Bewegungsgrösse hervor?

Auflösung. Aus der Gleichung:

$$981 \frac{\text{cm kg}}{\text{sec}^2} T = 10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

folgt:

$$T = 1{,}02 \text{ sec.}$$

Aufgabe 146. Auf zwei Massen von 600 g und von 40 g wirken zwei gleiche Kräfte gleich lange. Die erste Masse erhält eine Geschwindigkeit von $\frac{280 \text{ cm}}{3 \text{ sec}}$; wieviel m sec^{-1} Geschwindigkeit wird die zweite Masse erhalten?

Auflösung. Die gesuchte Geschwindigkeit betrage $x \text{ m sec}^{-1}$. Da gleiche Kräfte in derselben Zeit dieselbe Bewegungsgrösse hervorbringen, so ist:

$$\frac{x \text{ m } 40 \text{ g}}{\text{sec}} = \frac{280 \text{ cm } 600 \text{ g}}{3 \text{ sec}},$$

woraus folgt:

$$x = 7.$$

Aufgabe 147. Auf zwei ungleiche Massen M_1 und M_2 wirken zwei gleiche Kräfte gleich lange. Die Masse M_1 erhält die Geschwindigkeit $1 \frac{\text{km}}{\text{min}}$, die Masse M_2 die Geschwindigkeit $\frac{500 \text{ m}}{6 \text{ sec}}$. In welchem Verhältnisse stehen M_1 und M_2 zu einander?

Auflösung. Gleiche Kräfte bringen in derselben Zeit dieselbe Bewegungsgrösse hervor. Demnach ist:

$$\frac{\text{km } M_1}{\text{min}} = \frac{500 \text{ m } M_2}{6 \text{ sec}},$$

folglich:

$$M_1 = 5 M_2.$$

Aufgabe 148. Wieviel Erg mechanischer Arbeit leistet 1 Megadyn Kraft auf einem Wege von 3 m Länge?

Auflösung. Die zu berechnende Arbeit ist:

$$10^6 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} 3 \text{ m} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}^2 \text{ g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 149. Eine Kraft erteilt einer Masse von 10 kg in 3 sec eine Geschwindigkeit von 360 m min^{-1}. Wieviel Erg mechanischer Arbeit leistet diese Kraft auf einer Wegstrecke von 5 km Länge?

Auflösung. Die zu berechnende Arbeit ist:

$$\frac{360 \text{ m } 10 \text{ kg}}{\text{min } 3 \text{ sec}} 5 \text{ km} = 10^{12} \frac{\text{cm}^2 \text{ g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 150. Auf welcher Wegstrecke wird eine Kraft, die an einer Masse von 2 kg die Beschleunigung $\frac{4\text{ m}}{(5\text{ sec})^2}$ hervorbringt, 10^8 Erg Arbeit leisten?

Auflösung. Die verlangte Strecke L ergibt sich aus der Forderung:

$$\frac{4\text{ m }2\text{ kg}}{25\text{ sec}^2}L = 10^8\frac{\text{cm}^2\text{ g}}{\text{sec}^2}$$

zum Betrage:

$$L = 31,25\text{ m}.$$

Aufgabe 151. Welche Veränderung erleidet die absolute Einheit der mechanischen Arbeit, wenn die Längeneinheit auf den sechsfachen Betrag, die Zeiteinheit auf den dreifachen Betrag erhöht wird, während zugleich die Masseneinheit auf den halben Betrag herabgesetzt wird?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{[6\,L]^2\left[\frac{1}{2}M\right]}{[3\,T]^2} = 2\left[\frac{L^2 M}{T^2}\right].$$

Die Arbeitseinheit wird also verdoppelt.

Aufgabe 152. In welchem Verhältnisse steht die Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheit der mechanischen Arbeit zur C.-G.-S.-Einheit derselben?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{\text{mm}^2\text{ mg}}{\text{sec}^2}:\frac{\text{cm}^2\text{ g}}{\text{sec}^2} = \frac{\text{mm}^2\text{ mg}}{\text{cm}^2\text{ g}} = 1:10^5.$$

Aufgabe 153. Wieviel Erg enthält die absolute engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der Arbeit?

Erkl. 224. Die engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der Arbeit wird von 1 Poundal auf einer Strecke, die 1 engl. Fuss lang ist, geleistet oder verbraucht und heisst daher auch Fuss-Poundal.

Auflösung. Es ist:

$$\frac{(\text{engl. Fuss})^2\text{ Pfund}}{\text{sec}^2} = \frac{(30,479\text{ cm})^2\ 453,59\text{ g}}{\text{sec}^2}$$

$$= 421\,371\frac{\text{cm}^2\text{ g}}{\text{sec}^2}$$

oder rund: 421 400 Erg (siehe Erkl. 224).

Aufgabe 154. Die absolute Krafteinheit soll 1 Megadyn, die absolute Arbeitseinheit soll 1 Joule sein, während die Zeiteinheit die Sekunde ist. Dementsprechend sind die Einheiten der Länge und der Masse zu bestimmen.

Auflösung. Aus den Forderungen:

$$\left[\frac{LM}{T^2}\right] = 10^6\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

$$\left[\frac{L^2 M}{T^2}\right] = 10^7\frac{\text{cm}^2\text{ g}}{\text{sec}^2}$$

$$[T] = 1\text{ sec}$$

folgt:

$$[L] = 10\text{ cm}$$

$$[M] = 100\text{ kg}.$$

Aufgabe 155. Wieviel Erg enthält 1 Meterkilogramm, wenn für die Intensität der Schwere der Mittelwert 981 cm sec^{-2} angenommen wird?

Auflösung. Aus der Antwort auf die Frage 88 geht unmittelbar hervor, dass dann:

$$1\text{ mkg} = 981\cdot 10^5\text{ Erg}$$

ist.

Aufgabe 156. Wieviel Erg enthält unter derselben Voraussetzung 1 Centimetergramm?

Auflösung. Es ist entsprechend:

1 cmg = 981 Erg.

Aufgabe 157. Wieviel Erg enthält endlich unter gleicher Vorraussetzung 1 engl. Fusspfund?

Auflösung. Man findet ebenso, dass:

1 engl. Fusspfund = 13562300 Erg

ist.

Aufgabe 158. Wieviel Meterkilogramm enthält das engl. Fusspfund?

Auflösung. Man kann ebenfalls aus der Antwort auf die Frage 88 schliessen, dass:

1 engl. Fusspfund = 0,13825 mkg

ist, und dass das Verhältnis dieser beiden Arbeitseinheiten von der Intensität der Schwere nicht abhängt.

Aufgabe 159. Ein Körper von 1,5 kg Gewicht wird 10 m hoch emporgeworfen; wieviel Erg verbraucht dabei die Schwerkraft an dem Körper?

Auflösung. Die Schwerkraft verbraucht

$$981 \frac{\text{cm}\ 1{,}5\ \text{kg}}{\text{sec}^2}\ 10\ \text{m} = 14\,715 \cdot 10^6\ \text{Erg}.$$

Aufgabe 160. Ein Körper von 7 kg Gewicht fällt aus einer Höhe von 20 m herab; wieviel Megaerg leistet die Schwerkraft dabei an dem Körper?

Auflösung. Die Schwerkraft leistet:

$$981 \frac{\text{cm}\ 7\ \text{kg}}{\text{sec}^2}\ 20\ \text{m} = 13\,734\ \text{Megaerg}.$$

Aufgabe 161. Eine Last von 12 Tonnen soll 15 m hoch gehoben werden, wieviel Joule sind dabei gegen die Schwerkraft zu leisten?

Auflösung. Gegen die Schwerkraft ist die Arbeit:

$$981 \frac{\text{cm}\ 12\,000\ \text{kg}}{\text{sec}^2}\ 15\ \text{m} = 1\,765\,800\ \text{Joule}$$

zu leisten.

Aufgabe 162. Wieviel Megaerg enthält 1 Meterkilogramm?

Auflösung. Nach der Auflösung zur Aufgabe 155 ist:

1 mkg = 98,1 Megaerg.

Aufgabe 163. Wieviel Megaerg enthält 1 engl. Fusspfund?

Auflösung Nach der Auflösung zur Aufgabe 157 ist:

1 engl. Fusspfund = 13,5623 Megaerg.

Aufgabe 164. Das Meterkilogramm und das engl. Fusspfund auf das Joule zurückzuführen.

Auflösung. Nach den Auflösungen zu den Aufgaben 155 und 157 ist:

1 mkg = 9,81 Joule

1 engl. Fusspfund = 1,35623 Joule.

Aufgabe 165. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Arbeitsintensität, bei der in 5 Minuten 6 Megaerg geleistet werden?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{6 \cdot 10^6 \,\text{Erg}}{5 \,\text{min}} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}}$$

oder:

$$6 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} : 5 \,\text{min} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}.$$

Aufgabe 166. Wieviel Joule werden bei einer Arbeitsintensität von 10^8 absoluten C.-G.-S.-Einheiten in 1 Stunde geleistet?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{10^8 \,\text{Erg}}{\text{sec}} \cdot 3600 \,\text{sec} = 36 \cdot 10^{10} \,\text{Erg} = 36000 \,\text{Joule}.$$

Aufgabe 167. In welcher Zeit werden bei 5 Watt Arbeitsintensität 10^9 Erg geleistet?

Auflösung. Aus:

$$\frac{10^9 \,\text{Erg}}{T} = 5 \cdot 10^7 \frac{\text{Erg}}{\text{sec}}$$

folgt:

$$T = 20 \,\text{sec}.$$

Aufgabe 168. An einem Körper, der sich mit einer Geschwindigkeit von $\frac{8 \,\text{m}}{3 \,\text{sec}}$ bewegt, arbeitet eine Kraft von 15 Megadyn; wie gross ist die Intensität ihrer Arbeitsleistung?

Auflösung. Es ist:

$$15 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}\,\text{g}}{\text{sec}^2} \cdot \frac{8 \,\text{m}}{3 \,\text{sec}} = 4 \cdot 10^7 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}$$

oder gleich 4 Watt.

Aufgabe 169. Welche Geschwindigkeit muss der Angriffspunkt einer Kraft von 1 Megadyn haben, wenn diese mit 1 Watt Intensität Arbeit leisten soll?

Auflösung. Aus:

$$\frac{10^6 \,\text{cm}\,\text{g}}{\text{sec}^2} \cdot \frac{L}{T} = 10^7 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}$$

ergibt sich:

$$\frac{L}{T} = 10 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 170. Welche Aenderung erleidet die absolute C.-G.-S.-Einheit der Arbeitsintensität, wenn die Einheiten: cm, g, sec ersetzt werden durch: 4 cm, 5 g, 2 sec?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{(4 \,\text{cm})^2\, 5 \,\text{g}}{(2 \,\text{sec})^3} = 10 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}.$$

Aufgabe 171. Wieviel C.-G.-S.-Einheiten der Arbeitsintensität enthält die absolute englische Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit derselben?

Auflösung. Nach der Aufgabe 153 ist:

$$1 \frac{\text{Fuss-Poundal}}{\text{Sekunde}} = 421400 \frac{\text{Erg}}{\text{Sekunde}}.$$

Aufgabe 172. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthalten die in der Antwort auf die Frage 97 aufgeführten Gravitationsein-

Auflösung. Die bezeichnete Antwort lehrt, dass:

heiten der Arbeitsintensität, wenn die Intensität der Schwere zu 981 cm sec^{-2} angenommen wird?

$$1\,\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Sekunde}} = 981 \cdot 10^5\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}$$
$$1\,\frac{\text{engl. Fusspfund}}{\text{Sekunde}} = 13562300 \;\text{„}$$
$$1 \text{ Pferdekraft} = 73575 \cdot 10^5 \;\text{„}$$
$$1 \text{ engl. Pferdekraft} = 74556 \cdot 10^5 \;\text{„}$$
ist.

Aufgabe 173. Wieviel $\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Sekunde}}$ enthält die engl. Pferdekraft?

Auflösung. Aus der Antwort auf die Frage 97 kann ebenfalls geschlossen werden, dass:

$$1 \text{ engl. Pferdekraft} = 76\,\frac{\text{mkg}}{\text{sec}}$$

ist, unabhängig von der Intensität der Schwere.

Aufgabe 174. Ein Körper von 1 Gramm Gewicht wird (im luftleeren Raume) dem freien Fall überlassen. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Intensität, mit der die Schwerkraft an dem Körper Arbeit leistet, nach t Sekunden Fallzeit?

Auflösung. Die Geschwindigkeit des fallenden Körpers beträgt nach t Sekunden Fallzeit:

$$981\,t\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Da nun die Arbeit leistende Schwerkraft den Betrag:

$$981\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

hat, so ist die Arbeitsintensität nach t Sekunden:

$$981^2 t\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3} = 962361\,t\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}.$$

Aufgabe 175. Nach wieviel Sekunden Fallzeit beträgt die Intensität, mit der die Schwerkraft an demselben Körper Arbeit leistet, 1 Watt?

Auflösung. Die Arbeitsintensität betrage nach x Sekunden Fallzeit 1 Watt, dann ist nach der vorhergehenden Aufgabe:

$$981^2 x\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3} = 10^7\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3},$$

woraus folgt:

$$x = 10{,}4.$$

Aufgabe 176. Welche Masse muss ein frei fallender Körper haben, wenn die Arbeitsintensität der Schwere an demselben nach Ablauf der ersten Sekunde 1 Watt betragen soll?

Auflösung. Aus der Forderung:

$$981\,\frac{\text{cm}\,M}{\text{sec}^2}\;981\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 10^7\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3}$$

folgt:

$$M = 10{,}4 \text{ g}.$$

Aufgabe 177. Wieviel Watt enthält die gewöhnliche, wieviel die engl. Pferdekraft?

Auflösung. Aus der Auflösung zur Aufgabe 172 folgt:

1 Pferdekraft = 735,75 Watt
1 engl. Pferdekraft = 745,56 „

Aufgabe 178. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten der lebendigen Kraft besitzt eine Masse von 8 kg, die sich mit einer Geschwindigkeit von $\frac{15\,\text{m}}{2\,\text{min}}$ bewegt?

Auflösung. Die lebendige Kraft ist:

$$\frac{225\,\text{m}^2\;8\,\text{kg}}{4\,\text{min}^2} = 125\cdot 10^4\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 179. Welche Masse besitzt bei einer Geschwindigkeit von 1 m min^{-1} eine lebendige Kraft von 100 absoluten C.-G.-S.-Einheiten?

Auflösung. Aus der Forderung:

$$\frac{\text{m}^2\,M}{\text{min}^2} = 100\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$$

folgt:

$$M = 36\,\text{g}.$$

Aufgabe 180. Ein Körper von 8 kg Masse soll 10^9 doppelte C.-G.-S.-Einheiten der lebendigen Kraft besitzen; wieviel m min^{-1} Geschwindigkeit muss er haben?

Auflösung. Die Forderung:

$$\frac{L^2\,8\,\text{kg}}{T^2} = 10^9\,\frac{\text{cm}^2\,2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$$

ergibt:

$$\frac{L}{T} = 300\,\frac{\text{m}}{\text{min}}.$$

Aufgabe 181. Ein Körper von 6 kg Gewicht hat eine Geschwindigkeit von 12 m min^{-1}. Welche Geschwindigkeit wird der Körper erreichen, wenn eine Kraft von 3000 Dyn auf einer Wegstrecke von 5 m Länge an ihm Arbeit leistet?

Auflösung. Die an dem Körper geleistete Arbeit beträgt:

$$3000\,\frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}\,5\,\text{m} = 15\cdot 10^5\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2},$$

seine lebendige Kraft nimmt also um:

$$3\cdot 10^6\,\text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$$

zu. Nun folgt aus:

$$\frac{L^2\,6\,\text{kg}}{T^2} = 3\cdot 10^6\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} + \frac{144\,\text{m}^2\,6\,\text{kg}}{\text{min}^2}$$

$$\frac{L}{T} = 30\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 182. Eine Masse M wird durch eine Kraft in Bewegung gesetzt, die an ihr die Beschleunigung $\frac{L}{T^2}$ hervorbringt. Welchen Weg legt die Masse in der Zeit T zurück?

Erkl. 225. Es sei an den bekannten Satz erinnert, dass, wenn die Beschleunigung eines

Auflösung. Die Masse M wird nach Ablauf der Zeit T die Geschwindigkeit LT^{-1}, also die lebendige Kraft L^2MT^{-2} besitzen. Um letztere hervorzubringen, ist

frei fallenden Körpers $g \text{ cm sec}^{-2}$ beträgt, in der ersten Sekunde die Strecke $\frac{1}{2} g$ cm zurückgelegt wird.

die Arbeit $\frac{1}{2} L^2 M T^{-2}$ erforderlich; diese wird aber von der Kraft $L M T^{-2}$ auf dem Wege $\frac{1}{2} L$ geleistet (siehe Erkl. 225).

Aufgabe 183. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten der lebendigen Kraft sind gleichwertig mit 1 Meterkilogramm, 1 engl. Fusspfund, 1 Centimetergramm mechanischer Arbeit, wenn die Intensität der Schwere $981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt?

Auflösung. Aus der Antwort auf die Frage 107 geht hervor, dass die angegebenen drei Arbeitseinheiten der Reihe nach:

$$1962 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}^2 \text{g}}{\text{sec}^2}$$

$$27124650 \frac{\text{cm}^2 \text{g}}{\text{sec}^2}$$

$$1962 \frac{\text{cm}^2 \text{g}}{\text{sec}^2}$$

lebendiger Kraft äquivalent sind.

Aufgabe 184. Ein Körper von 10 kg Gewicht fällt aus einer Höhe von 5 m herab; wie gross ist seine lebendige Kraft beim Aufschlag?

Auflösung. Die Schwere leistet an dem Körper 50 Meterkilogramm Arbeit, wodurch eine lebendige Kraft von $981 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-2}$ gewonnen wird.

Aufgabe 185. Ein Körper wird mit einer Geschwindigkeit von $\frac{327 \text{ m}}{10 \text{ sec}}$ vertikal aufwärts geworfen; welche Höhe wird er erreichen?

Auflösung. Hat der Körper die Masse M, so ist der Arbeitswert seiner lebendigen Kraft:

$$\frac{1}{2} \frac{327^2 \text{ m}^2 M}{100 \text{ sec}^2}.$$

Erreicht er die Höhe L, so verbraucht die Schwerkraft an ihm die Arbeit:

$$981 \frac{\text{cm } M}{\text{sec}^2} L.$$

Nun folgt aus:

$$981 \frac{\text{cm } M}{\text{sec}^2} L = \frac{1}{2} \frac{327^2 \text{ m}^2 M}{100 \text{ sec}^2}$$

$$L = 54{,}5 \text{ m}.$$

Aufgabe 186. Wieviel Megaerg beträgt der Arbeitswert der lebendigen Kraft einer Masse von 648 kg, die sich mit einer Geschwindigkeit von $\frac{100 \text{ m}}{3 \text{ min}}$ bewegt?

Auflösung. Der Arbeitswert ist:

$$\frac{1}{2} \frac{10^4 \text{ m}^2 \, 648 \text{ kg}}{9 \text{ min}^2} = 1000 \text{ Megaerg}.$$

Aufgabe 187. Wieviel Meterkilogramm beträgt der Arbeitswert der in der vorhergehenden Aufgabe angegebenen lebendigen Kraft?

Auflösung. Wird das Meterkilogramm zu $981 \cdot 10^5$ Erg gerechnet, so beträgt der Arbeitswert 10,2 Meterkilogramm.

Aufgabe 188. Wieviel $\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$ enthält die Einheit $\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}$ des Gravitationspotentials?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} = 10^4\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} = 10^4\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}.$$

Aufgabe 189. Wieviel $\frac{\text{Joule}}{\text{Kilogramm}}$ enthält dieselbe Einheit?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} = 10^4\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} = 10^4\,\frac{\text{cm}^2\,\text{kg}}{\text{sec}^2} : \text{kg}$$

$$= 10^7\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} : \text{kg} = 1\,\frac{\text{Joule}}{\text{Kilogramm}}.$$

Aufgabe 190. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Gravitationspotentials enthält die englische absolute Fuss-Sekunde-Einheit desselben?

Erkl. 226. Die engl. absolute Fuss-Sekunde-Einheit des Gravitationspotentials kann auch in der Form:

$$\frac{\text{Fuss-Poundal}}{\text{Pfund}}$$

dargestellt werden. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 153.

Auflösung. Man findet:

$$\frac{(\text{Engl. Fuss})^2}{\text{sec}^2} = \frac{(30{,}479\ \text{cm})^2}{\text{sec}^2} = 929\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$$

(siehe Erkl. 226).

Aufgabe 191. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Gravitationspotentials enthält die Einheit $\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogramm}}$?

Auflösung. Setzt man:

$$1\ \text{mkg} = 981\cdot 10^5\ \text{Erg},$$

so ist:

$$1\,\frac{\text{mkg}}{\text{kg}} = 98100\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}.$$

Aufgabe 192. Wieviel Erg pro Gramm beträgt das Gravitationspotential für Punkte an der Erdoberfläche?

Auflösung. An der Erdoberfläche hat nach der Anmerkung 12 das Gravitationspotential den Betrag:

$$624897\cdot 10^6\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}.$$

Aufgabe 193. Wieviel Meterkilogramm pro Kilogramm beträgt das Gravitationspotential an der Erdoberfläche?

Auflösung. Aus der Auflösung zu den beiden vorhergehenden Aufgaben folgt, dass der verlangte Betrag:

$$637\cdot 10^4\,\frac{\text{mkg}}{\text{kg}}$$

ist.

Aufgabe 194. Eine Masse von 5 kg, die sich an der Erdoberfläche befindet, soll aus dem Gravitationsfelde der Erde entfernt werden. Wieviel Megaerg Arbeit sind dabei gegen die Schwerkraft zu leisten?

Auflösung. Das Gravitationspotential ist:

$$624897\,\frac{\text{Megaerg}}{\text{Gramm}} = 5\cdot 10^3\cdot 624897\,\frac{\text{Megaerg}}{5\ \text{kg}}.$$

Die zu berechnende Arbeit beträgt also 3124485 · 10^3 Megaerg.

Aufgabe 195. Welche Masse erfordert 10^6 Joule Arbeit, um von der Erdoberfläche aus unendlich weit von der Erde entfernt zu werden?

Auflösung. Aus der Gleichung:

$$\frac{10^6 \text{ Joule}}{M} = 624897 \cdot 10^6 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$

ergibt sich:

$$M = 16 \text{ g}.$$

Aufgabe 196. Mit welcher Endgeschwindigkeit langt ein Körper aus unendlich grosser Fallhöhe auf der Erdoberfläche an?

Erkl. 227. Es sei daran erinnert, dass bei dieser Berechnung der Luftwiderstand nicht berücksichtigt ist.

Auflösung. Stellt $\frac{L}{T}$ die verlangte Geschwindigkeit dar, so ist nach der Antwort auf die Frage 115:

$$\frac{1}{2}\frac{L^2}{T^2} = 624897 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2},$$

woraus folgt (siehe Erkl. 227):

$$\frac{L}{T} = 1118 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 11180 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 197. In welcher Entfernung vom Erdmittelpunkte beträgt das Gravitationspotential 1 absolute C.-G.-S.-Einheit?

Auflösung. Die zu berechnende Entfernung betrage x Erdhalbmesser; dann ist nach der Anmerkung 12:

$$\frac{624897 \cdot 10^6}{x} = 1$$

und somit:

$$x = 624897 \cdot 10^6.$$

Aufgabe 198. Wie gross ist die potentielle Energie einer Masse von 1 kg, die 60 Erdhalbmesser weit vom Erdmittelpunkte entfernt ist?

Erkl. 228. Die Entfernung von 60 Erdhalbmessern mag auch hier als abgerundete mittlere Entfernung des Mondes von der Erde gelten.

Auflösung. Nach der Auflösung zur Aufgabe 192 findet man für die zu berechnende potentielle Energie (siehe Erkl. 228):

$$\frac{59}{60} \cdot 624897 \cdot 10^9 \text{ Erg} = 61448205 \cdot 10^7 \text{ Erg}$$

und nach der Auflösung zu Aufgabe 193:

$$\frac{59}{60} \cdot 637 \cdot 10^4 \text{ mkg} = 6259667 \text{ mkg}.$$

Aufgabe 199. Mit welcher Endgeschwindigkeit kommt ein Körper auf der Erdoberfläche an, der aus gleicher Entfernung zur Erde fällt?

Auflösung. Die Endgeschwindigkeit $\frac{L}{T}$ bestimmt sich nach der Antwort auf die Frage 117 aus der Gleichung:

$$\frac{1}{2}\frac{L^2}{T^2} = \frac{59}{60} \cdot 624897 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2},$$

welche ergibt:

$$\frac{L}{T} = 1108600 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 11086 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 200. Welche Formel ergibt sich in erster Annäherung für die Potentialdifferenz zwischen der Erdoberfläche und einem Punkte, dessen Höhe über der Erdoberfläche gegen den Erdradius klein ist?

Erkl. 229. Die potentielle Energie von 1 Gramm Masse in der vorausgesetzten Höhe von h cm beträgt also 981 h Erg. Das ist der Betrag, den man auch erhält, wenn man annimmt, die Intensität der Schwere sei bis zu dieser Höhe konstant und gleich 981 cm sec^{-2}.

Die Endgeschwindigkeit für den freien Fall aus derselben Höhe ergibt die Gleichung:

$$\frac{1}{2}\frac{L^2}{T^2} = 981\,h\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$$

zum Betrage:

$$\frac{L}{T} = \sqrt{2 \cdot 981\,h}\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

den man unter der angegebenen Voraussetzung auch unmittelbar nach den sog. Fallgesetzen ableiten kann.

Es sei daran erinnert, dass:

$$\frac{a}{a+h} = 1 - \frac{h}{a} + \frac{h^2}{a^2} \mp \cdots$$

ist.

Auflösung. Die Länge des Erdradius betrage a cm, die Höhe des in Betracht gezogenen Punktes über der Erdoberfläche h cm. Dann ist das Gravitationspotential an der Erdoberfläche gleich $981\,a\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$, in dem bezeichneten Punkte aber gleich:

$$\frac{a}{a+h} \cdot 981\,a\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}.$$

In erster Annäherung darf nun $\frac{a}{a+h}$ ersetzt werden durch $1 - \frac{h}{a}$. Demnach ergibt sich für die verlangte Potentialdifferenz der Betrag:

$$\frac{h}{a} \cdot 981\,a\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} = 981\,h\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$$

oder:

$$981\,h\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$ (siehe Erkl. 229).

Die so gefundene Potentialdifferenz ist der vertikalen Höhe über der Erdoberfläche gerade proportional.

Aufgabe 201. Welche Formel ergibt sich für die in der vorhergehenden Aufgabe berechnete Potentialdifferenz in zweiter Annäherung?

Erkl. 230. Die in der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe hervorgehobene Proportionalität besteht also hier nicht mehr.

Man bemerke, dass dort die Potentialdifferenz im Vergleiche zur nebenstehenden Lösung um den Betrag:

$$981\,\frac{h^2}{a}\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \text{ oder } 981\,\frac{h^2}{a}\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$

zu gross gefunden ist.

Auflösung. Bei der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe ist in zweiter Annäherung $\frac{a}{a+h}$ zu ersetzen durch:

$$1 - \frac{h}{a} + \frac{h^2}{a^2}.$$

Dadurch ergibt sich für die verlangte Potentialdifferenz der genauere Betrag:

$$\left(1 - \frac{h}{a}\right) \cdot 981\,h\,\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2}$$

oder:

$$\left(1 - \frac{h}{a}\right) \cdot 981\,h\,\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$

(siehe Erkl. 230).

Aufgabe 202. Wie gross ist der Fehler, der in der Angabe enthalten ist, es sei 1 Meterkilogramm Arbeit erforderlich, um 1 kg Masse von der Erdoberfläche aus 1 m hoch zu heben?

Auflösung. Die Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe lehrt, dass der fragliche Fehler den Betrag:

$$981 \cdot \frac{10^4}{637 \cdot 10^6} \cdot 10^3 \text{ Erg} = 15 \text{ Erg}$$

hat, um den die Arbeit zu gross angegeben ist.

Aufgabe 203. Durch welchen Ausdruck kann die absolute C.-G.-S.-Einheit des Potentialgefälles dargestellt werden?

Erkl. 231. Dieser Ausdruck würde zu lesen sein: „1 Erg pro Gramm auf 1 Centimeter.“

Man bemerkt leicht, dass:

$$1 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} : \text{Centimeter} = 1 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2\,\text{g}} : \text{cm}$$

$$= 1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

ist.

Auflösung. Nach der Antwort auf die Frage 122 kann man die bezeichnete Einheit auch durch den Ausdruck:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} : \text{Centimeter}$$

darstellen (siehe Erkl. 231).

Aufgabe 204. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das Gefälle des Gravitationspotentials an der Erdoberfläche?

Auflösung. Aus der Erkl. 146 geht hervor, dass das fragliche Gefälle:

$$981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \text{ oder } 981 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} : \text{Centimeter}$$

beträgt.

Aufgabe 205. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das Gefälle des Gravitationspotentials der Erde in 60 Erdhalbmessern Entfernung vom Erdmittelpunkte?

Auflösung. Aus der gelösten Aufgabe 113 ergibt sich mit Rücksicht auf die Antwort zur Frage 123 für das verlangte Gefälle der Betrag:

$$0{,}2725 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

oder:

$$0{,}2725 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} : \text{Centimeter.}$$

Aufgabe 206. Ph. v. Jolly hat (1879 bis 80 in München) die Anziehung, welche eine Bleikugel von 5775,2 kg auf eine (in einem Glaskolben befindliche) Quecksilberkugel von 5009,45 g ausübt, durch unmittelbare Wägung bestimmt. Es fand sich, dass diese Anziehung 0,589 mg Kraft betrug, wenn die Mittelpunkte der beiden Kugeln 56,86 cm weit von einander einfernt waren. Welcher Betrag ergibt sich hieraus für die auf die absolute C.-G.-S.-Einheit bezogene Gravitationskonstante, wenn die Intensität der Schwere am Beobachtungsorte gleich $980{,}8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ war?

Erkl. 232. Die Versuche sind in den Annalen der Physik und Chemie, Bd. XIV (1881) beschrieben. Eine Bestimmung der Intensität der Schwere ist nicht vorgenommen, da die Ermittelung der Gravitationskonstanten nicht nächster Zweck war. Indessen war die Intensität der Schwere sicher grösser als 980,7 und

Auflösung. Aus den in der Aufgabe gemachten Angaben geht hervor, dass die beiden Kugeln aufeinander eine Anziehung von $980{,}8 \cdot \frac{0{,}589}{1000}$ Dyn oder:

$$9808 \cdot 589 \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}$$

ausübten. Hieraus ergibt sich für die spezifische Intensität der Massenanziehung der Betrag:

$$9808 \cdot 589 \cdot 10^{-7} \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} \cdot \frac{(56{,}86\ \text{cm})^2}{5775{,}2\ \text{kg}\ 5009{,}45\ \text{g}}$$

oder:

$$\frac{9808 \cdot 589 \cdot 56{,}86^2 \cdot 10^{-7}}{57752 \cdot 500945} \frac{\text{cm}^3}{\text{g sec}^2}.$$

kleiner als 980,9. Daher liegt die Gravitationskonstante nach diesen Versuchen sicher zwischen $64{,}552 \cdot 10^{-9}$ und $64{,}565 \cdot 10^{-9}$.

Die Ausrechnung ergibt:

$$64{,}56 \cdot 10^{-9} \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g\,sec}^2},$$

welcher Betrag nach der Antwort auf die Frage 128 wahrscheinlich etwas zu **klein** ist (siehe Erkl. 232).

Aufgabe 207. Cavendish untersuchte (1797 bis 98) mit der Drehwage die Anziehung, welche zwei Bleikugeln von 1 engl. Zoll und von 4 engl. Zoll Radius aufeinander ausübten. Wieviel Dyn konnte die Anziehung dieser beiden Kugeln höchstens erreichen?

Erkl. 233. Da 1 Dyn gleich $\frac{1000}{981}$ Milligramm Kraft ist, so findet man, dass die Anziehung höchstens 0,0161 mg erreichen konnte. Bei den in der vorhergehenden Aufgabe behandelten Versuchen war also die Massenanziehung mehr als 36mal so gross, als sie hier im günstigsten Falle sein konnte.

Auflösung. Da die Radien der beiden Kugeln 2,54 cm und 10,16 cm lang waren, und das spezifische Gewicht des Bleies zu 11,4 angenommen werden kann, so waren die Massen der beiden Kugeln:

$$\frac{4\pi}{3} \cdot 2{,}54^3 \cdot 11{,}4\,\mathrm{g}$$

$$\frac{4\pi}{3} \cdot 10{,}16^3 \cdot 11{,}4\,\mathrm{g}.$$

Die gegenseitige Anziehung erreicht ihren **grössten** Betrag, wenn die Kugeln sich berühren, wobei ihre Mittelpunkte 12,70 cm voneinander entfernt sind. Dieser Betrag ist aber:

$$65 \cdot 10^{-9} \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g\,sec}^2} \cdot \frac{16\pi^2 \cdot 11{,}4^2 \cdot 2{,}54^3 \cdot 10{,}16^3\,\mathrm{g}^2}{9 \cdot (12{,}70\,\mathrm{cm})^2}$$

oder $0{,}0158\,\mathrm{cm\,g\,sec}^{-2}$ (siehe Erkl. 233).

Aufgabe 208. Zwei Bleikugeln von gleicher Grösse sollen sich bei der Berührung mit 1 Dyn Kraft anziehen. Wie gross ist der **Radius** der Kugeln zu nehmen, wenn das spezifische Gewicht des Bleies 11,4 ist?

Auflösung. Der Radius sei x cm lang zu nehmen. Dann wird jede Kugel die Masse:

$$M = \frac{4\pi x^3 \cdot 11{,}4}{3}\,\mathrm{g}$$

haben, und da ihre Mittelpunkte $2x$ cm voneinander entfernt sind, so wird ihre Anziehung gleich:

$$65 \cdot 10^{-9} \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{g\,sec}^2} \cdot \frac{M^2}{(2x\,\mathrm{cm})^2}$$

sein. Aus der Forderung, dass diese 1 Dyn betragen soll, folgt dann:

$$x^4 = \frac{9 \cdot 10^9}{65 \cdot 4\pi^2 \cdot 11{,}4^2}$$

$$x = 12{,}82.$$

Aufgabe 209. Welcher Wert ergibt sich für das **mittlere spezifische Gewicht der Erde** aus den in der Aufgabe 206 behandelten Jollyschen Versuchen?

Erkl. 234. Wirken zwei homogene Kugeln, deren Massen M und M_1 sind, auf dieselbe dritte Kugel, von deren Mittelpunkt ihre Mittel-

Auflösung. Die Quecksilberkugel wird von der Erde mit 5009,45 g Kraft, von der Bleikugel mit 0,589 mg Kraft angezogen. Das Verhältnis dieser beiden Kräfte ist:

$$\frac{5009{,}45\,\mathrm{g}}{0{,}589\,\mathrm{mg}} = \frac{5\,009\,450}{0{,}589}.$$

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

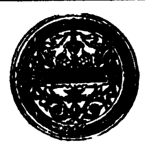
974. Heft.

Preis des Heftes 35 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen.

Forts. v. Heft 973. — Seite 97—112.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. H. Hovestadt.

Fortsetzung v. Heft 973. — Seite 97—112.

Inhalt:

Gelöste und ungelöste Aufgaben.

Stuttgart 1891.

Verlag von Julius Maier.

Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten Mathematik** — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

punkte um die Strecken L und L_1 entfernt sind, so ist das Verhältnis der von den beiden ersten auf die dritte Kugel ausgeübten Kräfte nach dem Newtonschen Gesetze:

$$\frac{M}{M_1} \cdot \frac{L_1^2}{L^2}.$$

Im vorliegenden Falle wirken die Erdkugel und die Bleikugel beide auf die Quecksilberkugel.

Die Bestimmung des mittleren spezifischen Gewichtes der Erde war der nächste Zweck der Jollyschen Versuche. Der gefundene Wert ist wahrscheinlich etwas zu gross.

Betrachtet man nun die Erde als eine homogene Kugel von der Masse M und dem Radius $637 \cdot 10^6$ cm, so ist (siehe Erkl. 234):

$$\frac{M}{5775200\,\text{g}} \cdot \frac{56{,}86^2}{637^2 \cdot 10^{12}} = \frac{5009450}{0{,}589}.$$

Hat diese Kugel das spezifische Gewicht x, so ist:

$$M = \frac{4\pi}{3} \cdot 637^3 \cdot 10^{18} \cdot x\,\text{g},$$

woraus dann folgt:

$$x = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{5009450 \cdot 5775200}{0{,}589 \cdot 637 \cdot 10^6 \cdot 56{,}86^2}$$

$$x = 5{,}69.$$

Aufgabe 210. Welcher Betrag ergibt sich für die auf die absolute C.-G.-S.-Einheit bezogene Gravitationskonstante, wenn die Erde als eine Kugel betrachtet wird; deren Radius $637 \cdot 10^6$ cm lang, deren spezifisches Gewicht gleich 5,64 ist, und an deren Oberfläche die Intensität der Schwere $981\ \text{cm sec}^{-2}$ beträgt?

Erkl. 285. Die Bestimmung des mittleren spezifischen Gewichtes der Erde ist Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen, aus denen der Wert 5,64 sich als der vorläufig wahrscheinlichste ergeben hat. Die zweite Dezimalstelle dieses Wertes ist als unsicher zu betrachten.

Die Annahme, dass die spezifische Intensität der Massenanziehung wahrscheinlich gleich:

$$65 \cdot 10^{-9}\ \text{cm}^3\,\text{g}^{-1}\,\text{sec}^{-2}$$

sei, stützt sich auf die nebenstehende Rechnung.

Auflösung. Unter den aufgestellten Bedingungen ist die Erdmasse:

$$\frac{4\pi}{3} \cdot 637^3 \cdot 10^{18} \cdot 5{,}64\,\text{g}$$

Wird die gesuchte Gravitationskonstante mit x bezeichnet, so übt die Erde also auf 1 g Masse an ihrer Oberfläche die Kraft aus:

$$\frac{4\pi}{3} \cdot 637 \cdot 10^6 \cdot 5{,}64\,x\ \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2}.$$

Da diese Kraft $981\ \text{cm g sec}^{-2}$ betragen soll, so muss:

$$\frac{4\pi}{3} \cdot 637 \cdot 10^6 \cdot 5{,}64\,x = 981$$

sein, woraus sich ergibt:

$$x = 65 \cdot 10^{-9}$$

(siehe Erkl. 235).

Aufgabe 211. Wieviel sec^{-1} enthält:

$$1\,\frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}}?$$

Auflösung. Da eine Umdrehung 2π „Winkeleinheiten“ enthält, so ist:

$$1\,\frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}} = 2\pi\,\text{sec}^{-1}$$

oder gleich $6{,}2831853\ \text{sec}^{-1}$.

Aufgabe 212. Wieviel sec^{-1} enthält die Winkelgeschwindigkeit von $1\,\frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}}$?

Auflösung. Da 1 Grad $\frac{\pi}{180}$ „Winkeleinheiten“ gleichkommt, so ist:

$$1\,\frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}} = \frac{\pi}{180}\,\text{sec}^{-1}$$

oder gleich $0{,}017453\ \text{sec}^{-1}$.

Aufgabe 213. Wieviel sec^{-1} beträgt die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{1 \text{ Umdrehung}}{86164 \text{ Sekunden}} = \frac{2\pi}{86164} sec^{-1}.$$

oder gleich $729 \cdot 10^{-7} sec^{-1}$.

Aufgabe 214. Wieviel sec^{-2} enthält die Winkelbeschleunigung, durch welche in einer Sekunde die Winkelgeschwindigkeit von:

$$1 \frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}}$$

gewonnen wird?

Auflösung. Es ist:

$$1 \frac{\text{Umdrehung}}{\text{Sekunde}} : \text{Sekunde} = \frac{2\pi}{sec} : sec$$
$$= 2\pi\, sec^{-2} = 6{,}2831853\, sec^{-2}.$$

Aufgabe 215. Wieviel sec^{-2} enthält die Winkelbeschleunigung, durch welche in einer Sekunde die Winkelgeschwindigkeit von $1 \frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}}$ gewonnen wird?

Auflösung. Es ist:

$$1 \frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}} : \text{Sekunde} = \frac{\pi}{180} sec^{-2}$$
$$= 0{,}017453\, sec^{-2}.$$

Aufgabe 216. In welcher Zeit wird durch eine Winkelbeschleunigung von $10\, sec^{-2}$ eine Winkelgeschwindigkeit von 1200 Umdrehungen in der Minute gewonnen?

Auflösung. Aus der Forderung:

$$1200 \frac{\text{Umdrehungen}}{\text{Minute}} : T = 10 \cdot \frac{1}{sec^2}$$

oder:

$$1200 \frac{2\pi}{60\, sec} : T = 10 \cdot \frac{1}{sec^2}$$

folgt:

$$T = 4\pi\, sec = 12{,}6\, sec.$$

Aufgabe 217. Eine Kraft von 5 Megadyn wirkt an einem Hebelarm von 1,5 m Länge; wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt ihr statisches Moment?

Auflösung. Es ist:

$$5 \cdot 10^6 \frac{cm\, g}{sec^2} \cdot 1{,}5\, m = 75 \cdot 10^7 \frac{cm^2 g}{sec^2}.$$

Aufgabe 218. Welche Länge muss der Hebelarm einer Kraft von 3 Megadyn haben, wenn ihr statisches Moment gleich dem einer Kraft von 5 Megadyn an einem Hebelarm von 30 cm Länge sein soll?

Auflösung. Aus der Forderung:

$$3 \cdot 10^6 \frac{cm\, g}{sec^2} \cdot L = 5 \cdot 10^6 \frac{cm\, g}{sec^2} \cdot 30\, cm$$

folgt:

$$L = 50\, cm.$$

Aufgabe 219. Wie gross ist die Kraft, die an einem Hebelarm von 24 cm Länge dasselbe statische Moment hat, wie eine Kraft von 2 Megadyn an einem Hebelarm von 60 cm Länge?

Auflösung. Aus der Forderung:

$$\frac{LM}{T^2} \cdot 24\, cm = 2 \cdot 10^6 \frac{cm\, g}{sec^2} \cdot 60\, cm$$

folgt:

$$\frac{LM}{T^2} = 5 \cdot 10^6 \frac{cm\, g}{sec^2}.$$

Aufgabe 220. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das statische Moment von 1 kg Kraft an einem Hebelarm von 1 m Länge?

Auflösung. Es ist:

$$981 \cdot 10^3 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} \cdot \text{m} = 981 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 221. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das statische Moment von 1 g Kraft an einem Hebelarm von 1 cm Länge?

Auflösung. Es ist:

$$981 \frac{\text{cm g}}{\text{sec}^2} \cdot \text{cm} = 981 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 222. Ein Körper von m g Gewicht ist um eine feste horizontale Achse drehbar. Der senkrechte Abstand seines Schwerpunktes von der Drehachse beträgt l Centimeter. Wie gross ist das statische Moment der Schwere an dem Körper, wenn er um den Winkel α aus der Lage des stabilen Gleichgewichtes gedreht ist?

Erkl. 236. Es sei daran erinnert, dass der Körper sich im stabilen Gleichgewichte befindet, wenn sein Schwerpunkt in der durch die Achse gehenden Vertikalebene liegt.

Erkl. 237. Das berechnete Moment erreicht seinen grössten Betrag, wenn der Ablenkungswinkel gleich 90° wird; es ist dann:

$$981\, l m \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Auflösung. Nachdem der Körper um den Winkel α aus der Lage des stabilen Gleichgewichtes (siehe Erkl. 236) gedreht ist, hat die seinen Schwerpunkt angreifende Kraft einen Hebelarm von $l \sin\alpha$ Centimeter Länge. Ihr statisches Moment ist demnach:

$$981\, l m \sin\alpha \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Um den Körper in seiner Lage zu erhalten, ist eine Kraft anzubringen, deren Drehungsmoment vorstehenden Betrag hat, und deren Drehungssinn demjenigen der Schwerkraft entgegengesetzt ist (s. Erkl. 237).

Aufgabe 223. Welche Vereinfachung ist in der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe zulässig, wenn der Winkel, um den der Körper aus der Lage des stabilen Gleichgewichtes gedreht wird, von sehr geringer Grösse ist?

Erkl. 238. Da die zu einem sehr kleinen Kreisbogen gehörige Sehne sich nicht merklich von dem Bogen selbst unterscheidet, so ist auch der Sinus eines kleinen Winkels nicht merklich verschieden von dem Verhältnisse seines Bogens zum Kreisradius.

Auflösung. Das zu berechnende statische Moment darf durch den Ausdruck:

$$981\, l m \alpha \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$$

dargestellt werden, wenn α die auf die unbenannte „Winkeleinheit" bezogene Masszahl des Ablenkungswinkels bezeichnet, und dieser selbst sehr klein ist (siehe Erkl. 238).

Aufgabe 224. Wieviel Erg mechanischer Arbeit leistet oder verbraucht die absolute C.-G.-S.-Einheit des Drehungsmomentes bei einer ganzen Umdrehung?

Auflösung. Bei einer Drehung um 2π „Winkeleinheiten" wird das Drehungsmoment $\text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$ nach der Antwort auf die Frage 141 im ganzen 2π Erg mechanischer Arbeit leisten oder verbrauchen.

Aufgabe 225. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das Drehungsmoment, durch das für je 1 Grad Drehung 1 Erg Arbeit geleistet wird?

Auflösung. Da:

$$1\,\frac{\text{Erg}}{\text{Grad}} = \frac{180}{\pi}\,\frac{\text{Erg}}{\text{„Winkeleinheit"}}$$

und $180:\pi = 57{,}3$ ist, so beträgt das Drehungsmoment $57{,}3\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$.

Aufgabe 226. Eine Bifilaraufhängung besitzt eine Direktionskraft von:

$$11831\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}.$$

Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das rücktreibende Drehungsmoment des Bifilarkörpers für je 1 Grad Ablenkung aus seiner Gleichgewichtslage?

Erkl. 239. Die angegebene Direktionskraft findet man theoretisch für eine Bifilaraufhängung, die besteht aus: zwei vertikalen Messingdrähten von 300 cm Länge, 0,01 cm Dicke und 12 cm Abstand von einander, sowie einem Bifilarkörper von 100 g Gewicht.

Man vergleiche F. Kohlrausch: „Praktische Physik", Seite 173, und „Annalen der Physik und Chemie", Band XVII, S. 737.

Bifilaraufhängungen von etwa:

$$10000 - 15000\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$$

Direktionskraft eignen sich für gewisse elektrische und magnetische Messungen.

Auflösung. Da das für eine Ablenkung um die „Winkeleinheit" oder $\frac{180}{\pi}$ Grad berechnete rücktreibende Drehungsmoment:

$$11831\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$$

beträgt, so ergibt sich für 1 Grad Ablenkung das Moment:

$$\frac{\pi}{180}\cdot 11831\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2} = 206\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$$

(siehe Erkl. 239).

Aufgabe 227. Der in der vorhergehenden Aufgabe behandelte Bifilarkörper soll in seiner Ablenkung um 1 Grad durch eine Kraft erhalten werden, deren Hebelarm 1 cm lang ist. Wieviel Dyn Kraft sind dazu erforderlich?

Auflösung. Das erforderliche Drehungsmoment beträgt nach der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe $206\ \text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}$; da nun der Hebelarm 1 cm lang ist, so muss die Kraft 206 Dyn betragen.

Aufgabe 228. Die feste Rolle einer Atwoodschen Fallmaschine hat 10 cm Durchmesser und ein Trägheitsmoment von $1500\ \text{cm}^2\,\text{g}$. Welche Kraft muss an der um die Rolle gelegten Schnur wirken, um der Rolle selbst eine Winkelbeschleunigung von $1\ \text{sec}^{-2}$ zu erteilen?

Erkl. 240. Man beachte, dass also 60 Dyn oder 61 mg Kraft erforderlich sind, um einem Punkte am Umfange der Rolle eine Beschleunigung von $1\ \text{cm}\,\text{sec}^{-2}$ in seiner Kreisbahn zu erteilen.

Auflösung. Die fragliche Kraft wirkt an einem Hebelarm von 5 cm Länge. Demnach muss:

$$\frac{LM}{T^2}\cdot 5\,\text{cm} : \frac{1}{\text{sec}^2} = 1500\ \text{cm}^2\,\text{g}$$

sein, woraus folgt:

$$\frac{LM}{T^2} = 300\,\frac{\text{cm}\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Die erforderliche Kraft beträgt also 300 Dyn oder 306 mg (siehe Erkl. 240).

Aufgabe 229. Wie gross ist der Trägheitsradius der in der vorhergehenden Aufgabe behandelten Rolle, wenn deren Gewicht 75 g beträgt?

Auflösung. Setzt man in:

$$L^2 M = 1500 \text{ cm}^2\text{g}$$

den Betrag:

$$M = 75 \text{ g}$$

ein, so folgt:

$$L = 4{,}5 \text{ cm}.$$

Aufgabe 230. Welche Masse würde am Umfange der in den beiden vorhergehenden Aufgaben behandelten Rolle dasselbe Trägheitsmoment haben, wie die Rolle selbst.

Erkl. 241. Man nennt die hier berechnete Masse M wohl die auf den Umfang der Rolle reduzierte Masse der Rolle.

Auflösung. Setzt man in:

$$L^2 M = 1500 \text{ cm}^2\text{g}$$

den Betrag:

$$L = 5 \text{ cm}$$

ein, so folgt:

$$M = 60 \text{ g}$$

(siehe Erkl. 241).

Aufgabe 231. Welchen Sinn hat die Aussage: das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel, deren Radius die Länge L hat, und deren Masse M ist, sei, in Bezug auf einen Durchmesser als Drehachse, gleich $\frac{2}{5} L^2 M$?

Erkl. 242. Das Trägheitsmoment einer homogenen Kugel kann theoretisch gefunden werden, indem man die Kugelmasse in sehr kleine Teile zerlegt, für jeden einzelnen Teil das Trägheitsmoment mit Hilfe seines Abstandes von dem als Drehachse gewählten Durchmesser bestimmt und alle so erhaltenen Momente addiert. Dasselbe Verfahren kann auch noch in einigen anderen sehr einfachen Fällen angewandt werden. Im übrigen wird das Trägheitsmoment eines Körpers durch den Versuch bestimmt.

Auflösung. Die nebenstehende Angabe (siehe Erkl. 242) hat den Sinn: das Trägheitsmoment der homogenen Kugel betrage $\frac{2}{5}$ von dem Trägheitsmomente einer ihr gleichen und auf ihrem Äquator angebrachten Masse;

oder auch: die auf den Äquator reduzierte Masse der homogenen Kugel, betrage $\frac{2}{5}$ der Kugelmasse selbst;

oder endlich: der Trägheitsradius der homogenen Kugel habe die Länge $\sqrt{\frac{2}{5}}\, L$, die fast zwei Drittel der Länge des Kugelradius beträgt.

Aufgabe 232. Welches Trägheitsmoment würde die Erde besitzen, wenn sie eine homogene Kugel mit einem Radius von $637 \cdot 10^6$ cm Länge wäre und das spezifische Gewicht 5,64 hätte?

Erkl. 243. Das in der nebenstehenden Auflösung angenommene spezifische Gewicht ist nach der Erkl. 235 zwar thatsächlich das mittlere spezifische Gewicht der Erde. Da aber die Erde keineswegs homogen ist, sondern im Innern eine grössere Dichte besitzt, als an der Oberfläche, so bemerkt man leicht, dass das hier berechnete Trägheitsmoment zu gross sein muss.

Auflösung. Unter den angegebenen Voraussetzungen würde die Masse der Erde $\frac{4\pi}{3} \cdot 637^3 \cdot 10^{18} \cdot 5{,}64$ g betragen. Hieraus würde sich für ihr Trägheitsmoment in Bezug auf einen Durchmesser als Drehachse nach der vorhergehenden Aufgabe ein Betrag von $99 \cdot 10^{43}$ cm^2 g ergeben (siehe Erkl. 243).

Aufgabe 233. Das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit sei s; wie gross ist die Intensität des durch die Schwere der Flüssigkeit hervorgerufenen Flächendruckes in einer Tiefe von h cm unter ihrem Niveau?

Erkl. 244. Dieser Flächendruck wirkt auf jeden in die Flüssigkeit eingetauchten Körper, und wenn die Flüssigkeit sich in einem Gefässe befindet, auf die Gefässwände.

Soll die Druckintensität in Centimetern Quecksilber oder in Atmosphären ausgedrückt werden, so hat man durch 13,596 oder durch 76·13,596 zu dividieren.

Auflösung. Man denke sich in der bezeichneten Tiefe eine Fläche von 1 cm² abgegrenzt. Diese Fläche erleidet einen Druck, der gleich dem Gewichte von h cm³ Flüssigkeit ist, und somit hs Gramm beträgt. Die Intensität des Flächendruckes ist also in h cm Tiefe gleich $hs \frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}$ oder gleich $ghs \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$, wenn die Intensität der Schwere gleich $g \text{ cm sec}^{-2}$ ist (siehe Erkl. 244.)

Aufgabe 234. Wieviel $\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$ beträgt die Druckintensität in der atmosphärischen Luft an einem Orte, an dem die Intensität der Schwere gleich $980{,}36 \text{ cm sec}^{-2}$ ist, bei einem Barometerstande von 748 mm?

Auflösung. Bei der angegebenen Intensität der Schwere ist:

$$1 \text{ mm Quecksilber} = 1{,}3596 \cdot 980{,}36 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2},$$

und somit ist die Druckintensität von 748 mm Quecksilber gleich:

$$748 \cdot 1{,}3596 \cdot 980{,}36 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

oder gleich:

$$997000 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Aufgabe 235. In welcher Tiefe unter der Meeresoberfläche beträgt die durch die Schwere des Wassers hervorgerufene Druckintensität $1 \frac{\text{Megadyn}}{\text{cm}^2}$, wenn das spezifische Gewicht des Meerwassers 1,02 und die Intensität der Schwere gleich 981 cm sec^{-2} ist?

Auflösung. Wenn die zu berechnende Tiefe h cm beträgt, so muss nach der Auflösung zur Aufgabe 233:

$$981 \cdot 1{,}02\, h \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2} = 10^6 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

sein, woraus sich $h = 1000$ ergibt. Die Tiefe ist also gleich 10 m.

Aufgabe 236. Wieviel Megadyn Kraft wirken auf 1 Quadratmeter Fläche, wenn der Luftdruck 76 cm Quecksilber beträgt, und die Intensität der Schwere zu 981 cm sec^{-2} gerechnet wird?

Auflösung. Es ist:

$$76 \cdot 13{,}596 \cdot 981 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

$$= \frac{76 \cdot 13{,}596 \cdot 981}{100} \frac{\text{Megadyn}}{\text{m}^2}$$

$$= 10137 \frac{\text{Megadyn}}{\text{m}^2}.$$

Aufgabe 237. Wasser von 6° Celsius hat in Bezug auf Wasser von 4° das spezifische Gewicht 0,99997. Wenn sich nun herausstellen sollte, dass nicht bei 4°, sondern bei 6° das Gewicht von 1 Liter Wasser 1 kg wäre, wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten würde dann die Dichte des Wassers bei 4° betragen?

Erkl. 245. Sollte sich herausstellen, dass 1 Liter Wasser von 4° Celsius weniger als 1 kg wiegt, so würde das Wasser bei keiner Temperatur die absolute C.-G.-S.-Einheit der Dichte besitzen, weil es bei 4° seine grösste Dichte hat.

Auflösung. Unter der angegebenen Voraussetzung möge das Wasser bei 4° die Dichte von $x \frac{g}{cm^3}$ haben; dann ist:

$$1 : 0{,}99997 = x : 1$$

$$x = \frac{1}{0{,}99997}.$$

Das Wasser würde also bei 4° die Dichte $1{,}00003 \frac{g}{cm^3}$ besitzen (siehe Erkl. 245).

Aufgabe 238. Wenn 1 Liter Luft von 0° und 760 mm Quecksilber Druck 1,293 g wiegt, wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt dann die Dichte der Luft unter den angegebenen Bedingungen?

Auflösung. Es ist:

$$1{,}293 \frac{g}{10^3\, cm^3} = 1293 \cdot 10^{-6} \frac{g}{cm^3}.$$

Aufgabe 239. Welchen Sinn hat die Angabe: die auf Luft bezogene Dampfdichte des Wassers sei gleich 0,6235?

Erkl. 246. Diese Annahme ist nur annähernd, nicht genau, richtig.

Da die Dichte der Luft bei 0° und 760 mm Druck gleich $1293 \cdot 10^{-6} cm^{-3}\, g$ ist, so ergibt sich für Wasserdampf von 0° und 760 mm Druck die Dichte:

$$0{,}6235 \cdot 1293 \cdot 10^{-6} \frac{g}{cm^3} = 806 \cdot 10^{-6} \frac{g}{cm^3}.$$

Dieser Wert, den man oft angegeben findet, hat nur theoretische Bedeutung, da es Wasserdampf von 0° und 760 mm Druck nicht geben kann.

Auflösung. Die Angabe hat den Sinn: das Verhältnis der Dichte des Wasserdampfes zu der Dichte der Luft von gleicher Temperatur und gleichem Drucke habe den Wert 0,6235.

Darin ist zugleich die Annahme enthalten, dass dieses Verhältnis unveränderlich, insbesondere also von Druck und Temperatur unabhängig sei (siehe Erkl. 246).

Aufgabe 240. Wie gross ist die auf Wasserstoffgas bezogene Dampfdichte des Wassers, wenn 1 Liter Wasserstoffgas von 0° und 760 mm Druck 0,0896 g wiegt?

Erkl. 247. Dieses Verhältniss ist nur wenig veränderlich. Man pflegt daher, ohne Angabe von Druck und Temperatur zu sagen: Wasserdampf sei unter gleichen Umständen 9 mal so schwer als Wasserstoff.

Auflösung. Die Dichte des Wasserstoffs bei 0° und 760 mm Druck ist gleich:

$$0{,}0896 \frac{g}{10^3\, cm^3} = 896 \cdot 10^{-7} \frac{g}{cm^3};$$

unter denselben Umständen würde der Wasserdampf nach der vorhergehenden Aufgabe die Dichte $806 \cdot 10^{-6} \frac{g}{cm^3}$ besitzen. Das Verhältnis dieser beiden Dichten gleich $806 : 89{,}6 = 9$ (siehe Erkl. 247).

Aufgabe 241. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das spezifische Volumen des Wassers bei 4° Celsius, wenn bei dieser Temperatur 1 Liter Wasser 1 kg wiegt?

Auflösung. Da:

$$\frac{10^3\,cm^3}{10^3\,g} = 1\,\frac{cm^3}{g}$$

ist, so beträgt unter der angegebenen Voraussetzung das spezifische Volumen des Wassers 1 absolute C.-G.-S.-Einheit.

Aufgabe 242. Wasser von 50° Celsius hat in Bezug auf Wasser von 4° das spezifische Gewicht 0,9882; wie gross ist das spezifische Volumen des Wassers bei 50°?

Auflösung. Unter der Annahme, dass bei 4° Celsius 1 cm³ Wasser 1 g wiegt, ergibt sich für das verlangte spezifische Volumen der Betrag:

$$\frac{cm^3}{0{,}9882\,g} = 1{,}012\,\frac{cm^3}{g}.$$

Aufgabe 243. Wenn 1 Liter Luft von 0° und 760 mm Quecksilber Druck 1,293 g wiegt, wie gross ist dann unter den angegebenen Umständen das spezifische Volumen der Luft?

Auflösung. Man findet:

$$\frac{10^3\,cm^3}{1{,}293\,g} = 773{,}4\,\frac{cm^3}{g}.$$

Aufgabe 244. Welchen Sinn hat die Angabe: die lineare Ausdehnung eines Körpers habe den Betrag 0,001?

Auflösung. Diese Angabe hat den Sinn: die Verlängerung des Körpers betrage den 1000 ten Teil seiner ursprünglichen Länge.

Aufgabe 245. Wie gross ist die lineare Ausdehnung eines Körpers von 10 m Länge, wenn derselbe sich um 2,5 cm verlängert?

Auflösung. Die lineare Ausdehnung ist

$$\frac{2{,}5\,cm}{10\,m} = 0{,}0025.$$

Aufgabe 246. Welchen Sinn hat die Angabe: die kubische Ausdehnung eines Körpers habe den Betrag 0,005?

Auflösung. Die Angabe hat den Sinn: die Volumzunahme des Körpers betrage 5 Tausendstel seines ursprünglichen Volumens.

Aufgabe 247. Wie gross ist die kubische Ausdehnung eines Körpers von 1000 cm³ Rauminhalt bei einer Volumvergrösserung von 5 cm³?

Auflösung. Die kubische Ausdehnung ist:

$$\frac{5\,cm^3}{1000\,cm^3} = 0{,}005.$$

Aufgabe 248. Wie werden die auf die gebräuchliche Gravitationseinheit: 1 Kilogramm Zugkraft pro Qudratmillimeter Querschnitt bezogenen Dehnungs- oder Elasticitäts-

moduln auf die absolute C.-G.-S.-Einheit umgerechnet?

Dehnungsmoduln, bezogen auf:

	$\frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2}$	$\frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$
Eisen . . .	20869	$205 \cdot 10^{10}$
Kupfer . .	12449	$122 \cdot 10^{10}$
Messing . .	8543	$84 \cdot 10^{10}$
Blei . . .	1803	$18 \cdot 10^{10}$

Auflösung. Nach der Erkl. 198 wird man die Moduln mit $10^5 \cdot 981$ multiplizieren, um die verlangte Umrechnung zu bewirken, indem man für die Intensität der Schwere den Betrag von 981 cm sec^{-2} annimmt.

Für die gezogenen Metalle Eisen, Kupfer, Messing, Blei sind die Ergebnisse dieser Reduktion hierneben zusammengestellt; es sind die von Wertheim (1844) gefundenen Beträge gewählt.

Aufgabe 249. Die Elasticitätsgrenze des Eisens wird bei einer Zugkraft von 32 Kilogramm pro Quadratmillimeter Querschnitt erreicht. Welche Dehnung kann also innerhalb der Elasticitätsgrenze **ein Eisendraht höchstens erfahren?**

Erkl. 248. Nach Uebereinkunft wird die Elasticitätsgrenze als gerade erreicht angesehen, wenn nach Beseitigung der Zugkraft eine bleibende lineare Ausdehnung vom Betrage 0,0005 auftritt.

Es muss bemerkt werden, dass man oft auch die Zugkraft selbst, durch welche diese bleibende Ausdehnung an einem Drahte von 1 mm² Querschnitt hervorgebracht wird, als Elasticitätsgrenze oder als Tragfähigkeit bezeichnet.

Auflösung. Wird der Dehnungsmodul des Eisens wieder zu $20869 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2}$ angenommen, so würde die lineare Ausdehnung 1 bei einer Zugkraft von 20869 Kilogramm pro Quadratmillimeter erreicht werden. Demnach ist der zu berechnende grösste Betrag der linearen Ausdehnung:

$$\frac{32}{20869} = 0{,}0015.$$

Man bezeichnet diese äusserste lineare Ausdehnung, die noch wieder rückgängig wird, als Grenzdehnung (siehe Erkl. 248).

Aufgabe 250. Der auf die gebräuchliche Gravitationseinheit: 1 Kilogramm Schubkraft pro Quadratmillimeter Querschnitt bezogene Schubmodul oder Torsionsmodul hat für Eisen, Kupfer und Messing die mittleren Werte: 7500, 4200, 3500. Diese Masszahlen sollen auf die absolute C.-G.-S.-Einheit umgerechnet werden.

Auflösung. Die Umrechnung ist in derselben Weise auszuführen, wie die Umrechnung der Dehnungsmoduln (vergl. die Aufgabe 248). Man erhält also für:

Eisen . . . $736 \cdot 10^9 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$

Kupfer . . . $412 \cdot 10^9 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$

Messing . . $343 \cdot 10^9 \frac{\text{g}}{\text{cm sec}^2}$.

Aufgabe 251. Für die Zugfestigkeit der Metalle Eisen, Kupfer, Messing, Blei, gemessen in Kilogramm pro Quadratmillimeter hat Wertheim (1844) die Beträge: 61, 40,3 und 60,22 gefunden. Man soll diese auf die absolute C.-G.-S.-Einheit umrechnen.

Auflösung. Die angegebenen Moduln der Zugfestigkeit werden, wie in der Aufgabe 248 die Dehnungsmoduln, durch Multiplikation mit $10^5 \cdot 981$ umgerechnet. Demnach ergibt sich für:

Eisen . . . $59841 \cdot 10^5 \frac{g}{cm\ sec^2}$

Kupfer . . . $39534 \cdot 10^5 \frac{g}{cm\ sec^2}$

Messing . . $59076 \cdot 10^5 \frac{g}{cm\ sec^2}$.

Aufgabe 252. Es sollen die Beziehungen zwischen den in der Erkl. 212 zusammengestellten Einheiten der Zusammendrückbarkeit unter der Voraussetzung angegeben werden, dass die Intensität der Schwere 981 cm sec^{-2} beträgt.

Erkl. 249. Die nebenstehenden Zahlenwerte sind abgerundet, da die Kompressionskoëffizienten doch nicht genau bekannt sind.

Auflösung. Wenn man in die Gleichungen, die in der Erkl. 212 aufgestellt sind, den Wert $g = 981$ einführt, so ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\frac{1}{\text{Dyn : cm}^2} = 981 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Kilogramm : mm}^2}$$

$$\frac{1}{\text{Dyn : cm}^2} = 10^6 \frac{1}{\text{Atmosphäre}}$$

$$\frac{1}{\text{Atmosphäre}} = 97 \frac{1}{\text{Kilogramm : mm}^2}$$

(siehe Erkl. 249).

Aufgabe 253. Regnault hat (1847) für die auf 1 Kilogramm pro mm^2 als Einheit des Flächendruckes bezogenen Kompressionskoëffizienten der Stoffe Kupfer, Messing, Glas die Werte:

$126{,}75 \cdot 10^{-6}$, $110{,}6 \cdot 10^{-6}$, $172{,}5 \cdot 10^{-6}$

gefunden. Diese Werte sollen auf die absolute C.-G.-S.-Einheit umgerechnet werden.

Auflösung. Die verlangte Umrechnung ist nach der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe zu vollziehen und ergibt für:

Kupfer . . . $1{,}3 \cdot 10^{-12} \frac{cm\ sec^2}{g}$

Messing . . . $1{,}1 \cdot 10^{-12} \frac{cm\ sec^2}{g}$

Glas . . . . $1{,}8 \cdot 10^{-12} \frac{cm\ sec^2}{g}$.

Aufgabe 254. Buchanan fand (1880), dass bleihaltiges Glas durch 1 Atmosphäre Druck um 2,92 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt wurde. Welcher Kompressionskoëffizient ergibt sich daraus in Bezug auf die gebräuchlichen drei Einheiten?

Auflösung. Aus der Auflösung zur Aufgabe 252 schliesst man, dass die Zusammendrückbarkeit des betreffenden Glases betrug:

$$2{,}92 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Dyn : cm}^2}$$

oder:

$$283 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Kilogramm : mm}^2}$$

oder:

$$2{,}92 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Atmosphäre}}.$$

Aufgabe 255. Der Kompressionskoëffizient des Wassers hat bei 0^0 nach verschiedenen Beobachtern im Mittel den Wert $51 \cdot 10^{-6}$,

bezogen auf die Atmosphäre als Einheit des Flächendruckes. Wie gross ergibt sich daraus die Zusammendrückbarkeit des Wassers in Bezug auf die gebräuchlichen drei Einheiten?

Auflösung. Indem man ebenso verfährt, wie in der vorhergehenden Aufgabe, findet man die Zusammendrückbarkeit des Wassers gleich:

$$51 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Dyn} : \text{cm}^2}$$

$$4947 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Kilogramm} : \text{mm}^2}$$

$$51 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Atmosphäre}}.$$

Aufgabe 256. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Volumelasticität des Glases nach den Versuchen Regnaults (siehe Aufgabe 253) und Buchanans (siehe Aufgabe 254)?

Auflösung. Da:

$$\frac{10^6}{172{,}5} \frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2} = \frac{981 \cdot 10^{11}}{172{,}5} \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

und:

$$\frac{10^6}{2{,}92} \text{ Atmosphären} = \frac{1033 \cdot 981 \cdot 10^6}{2{,}92} \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

ist, so ergibt sich für die Volumelasticität des Glases ein Betrag von $57 \cdot 10^{10}$ bezw. von $35 \cdot 10^{10}$ C.-G.-S.-Einheiten.

Aufgabe 257. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Volumelasticität des Wassers?

Auflösung. Nach der Aufgabe 255 findet man:

$$\frac{10^6}{51} \text{ Atmosphären} = \frac{1033 \cdot 981 \cdot 10^6}{51} \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$$

oder rund $2 \cdot 10^{10}$ absolnte C.-G.-S.-Einheiten.

Aufgabe 258. Nach Quincke ist die auf Milligramm pro Millimeter bezogene Kapillarkonstante des Wassers bei gewöhnlicher Temperatur gleich 8,253 und die des Quecksilbers ebenso gleich 55. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt demnach die Oberflächenspannung dieser beiden Flüssigkeiten?

Auflösung. Nach der Erkl. 217 erhält man für die Oberflächenspannung des Wassers:

$$9{,}81 \cdot 8{,}253 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}} = 81 \frac{\text{g}}{\text{sec}^2}$$

und für die des Quecksilbers:

$$9{,}81 \cdot 55 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}} = 540 \frac{\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 259. Wie gross ist die Kraft, mit der eine Kreisfläche von 1 cm Radius in einer ebenen Flüssigkeitshaut auf Wasser oder Quecksilber im ganzen gespannt ist?

Auflösung. Da die Kreisperipherie 2π cm lang ist, so beträgt nach der vorhergehenden Aufgabe die gesamte spannende Kraft beim Wasser:

$$2\pi \cdot 81 \text{ Dyn} = 509 \text{ Dyn},$$

beim Quecksilber:

$$2\pi \cdot 540 \text{ Dyn} = 3393 \text{ Dyn}.$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 260. Wieviel Dyn beträgt die Schwere einer Masse von 1 kg, 1 mg, 1 englischen Pfund, wenn die Intensität der Schwere gleich 981 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ ist?

Aufgabe 261. Um wieviel Dyn ist das engl. Pfund in mittleren Breiten schwerer als am Aequator?

Aufgabe 262. Wieviel $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ enthalten die Einheiten der Gravitationsintensität: $\frac{\text{Par. Fuss}}{\text{sec}^2}$, $\frac{\text{engl. Fuss}}{\text{sec}^2}$?

Aufgabe 263. Wieviel $\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$ enthält die Gravitationsintensität 1 $\frac{\text{Megadyn}}{\text{Kilogramm}}$?

Aufgabe 264. Wieviel $\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ beträgt die Gravitationsintensität 1 $\frac{\text{Megadyn}}{\text{Kilogramm}}$?

Aufgabe 265. Wieviel $\frac{\text{Dyn}}{\text{Gramm}}$ sind in der Gravitationsintensität 1 $\frac{\text{Poundal}}{\text{engl. Pfund}}$ enthalten?

Aufgabe 266. Wieviel Megadyn enthält 1 kg Kraft, wenn die Intensität der Schwere 981 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ beträgt?

Aufgabe 267. Wieviel Megadyn enthält unter derselben Voraussetzung 1 engl. Pfund Kraft?

Aufgabe 268. Wieviel englische Pfund Kraft enthält unter derselben Voraussetzung 1 Megadyn?

Aufgabe 269. Um welchen Betrag schwankt 1 kg Kraft an der Erdoberfläche?

Aufgabe 270. Zwischen welchen Beträgen und um welchen Betrag schwankt 1 englisches Pfund Kraft an der Erdoberfläche?

Aufgabe 271. Wieviel Gramm Kraft stellen am Aequator den Betrag von 1 kg Kraft am Pole dar?

Aufgabe 272. Um wieviel Dyn bleibt das Pariser Kilogramm Kraft hinter dem Petersburger zurück?

Aufgabe 273. Wieviel Poundal enthält 1 engl. Pfund Kraft, wenn die Intensität der Schwere gleich $g \frac{\text{engl. Fuss}}{\text{sec}^2}$ ist?

Aufgabe 274. Es sei die Längeneinheit 1 cm, die Zeiteinheit 1 sec; man bestimme die Masseneinheit so, dass die absolute Krafteinheit 1 Berliner Gramm Kraft ist. Die Intensität der Schwere in Berlin sei 981,28 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$.

Aufgabe 275. Es sei die Längeneinheit 1 engl. Fuss; die Zeiteinheit 1 sec; man bestimme die Masseneinheit so, dass die absolute Krafteinheit 1 engl. Pfund Kraft darstellt. Die Intensität der Schwere betrage 32,2 $\frac{\text{engl. Fuss}}{\text{sec}^2}$.

Aufgabe 276. Eine Masse von 1000 kg bewegt sich mit $\frac{360 \text{ km}}{\text{Stunde}}$ Geschwindigkeit; wieviel m kg sec^{-1} beträgt ihre Bewegungsgrösse?

Aufgabe 277. Wieviel cm g sec^{-1} enthält die Einheit $\frac{\text{Kilometer Tonne}}{\text{Stunde}}$ der Bewegungsgrösse, wenn 1 Tonne = 1000 kg ist?

Aufgabe 278. Wieviel cm g sec^{-1} enthält die Einheit $\frac{\text{engl. Fuss engl. Pfund}}{\text{sec}}$ oder die engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der Bewegungsgrösse?

Aufgabe 279. Wieviel Megadyn Kraft sind erforderlich, um in 5 sec Zeit die Bewegungsgrösse $\frac{\text{km } 3000 \text{ kg}}{\text{min}}$ hervorzubringen?

Aufgabe 280. Welche Bewegungsgrösse bringt 1 Gramm Kraft in einer Minute hervor?

Aufgabe 281. Welche Kraft ist erforderlich, um auf einer Wegstrecke von 10 m Länge 1000 Erg Arbeit zu leisten?

Aufgabe 282. Auf welcher Strecke wird 1 Megaerg durch 1 Dyn geleistet?

Aufgabe 283. Auf welcher Strecke wird 1 Megaerg durch 1 Megadyn geleistet?

Aufgabe 284. Die Längeneinheit und die Masseneinheit sollen so bestimmt werden, dass die absolute Krafteinheit 1 Megadyn und die absolute Arbeitseinheit 1 Megaerg wird.

Aufgabe 285. Wieviel Centimetergramm enthält 1 Meterkilogramm?

Aufgabe 286. Wieviel Meterkilogramm enthalten die Arbeitseinheiten Megaerg und Joule?

Aufgabe 287. Wieviel engl. Fusspfund enthalten dieselben beiden Arbeitseinheiten?

Aufgabe 288. Auf welcher Strecke leistet 1 Kilogramm Kraft 1 Megaerg, auf welcher Strecke 1 Joule Arbeit?

Aufgabe 289. Auf welcher Strecke leistet 1 engl. Pfund Kraft 1 Megaerg, auf welcher Strecke ein Joule Arbeit?

Aufgabe 290. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält die Arbeitsintensität, bei der 15 Joule in 4 Minuten geleistet werden?

Aufgabe 291. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält die Arbeitsintensität von 1 Megaerg in der Sekunde?

Aufgabe 292. Die Einheiten der Länge, Masse und Zeit sollen so gewählt werden, dass Megadyn, Joule, Watt die absoluten Einheiten der Kraft, der Arbeit und der Arbeitsintensität werden.

Aufgabe 293. Wieviel C.-G.-S.-Einheiten enthält die absolute Meter-Kilogramm-Sekunde-Einheit der Arbeitsintensität?

Aufgabe 294. Wieviel Watt enthält die absolute engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der Arbeitsintensität?

Aufgabe 295. Eine Kraft, die einer Masse von 5 kg in 2 sec eine Geschwindigkeit von $\frac{3\,\text{km}}{\text{min}}$ erteilt, arbeitet an einem Körper, der sich mit einer Geschwindigkeit von $\frac{4\,\text{m}}{5\,\text{sec}}$ bewegt. Wieviel Watt beträgt die Intensität der Arbeitsleistung?

Andeutung. Für die zu berechnende Intensität ergibt sich aus den gestellten Forderungen der Ausdruck: $\frac{3\,\text{km}\;5\,\text{kg}}{\text{min}\;2\,\text{sec}} \cdot \frac{4\,\text{m}}{5\,\text{sec}}$.

Aufgabe 296. Wieviel Megadyn Kraft sind erforderlich, um mit 1 Watt Intensität Arbeit zu leisten, wenn der Angriffspunkt der Kraft sich mit einer Geschwindigkeit von $1\,\text{m}\,\text{min}^{-1}$ bewegt?

Aufgabe 297. Wieviel gewöhnliche und wieviel englische Pferdekräfte enthält das Watt?

Aufgabe 298. An welcher Masse arbeitet die Schwerkraft beim freien Fall nach 1 Sekunde Fallzeit mit der absoluten C.-G.-S.-Einheit der Arbeitsintensität?

Aufgabe 299. Um wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten übertrifft nach 1 Sekunde Fallzeit die Arbeitsintensität der Schwerkraft am Pole diejenige am Aequator beim freien Fall eines Körpers, der 1 Gramm wiegt?

Aufgabe 300. Eine Masse von 2 g wird durch eine Kraft von 1 Dyn in Bewegung gesetzt; welche Geschwindigkeit wird die Masse erlangt haben, nachdem sie eine Wegstrecke von 1 cm Länge zurückgelegt hat?

Aufgabe 301. Eine Kraft, die einer Masse von 12 g im Verlaufe von 4 sec eine Geschwindigkeit von $\frac{5\,\text{cm}}{3\,\text{sec}}$ erteilt, setzt eine Masse von 10 g in Bewegung. Welche Geschwindigkeit wird die Masse auf einem Wege von 25 m erlangen?

Andeutung. Die Arbeitsleistung beträgt 12500 Erg; daher ist:

$$\frac{L^2\,10\,\text{g}}{T^2} = 25000\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}.$$

Aufgabe 302. Wieviel Megaerg beträgt der Arbeitswert der Meter-Kilogramm-Sekunde-Einheit der lebendigen Kraft?

Aufgabe 303. Wieviel Erg beträgt der Arbeitswert der englischen Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der lebendigen Kraft?

Aufgabe 304. Ein Körper von 20 kg Masse soll eine lebendige Kraft besitzen, deren Arbeitswert 10 Joule beträgt; wie gross muss seine Geschwindigkeit sein?

Aufgabe 305. Welche Masse besitzt bei einer Geschwindigkeit von $10\,\text{m}\,\text{sec}^{-1}$ eine lebendige Kraft, die einem Meterkilogramm Arbeit äquivalent ist?

Aufgabe 306. Wieviel Meterkilogramm beträgt der Arbeitswert der absoluten C.-G.-S.-Einheit lebendiger Kraft?

Aufgabe 307. Wieviel englische Fusspfund beträgt der Arbeitswert der absoluten C.-G.-S.-Einheit lebendiger Kraft?

Aufgabe 308. Wieviel Erg pro Gramm enthält die Einheit Megaerg pro Kilogramm des Gravitationspotentials?

Aufgabe 309. Wieviel Joule pro Kilogramm beträgt das Gravitationspotential an der Erdoberfläche?

Aufgabe 310. Wieviel Megaerg pro Gramm beträgt das Gravitationspotential an der Erdoberfläche?

Aufgabe 311. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Gravitationspotentials enthält die Einheit $\frac{\text{Centimetergramm}}{\text{Gramm}}$?

Aufgabe 312. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Gravitationspotentials enthält die Einheit $\frac{\text{engl. Fusspfund}}{\text{engl. Pfund}}$?

Andeutung. Es ist: $1 \frac{\text{Fusspfund}}{\text{Pfund}} = 981 \frac{\text{cm Pfund}}{\text{sec}^2}$ Fuss : Pfund.

Aufgabe 313. Wieviel Centimetergramm pro Gramm beträgt das Gravitationspotential an der Erdoberfläche?

Aufgabe 314. Wieviel engl. Fusspfund pro engl. Pfund beträgt das Gravitationspotential an der Erdoberfläche?

Aufgabe 315. Welchen Betrag hat das Gravitationspotential der Erde in einer Entfernung vom Erdmittelpunkte, die 10^6 Erdhalbmesser beträgt?

Aufgabe 316. Wie gross ist die potentielle Energie einer Masse von 100 kg, die sich 10 m hoch über der Erdoberfläche befindet, nach gewöhnlicher Berechnung?

Andeutung. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 200.

Aufgabe 317. Um wieviel Erg ist der in der gewöhnlichen Weise berechnete Betrag der potentiellen Energie einer Masse von 100 kg, die sich 10 m hoch über der Erdoberfläche befindet, zu gross?

Andeutung. Man vergleiche die Erkl. 230 zur gelösten Aufgabe 201.

Aufgabe 318. Welche Endgeschwindigkeit ergibt sich für einen aus 1000 m Höhe herabfallenden Körper nach gewöhnlicher Berechnung?

Andeutung. Man vergl. die Erkl. 229 zur gelösten Aufgabe 200.

Aufgabe 319. Um wieviel cm sec^{-1} findet man die Endgeschwindigkeit eines aus 1000 m Höhe herabfallenden Körpers nach gewöhnlicher Berechnung zu gross?

Andeutung. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 201.

Aufgabe 320. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält die Einheit:

$$\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogramm}} : \text{Meter}$$

des Potentialgefälles im Gravitationsfelde?

Andeutung. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 191.

Aufgabe 321. Wieviel $\frac{\text{mkg}}{\text{kg}}$: m beträgt das Gefälle des Gravitationspotentials an der Erdoberfläche?

Aufgabe 322. Wieviel $\frac{\text{mkg}}{\text{kg}}$: m beträgt das Potentialgefälle im Gravitationsfelde der Erde in 60 Erdhalbmessern Entfernung vom Erdmittelpunkte?

Aufgabe 323. Wieviel Dyn beträgt die Anziehung, welche zwei Metallkugeln von je 10 cm Radius und 50 kg Gewicht bei ihrer Berührung auf einander ausüben?

Aufgabe 324. Mit wieviel Milligramm Kraft ziehen sich zwei Massen von je 1 g in 1 cm Entfernung an?

Aufgabe 325. Eine Bleikugel von 6000 kg und eine Quecksilberkugel von 10 kg sollen sich mit 3 Dyn Kraft anziehen. Wie gross muss die Entfernung ihrer beiden Mittelpunkte von einander sein?

Aufgabe 326. Welche Masse zieht eine ihr gleiche Masse in 1 cm Entfernung mit 1 Dyn Kraft an?

Aufgabe 327. In welchem Verhältnisse steht die absolute C.-G.-S.-Einheit der spezifischen Intensität der Massenanziehung zur absoluten Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheit derselben?

Aufgabe 328. In welchem Verhältnisse steht die absolute engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit der spezifischen Intensität der Massenanziehung zur absoluten C.-G.-S.-Einheit derselben?

Aufgabe 329. Wie gross ist die Gravitationskonstante in Bezug auf die absolute engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit?

Aufgabe 330. Wieviel sec^{-1} beträgt die Winkelgeschwindigkeit des Minutenzeigers einer Uhr?

Aufgabe 331. Wieviel sec^{-1} beträgt die Winkelgeschwindigkeit eines Rades bei 24 Umdrehungen in der Minute?

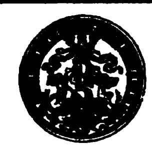
Aufgabe 332. Wieviel $\frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}}$ beträgt die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde?

Aufgabe 333. Wieviel $\text{cm}\,\text{sec}^{-1}$ beträgt die fortschreitende Geschwindigkeit eines Aequatorpunktes der Erde, wenn der Radius des Aequators 6 378 320 m lang ist?

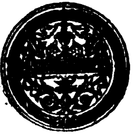
Aufgabe 334. Wieviel Umdrehungen in der Minute beträgt die Winkelgeschwindigkeit, die durch eine Winkelbeschleunigung von $5\,\text{sec}^{-2}$ in 2 sec gewonnen wird?

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1074. Heft. Preis des Heftes 25 Pf. Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 974. — Seite 113—128.



Vollständig gelöste



Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen
der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. H. Hovestadt.

Fortsetzung v. Heft 974. — Seite 113—128.

Inhalt:

Stuttgart 1892.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, **erscheint monatlich** in 3—4 Heften **zu dem billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus** dem **Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und **zwar in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die **Lösung** jedermann **verständlich** sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere **Anzahl** der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen **Kapiteln** angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende **Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Aufgabe 335. Welche Umlaufszeit erreicht ein Körper, der 3 sec lang eine Winkelbeschleunigung von 0,1 $\sec^{-2}$ erfährt?

Aufgabe 336. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt das statische Moment von 1 engl. Pfund Kraft an einem Hebelarm von 1 engl. Fuss Länge?

Aufgabe 337. In welchem Verhältnisse steht das statische Moment von 1 engl. Pfund Kraft an einem Hebelarm von 1 engl. Fuss Länge zu dem Moment von 1 kg Kraft an einem Hebelarm von 1 m Länge?

Aufgabe 338. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält die absolute engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit des statischen Momentes?

Aufgabe 339. Wieviel absolute mm-mg-sec-Einheiten des statischen Momentes enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit desselben?

Aufgabe 340. Wieviel Meterkilogramm mechanischer Arbeit leistet eine Kraft von 3 Kilogramm an einem Hebelarm von 60 cm Länge bei einer Drehung um 200 Grad?

Andeutung. Man berechne das Drehungsmoment der Kraft und beachte die Antwort auf die Frage 141.

Aufgabe 341. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten enthält das Drehungsmoment, durch das für je 90 Grad Drehung 1 Centimetergramm mechanischer Arbeit geleistet wird?

Andeutung. Es ist:

$$\frac{1\ \text{Centimetergramm}}{90\ \text{Grad}} = \frac{2}{\pi}\,\frac{\text{Centimetergramm}}{\text{„Winkeleinheit"}} = \frac{2\cdot 981}{\pi}\,\frac{\text{Erg}}{\text{„Winkeleinheit"}}.$$

Aufgabe 342. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt die durch die Schwere hervorgebrachte Direktionskraft des in den gelösten Aufgaben 222 und 223 behandelten drehbaren Körpers?

Andeutung. Man setze in die Auflösung zur Aufgabe 223 ein: $\alpha = 1$.

Aufgabe 343. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Trägheitsmomentes enthält die Meter-Kilogramm-Einheit desselben?

Aufgabe 344. In welchem Verhältnisse steht die absolute Millimeter-Milligramm-Einheit des Trägheitsmomentes zur absoluten C.-G.-S.-Einheit desselben?

Aufgabe 345. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Trägheitsmomentes enthält die absolute englische Fuss-Pfund-Einheit desselben?

Aufgabe 346. Welche Länge würde sich für den Trägheitsradius der Erde ergeben, wenn letztere eine homogene Kugel von $637\cdot 10^6$ cm Radius wäre?

Aufgabe 347. Wie gross würde die auf den Aequator reduzierte Masse der Erde sein, wenn letztere eine homogene Kugel von $637\cdot 10^6$ cm Radius und dem spezifischen Gewichte 5,64 wäre.

Aufgabe 348. Wieviel Millimeter Quecksilber enthält $1\,\frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}$ Flächendruck?

Aufgabe 349. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten der Intensität des Flächendruckes enthält 1 cm Quecksilber Flächendruck, wenn die Intensität der Schwere 981 $\mathrm{cm\,sec}^{-2}$ beträgt?

Aufgabe 350. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten der Intensität des Flächendruckes enthält 1 Pariser Zoll Quecksilber Flächendruck?

Aufgabe 351. Wieviel $\frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}$ enthält 1 Pariser Zoll Quecksilber Flächendruck?

Aufgabe 352. Wieviel Pariser Zoll Quecksilber enthält 1 Atmosphäre Flächendruck?

Aufgabe 353. In welchem Verhältnisse steht die Druckintensität von 1 Megadyn pro Quadratmeter zur absoluten C.-G.-S.-Einheit der Druckintensität?

Aufgabe 354. In welchem Verhältnisse steht die Dichte von 1 kg pro Liter zur absoluten C.-G.-S.-Einheit der Dichte?

Aufgabe 355. Wieviel $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ enthält $1\,\frac{\text{mg}}{\text{mm}^3}$?

Aufgabe 356. Wieviel wiegt 1 Liter Quecksilber von 0^0, wenn das spezifische Gewicht des Quecksilbers bei 0^0 gleich 13,596 ist?

Aufgabe 357. Welchen Raum nimmt 1 kg Quecksilber bei 0^0 ein, wenn bei dieser Temperatur das spezifische Gewicht des Quecksilbers gleich 13,596 ist?

Aufgabe 358. Welches spezifische Volumen hat der Wasserstoff bei 0^0 und 760 mm Quecksilber Druck, wenn 1 Liter dieses Gases unter den angegebenen Umständen 0,0896 g wiegt?

Aufgabe 359. Welche Verlängerung erfährt ein Körper von 4 m Länge bei einer linearen Ausdehnung vom Betrage 0,0003?

Aufgabe 360. Wie gross war die ursprüngliche Länge eines Körpers, der durch die lineare Ausdehnung 0,02 eine Länge von 2,04 m erhalten hat?

Aufgabe 361. Welche Volumvergrösserung erfährt ein Körper von 1200 cm^3 Inhalt bei einer kubischen Ausdehnung vom Betrage 0,004?

Aufgabe 362. Wie gross war das ursprüngliche Volumen eines Körpers, der durch die kubische Ausdehnung 0,003 einen Rauminhalt von 2006 cm^3 erhielt?

Aufgabe 363. Ein Eisendraht von 2 m Länge und 3,5 mm^2 Querschnitt ist am oberen Ende festgeschraubt und am unteren Ende mit einem Gewichte von 20 kg belastet. Welche Verlängerung wird der Draht erfahren, wenn der Dehnungsmodul des Eisens $20\,869\,\frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2}$ beträgt?

Aufgabe 364. Ein Messingdraht von 2,5 m Länge und 0,75 mm^2 Querschnitt soll um 1 mm verlängert werden. Wieviel Gramm beträgt die dazu erforderliche Zugkraft, wenn das Metall den Dehnungsmodul $8543\,\frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2}$ besitzt?

Aufgabe 365. Der Dehnungsmodul des Kupfers ist gleich $12\,449 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{mm}^2}$ und die Elasticitätsgrenze des Kupfers wird bei einer Zugkraft von 12 Kilogramm pro Quadratmillimeter Querschnitt erreicht. Welche Verlängerung kann ein Kupferdraht von 3 m Länge ohne Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze höchstens erfahren, und welche Zugkraft ist bei 2,5 mm² Querschnitt erforderlich, um diese grösste Verlängerung hervorzubringen?

Andeutung. Die Grenzdehnung ist 12 : 12 449; man vergl. die gelöste Aufgabe 249.

Aufgabe 366. Wieviel Megadyn Zugkraft sind erforderlich, um einen Eisendraht von kreisförmigem Querschnitt und 1 mm Dicke zu zerreissen, wenn die absolute Festigkeit des Eisens 61 Kilogramm pro Quadratmillimeter beträgt?

Aufgabe 367. Um wieviel Prozent des Volumens wird eine Glasart, deren Kompressionskoëffizient $2 \cdot 10^{-12}$ absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt, durch einen Flächendruck von 1 Megadyn pro Quadratcentimeter zusammengepresst?

Aufgabe 368. Um wieviel cm³ werden 50 Liter Wasser von 0° durch einen Flächendruck von 1 Megadyn pro Quadratcentimeter zusammengedrückt, wenn der Kompressionskoëffizient des Wassers $51 \cdot 10^{-12}$ absolute C.-G.-S.-Einheiten beträgt?

Aufgabe 369. Wieviel Megadyn pro Quadratmillimeter beträgt die Volumelasticität des Wassers?

Andeutung. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 257.

Aufgabe 370. In einen ebenen rechteckigen Rahmen von 5 cm Länge und 3 cm Breite ist eine Seifenlamelle gespannt, die aus einer Seifenlösung von 28 Milligramm pro Millimeter Oberflächenspannung hergestellt wurde. Wieviel Erg mechanischer Arbeit sind gegen die Oberflächenspannung zu leisten, wenn die Lamelle von 5 cm Länge auf 7 cm ausgezogen werden soll?

Andeutung. Man beachte, dass eine Flüssigkeitslamelle jederseits ein Flüssigkeitshäutchen besitzt.

D_2. Das *L-M-T*-System in der Lehre vom Magnetismus.

1) Menge des freien Magnetismus.

Frage 180. Durch welche Stücke wird die Menge des freien Magnetismus bestimmt, und welche Dimension hat diese Grösse?

Erkl. 250. Um die magnetischen Erscheinungen zu erklären, kann man sich vorstellen, es gebe zwei magnetische Flüssigkeiten, die nordmagnetische (oder positive) und die südmagnetische (oder negative), welche nur innerhalb eines jeden magnetischen Moleküls von einander getrennt oder frei sind, das Molekül aber nicht verlassen können.

Erkl. 251. Das ist eine Umkehrung des Satzes:

„Zwei mit Magnetismus derselben Art geladene Punkte stossen sich mit

Antwort. Es seien zwei Punkte mit gleichen Mengen von freiem Nordmagnetismus oder freiem Südmagnetismus geladen (s. Erkl. 250). Wenn diese beiden Punkte sich in der Entfernung L mit der Kraft $\frac{LM}{T^2}$ abstossen, so ist die Menge des in jedem enthaltenen Magnetismus bestimmt.

Diese Menge ist der Entfernung L und der Quadratwurzel aus der Kraft

einer Kraft ab, die dem Produkte ihrer Ladungen gerade und dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist."

Zu diesem Abschnitte vergleiche man das Lehrbuch des Magnetismus und des Erdmagnetismus von A. Kleyer.

LMT^{-2} gerade proportional (s. Erkl. 251). Ihre Dimension ist daher:

$$L \cdot \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Statt Menge des freien Magnetismus sagt man auch Stärke des Magnetpoles.

Frage 181. Wie ist die absolute Einheit der Menge des freien Magnetismus zu definieren?

Erkl. 252. Die Abstossung zwischen zwei gleichnamig magnetischen und ebenso die Anziehung zwischen zwei ungleichnamig magnetischen Punkten ist also numerisch gleich dem Produkte ihrer Ladungen, dividiert durch das Quadrat ihrer Entfernung.

Erkl. 253. Diese Einheit wird durch das Zeichen:

$$\frac{cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{sec} = cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

dargestellt.

Antwort. Zwei gleich stark und gleichnamig magnetische Punkte enthalten je eine absolute Einheit der Menge des Magnetismus, wenn sie in der Einheit der Entfernung eine Abstossung vom Betrage einer absoluten Krafteinheit auf einander ausüben (s. Erkl. 252).

Die beiden Punkte enthalten insbesondere je eine absolute C.-G.-S.-Einheit von Magnetismus, wenn sie sich in einer Entfernung von 1 cm mit einer Kraft von 1 Dyn abstossen (siehe Erkl. 253).

(Gelöste Aufgabe 371.)

2) Magnetisches Moment.

Frage 182. Welche Stücke bestimmen das magnetische Moment, und welche Dimension hat dasselbe?

Erkl. 254. Ein Magnetstab enthält in seinen sämtlichen Molekülen im ganzen ebensoviel freien Nordmagnetismus wie Südmagnetismus. Nun kann die Wirkung, welche der Stab in Entfernungen hervorbringt, die im Vergleich zu seiner Länge gross sind, auch als hervorgebracht angesehen werden durch zwei magnetische Punkte, von denen der eine seinen ganzen Nordmagnetismus, der andere seinen ganzen Südmagnetismus enthält. Diese beiden Punkte heissen die Pole des Magnetstabes; ihre Ladung heisst die Polstärke, ihr Abstand die reduzierte Länge des Magnetstabes.

Antwort. Das Moment eines Magnetstabes wird bestimmt durch seine Polstärke $\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T}$ und durch den Abstand L seiner beiden Pole von einander (siehe Erkl. 254).

Es ist jedem dieser beiden Bestimmungsstücke gerade proportional.

Demnach hat das magnetische Moment die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} \cdot L = \frac{L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Das magnetische Moment wird auch als Stabmagnetismus bezeichnet.

Frage 183. Welche Festsetzung ergibt sich für die absolute Einheit des magnetischen Momentes?

Antwort. Einem Magnetstab ist die absolute Einheit des Momentes zu-

zuschreiben, wenn seine Polstärke eine absolute Einheit der Menge des freien Magnetismus und zugleich der Abstand seiner Pole eine Längeneinheit beträgt (siehe Erkl. 255).

Ist die Polstärke der absoluten C.-G.-S.-Einheit gleich, während der Polabstand 1 cm beträgt, so besitzt der Magnetstab die absolute C.-G.-S.-Einheit des Momentes (siehe Erkl. 256).

Erkl. 255. Das magnetische Moment ist also numerisch gleich dem Produkte aus der Polstärke und dem Polabstande eines Magnetstabes.

Erkl. 256. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{sec} = cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

darzustellen.

(Gelöste Aufgaben 372 und 373.)

---

3) Spezifischer Magnetismus.

Frage 184. Wie wird der spezifische Magnetismus dem *L-M-T*-System als abhängig veränderliche Grösse eingeordnet?

Antwort. Der spezifische Magnetismus eines Magnetstabes wird bestimmt durch das Moment $\frac{L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T}$ und durch die Masse M desselben. Er ist jenem Momente gerade und dieser Masse umgekehrt proportional; seine Dimension ist demnach:

$$\frac{L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : M = \frac{L^{\frac{5}{2}}}{M^{\frac{1}{2}} T} = L^{\frac{5}{2}} M^{-\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Ein Magnetstab von der Masseneinheit und der absoluten Einheit des Momentes besitzt die absolute Einheit des spezifischen Magnetismus (siehe Erkl. 257).

Erkl. 257. Der spezifische Magnetismus ist also numerisch gleich dem Verhältnisse eines Momentes zu einer Masse oder gleich dem auf die Masseneinheit entfallenden Momente.

Ein Magnetstab von 1 g Masse und

$$1\ cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

Moment besitzt die absolute C.-G.-S.-Einheit des spezifischen Magnetismus d. h.:

$$1\ cm^{\frac{5}{2}} g^{-\frac{1}{2}} sec^{-1}.$$

(Gelöste Aufgaben 374 und 375.)

---

4) Intensität der Magnetisierung.

Frage 185. In welcher Weise stellt sich die Intensität der Magnetisierung im *L-M-T*-System als abhängig veränderliche Grösse dar?

Antwort. Die Intensität der Magnetisierung wird bestimmt durch das Moment $\frac{L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T}$ eines Magnetstabes und durch dessen Volumen L^3. Sie ist jenem Momente gerade und diesem Volumen umgekehrt proportional. Ihre Dimension ist also:

Erkl. 258. Die Intensität einer Magnetisierung ist demnach numerisch gleich dem Verhältnisse eines Momentes zu einem Volumen oder gleich dem auf die Volumeinheit entfallenden Momente.

Ein Magnet von 1 cm^3 Volumen und

$$1\ cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

Moment ist mit der absoluten C.-G.-S.-Einheit der Intensität oder mit:

$$1\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$$

magnetisiert.

$$\frac{L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : L^3 = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Ein Magnet von der Volumeinheit und der absoluten Einheit des Momentes ist mit der absoluten Einheit der Intensität magnetisiert (s. Erkl. 258).

(Gelöste Aufgaben 376 und 377.)

---

5) Intensität des magnetischen Feldes.

Frage 186. Welche Bestimmungsstücke und welche Dimension hat die Intensität des magnetischen Feldes?

Erkl. 259. Die Umgebung eines beliebigen magnetischen Körpers ist das durch denselben hervorgebrachte magnetische Feld. Auch die Erde bringt ein magnetisches Feld hervor.

Statt Intensität des magnetischen Feldes sagt man auch Stärke des magnetischen Feldes.

Erkl. 260. Man beachte, dass die Intensität des magnetischen Feldes dieselbe Dimension hat, wie die Intensität der Magnetisierung, dass also diese beiden Grössen nach demselben Gesetze von L, M, T abhängig sind.

Antwort. Es sei A ein Ort in einem magnetischen Felde (s. Erkl. 259). Die Intensität des Feldes an diesem Orte ist dann bestimmt, wenn ein mit der Menge $\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T}$ von freiem Magnetismus ausgestatteter Punkt am Orte A durch eine Kraft vom Betrage $\frac{LM}{T^2}$ angegriffen wird.

Diese Intensität ist der Menge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ des nach A gebrachten freien Magnetismus umgekehrt, dagegen der angreifenden Kraft LMT^{-2} gerade proportional. Sie hat also die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

(siehe Erkl. 260).

Frage 187. Wie wird über die absolute Einheit der Intensität des magnetischen Feldes verfügt?

Erkl. 261. Die Intensität des magnetischen Feldes ist hiernach numerisch gleich dem Verhältnisse der angreifenden Kraft zur Menge des freien Magnetismus, auf den die Kraft wirkt, oder gleich der Kraft, welche die Mengeneinheit des Magnetismus angreift.

Antwort. Ein magnetisches Feld besitzt an einem Orte A die absolute Einheit der Intensität, wenn daselbst auf die absolute Einheit der Menge des freien Magnetismus die absolute Einheit der Kraft ausgeübt wird (s. Erkl. 261).

Wirkt auf $1\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$ Magnetismusmenge $1\ \mathrm{cm\ g\ sec}^{-2}$ Kraft, so hat das Feld bei A die absolute C.-G.-S.-Einheit der Intensität, oder:

$$1\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

Frage 188. Welche willkürlichen Einheiten sind vor der absoluten Einheit der Intensität des magnetischen Feldes in Gebrauch gewesen?

Erkl. 262. In seiner „Allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus" (1838) nennt Gauss die erste Einheit diejenige „willkürliche Einheit, in welcher die Intensitäten bisher gewöhnlich angegeben zu werden pflegen." Er selbst ändert sie dann dahin ab, „dass alle Zahlen tausendmal grösser werden" (siehe Artikel 25 der bezeichneten Abhandlung).

Antwort. In seinen Abhandlungen über den Erdmagnetismus wendet Gauss neben der von ihm eingeführten absoluten Einheit für die Intensität des erdmagnetischen Feldes noch zwei willkürliche, d. h. nicht abgeleitete Einheiten an.

Die erste derselben enthält (siehe Erkl. 262):

$$0{,}34941 \frac{g^{\frac{1}{2}}}{cm^{\frac{1}{2}}\,sec} \text{ oder } 3{,}4941 \frac{mg^{\frac{1}{2}}}{mm^{\frac{1}{2}}\,sec}.$$

Die zweite bildet den 1000ten Teil der ersten.

(Gelöste Aufgaben 378 bis 381.)

---

6) Magnetisches Potential.

Frage 189. Durch welche Stücke wird das Potential eines Ortes im magnetischen Felde bestimmt, und welche Dimension hat dieses Potential?

Erkl. 263. Dieser Arbeitsbetrag ist ausschliesslich von der Lage des Ortes A im magnetischen Felde abhängig, dagegen von dem Wege, den der Punkt P von A aus nimmt, ganz unabhängig. Durch diesen Umstand erhält das Potential des Ortes A einen im allgemeinen eindeutig bestimmten Betrag.

Man vergleiche die Erkl. 136 und die Antwort auf die Frage 111, beachte aber, dass an dieser Stelle die von den magnetischen Kräften geleistete Arbeit als Bestimmungsstück benutzt wird, während früher die von der Gravitation verbrauchte Arbeit zu Grunde gelegt wurde.

Antwort. Es befinde sich am Orte A in einem magnetischen Felde ein magnetischer Punkt P, der die Menge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ an Nordmagnetismus enthalte. Wenn nun der Punkt P auf irgend einem Wege aus dem magnetischen Felde ganz entfernt wird, so leisten die Kräfte des Feldes auf diesem Wege an ihm eine gewisse mechanische Arbeit $L^2 M T^{-2}$ (s. Erkl. 263). Diese Arbeit und der in P enthaltene Nordmagnetismus bestimmen das Potential des Ortes A, und zwar ist dasselbe dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten dagegen umgekehrt proportional.

Demnach hat das magnetische Potential die Dimension:

$$\frac{L^2 M}{T^2} : \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Frage 190. Wie wird die absolute Einheit des magnetischen Potentials festgesetzt?

Antwort. Am Orte A in einem magnetischen Felde herrscht die absolute Einheit des Potentials, wenn an dem

Erkl. 264. Das magnetische Potential ist also numerisch gleich dem Verhältnisse der an einer gewissen Menge von Magnetismus geleisteten Arbeit zu dieser Menge, oder gleich der an der Mengeneinheit des Magnetismus bei ihrer Entfernung aus dem magnetischen Felde geleisteten Arbeit.

Erkl. 265. Diese Einheit ist durch:

$$\frac{cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{sec} = cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

darzustellen.

mit der absoluten Mengeneinheit des Nordmagnetismus ausgestatteten Punkte P, bei seiner Entfernung aus dem magnetischen Felde vom Orte A aus, die absolute Einheit mechanischer Arbeit geleistet wird (siehe Erkl. 264).

Ist der Punkt P mit der Mengeneinheit $cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ des Magnetismus ausgestattet, und wird an ihm $1\, cm^2 g\, sec^{-2}$ oder 1 Erg Arbeit geleistet, so herrscht am Orte A die absolute C.-G.-S.-Einheit des magnetischen Potentials (s. Erkl. 265).

Frage 191. Was versteht man unter der Potentialdifferenz zweier Punkte in einem magnetischen Felde?

Erkl. 266. Nach der Erkl. 264 ist die Potentialdifferenz zwischen den beiden Punkten A und B numerisch gleich der mechanischen Arbeit, die an dem mit der Mengeneinheit des Nordmagnetismus ausgestatteten Punkte P bei seiner Verschiebung von A nach B geleistet wird.

Antwort. Unter Potentialdifferenz zweier Punkte A und B in einem magnetischen Felde versteht man die Differenz der beiden Beträge, welche das magnetische Potential in diesen beiden Punkten besitzt (siehe Erkl. 266).

(Gelöste Aufgaben 382 und 383.)

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 371. Wieviel Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten der Menge des freien Magnetismus enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit derselben?

Auflösung. Es ist:

$$1 \frac{cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{sec} = \frac{(10\, mm)^{\frac{3}{2}} (1000\, mg)^{\frac{1}{2}}}{sec}$$

$$= 1000 \frac{mm^{\frac{3}{2}} mg^{\frac{1}{2}}}{sec}.$$

Aufgabe 372. Wieviel Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten des magnetischen Momentes enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit desselben?

Auflösung. Es ist:

$$1 \frac{cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{sec} = \frac{(10\, mm)^{\frac{5}{2}} (1000\, mg)^{\frac{1}{2}}}{sec}$$

$$= 10\,000 \frac{mm^{\frac{5}{2}} mg^{\frac{1}{2}}}{sec}.$$

Aufgabe 373. Ein Magnetstab von 10 cm Länge hat ein Moment vom Betrage:

$$993\ \mathrm{cm}^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Wie gross ist seine Polstärke, wenn die beiden Pole um je $\frac{1}{12}$ der Länge des Stabes von dessen Enden entfernt liegen?

Auflösung. Man findet für die Polstärke den Betrag:

$$\frac{993\ \mathrm{cm}^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{\frac{5}{6}\cdot 10\ \mathrm{cm}} = 119{,}16\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$$

$$= 119\,160\ \mathrm{mm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{mg}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Aufgabe 374. Wieviel Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten des spezifischen Magnetismus enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit desselben?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{\mathrm{cm}^{\frac{5}{2}}}{\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}} = \frac{(10\ \mathrm{mm})^{\frac{5}{2}}}{(1000\ \mathrm{mg})^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}} = 10\,\frac{\mathrm{mm}^{\frac{5}{2}}}{\mathrm{mg}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}}.$$

Aufgabe 375. Wie gross ist der spezifische Magnetismus des in der Aufgabe 373 behandelten Magnetstabes, wenn derselbe 119,86 g wiegt?

Auflösung. Der zu berechnende spezifische Magnetismus ist gleich:

$$\frac{993\ \mathrm{cm}^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{119{,}86\ \mathrm{g}} = 8{,}3\ \mathrm{cm}^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{mg}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$$

oder gleich:

$$83\ \mathrm{mm}^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{mg}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Aufgabe 376. Wieviel Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten der Intensität der Magnetisierung enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit derselben?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}} = \frac{(1000\ \mathrm{mg})^{\frac{1}{2}}}{(10\ \mathrm{mm})^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}} = 10\,\frac{\mathrm{mg}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{mm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}}.$$

Aufgabe 377. Wie gross ist die Intensität der Magnetisierung des in der Aufgabe 373 behandelten Magnetes, wenn derselbe 119,86 g wiegt, und das spezifische Gewicht des Stahls gleich 7,8 ist?

Auflösung. Das Volumen des Magnetes ist gleich:

$$\frac{119{,}86}{7{,}8}\ \mathrm{cm}^3,$$

die zu berechnende Intensität seiner Magnetisierung also gleich:

$$\frac{7{,}8\cdot 993\ \mathrm{cm}^{\frac{5}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{119{,}86\ \mathrm{cm}^3} = 64{,}6\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$$

$$= 646\ \mathrm{mm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{mg}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Aufgabe 378. Wieviel Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten der Intensität des magnetischen Feldes enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit derselben?

Auflösung. Es ist:

$$1 \frac{g^{\frac{1}{2}}}{cm^{\frac{1}{2}} sec} = \frac{(1000 \, mg)^{\frac{1}{2}}}{(10 \, mm)^{\frac{1}{2}} sec} = 10 \frac{mg^{\frac{1}{2}}}{mm^{\frac{1}{2}} sec}.$$

Aufgabe 379. Im mittleren Europa beträgt die horizontale Intensität des erdmagnetischen Feldes etwa 0,2 absolute C.-G.-S.-Einheiten, die Inklination im Mittel 65°. Wie gross ist demnach die **totale Intensität des Erdmagnetismus** daselbst?

Auflösung. Da die horizontale Intensität des Erdmagnetismus nichts anderes ist, als die in die horizontale Ebene fallende Komponente desselben, so ist die totale Intensität gleich:

$$\frac{0{,}2}{\cos 65^0} \, cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

oder gleich 0,47 absoluten C.-G.-S.-Einheiten.

Aufgabe 380. Eine Magnetnadel, deren magnetisches Moment $400 \, cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ beträgt, und die um eine vertikale Achse drehbar ist, wird senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians gestellt. Welches **Drehungsmoment** bringt der Erdmagnetismus dann an der Nadel hervor, wenn seine horizontale Intensität $0{,}2 \, cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ beträgt?

Erkl. 267. Beträgt die Polstärke der Nadel $Q \, cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$, der Abstand ihrer Pole l cm, die horizontale Intensität des Erdmagnetismus $H \, cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$, so bringen die beiden Kräfte, welche die Pole angreifen, zusammen das Drehungsmoment:

$$2 \, Q \cdot H \cdot \frac{1}{2} l = Ql \cdot H$$

hervor.

Auflösung. Um das verlangte Drehungsmoment zu berechnen, hat man nur das magnetische Moment der Nadel mit der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus zu multiplizieren (siehe Erkl. 267). Es ist demnach gleich:

$$400 \, cm^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1} \cdot 0{,}2 \, cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1} = 80 \, cm^2 g \, sec^{-2}.$$

Aufgabe 381. Welche **Direktionskraft** besitzt die in der vorhergehenden Aufgabe behandelte Magnetnadel, nachdem sie sich in den magnetischen Meridian eingestellt hat?

Erkl. 268. Für ein beliebiges α ist das rücktreibende Drehungsmoment gleich:

$$80 \cdot \sin \alpha \; cm^2 g \, sec^{-2}.$$

Ist nun α klein, so kann $\sin \alpha$ durch α ersetzt werden.

Auflösung. Wird die Nadel um α „Winkeleinheiten“ aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt, so hat, wenn α klein ist, das an ihr wirksame rücktreibende Drehungsmoment den Betrag (siehe Erkl. 268):

$$80 \cdot \alpha \, cm^2 g \, sec^{-2}.$$

Ihre Direktionskraft ist also gleich:

$$80 \, cm^2 g \, sec^{-2}.$$

Aufgabe 382. Wieviel Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten des magnetischen Potentials enthält die absolute C.-G.-S.-Einheit desselben?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}} = \frac{(10\,\text{mm})^{\frac{1}{2}}\,(1000\,\text{mg})}{\text{sec}}$$

$$= 100\,\frac{\text{mm}^{\frac{1}{2}}\,\text{mg}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 383. An dem Orte A eines magnetischen Feldes ist das Potential um 5 absolute C.-G.-S.-Einheiten grösser als am Orte B. Wieviel Erg mechanischer Arbeit werden an einem mit 10 absoluten C.-G.-S.-Einheiten Nordmagnetismus ausgestatteten Punkte P bei der Ueberführung von A nach B geleistet?

Auflösung. Die am Punkte P geleistete Arbeit beträgt:

$$5\,\frac{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}} \cdot 10\,\frac{\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}} = 50\,\frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$$

oder 50 Erg.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 384. Die äusserste, aber nicht dauernd zu erreichende Grenze des spezifischen Magnetismus beträgt etwa 200 $\text{cm}^{\frac{5}{2}}\,\text{g}^{-\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$; die dauernd zu erreichende Grenze beträgt etwa 100 $\text{cm}^{\frac{5}{2}}\,\text{g}^{-\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$; Magnete von gewöhnlicher Form haben selten über 40 $\text{cm}^{\frac{5}{2}}\,\text{g}^{-\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$. Welche Werte für die Intensität der Magnetisierung entsprechen diesen drei Beträgen, wenn das spezifische Gewicht des Stahls gleich 7,8 ist?

Aufgabe 385. Gauss hat im Artikel 31 seiner „Allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus" das magnetische Moment der Erde zu $3{,}3092 \cdot a^3\,\text{mm}^{\frac{5}{2}}\,\text{mg}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$ berechnet, wobei die Erde als Kugel von a mm Radius angesehen wird. Wie gross ist hiernach die durchschnittliche Intensität der Magnetisierung des Erdkörpers?

Aufgabe 386. Am 19. Juli 1834 fand Gauss die horizontale Intensität des Erdmagnetismus in Göttingen (51° 32′ nördlicher Breite und 9° 58′ östlicher Länge von Greenwich) gleich 1,7748 $\text{mm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{mg}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$. Die Inklination betrug 68° 1′. Wie gross war die totale Intensität im erdmagnetischen Felde am Beobachtungsorte?

Aufgabe 387. Welche Masszahlen findet man für die in der vorhergehenden Aufgabe berechnete Intensität des Erdmagnetismus, wenn man die früher angewandten willkürlichen Einheiten (siehe die Antwort auf die Frage 188) zu Grunde legt?

D_3. Das elektrostatische *L-M-T*-System.

1) Elektricitätsmenge.

Frage 192. Wie wird im elektrostatischen *L-M-T*-System die Elektricitätsmenge bestimmt, und welche Dimension hat sie in diesem System?

Erkl. 269. Die Kräfte, welche zwei elektrische Punkte auf einander ausüben, sind sowohl von dem Bewegungszustande der beiden Punkte, als auch vom dem sie trennenden isolierenden Mittel abhängig. Die beiden hierneben von vornherein hervorgehobenen Voraussetzungen sind daher wesentlich und dürfen nicht übersehen werden.

Man bezeichnet die zwischen zwei ruhenden elektrischen Punkten auftretende Kraft als elektrostatische Kraft, und da hier gerade diese als Ausgangspunkt zur Herleitung eines *L-M-T*-Systems der elektrischen Grössen dient, so ist es angemessen, das System selbst als das elektrostatische *L-M-T*-System zu bezeichnen.

Erkl. 270. Das ist eine Umkehrung des Coulombschen Gesetzes: Die zwischen zwei elektrischen Punkten wirkende Kraft ist dem Produkte der Ladungen beider Punkte gerade und dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional.

Antwort. Wenn zwei ruhende und von Luft umgebene elektrische Punkte, die mit gleichen Mengen positiver oder mit gleichen Mengen negativer Elektricität ausgestattet sind, in der Entfernung L sich gegenseitig mit der Kraft LMT^{-2} abstossen, so ist die in jedem der beiden Punkte enthaltene Elektricitätsmenge vollständig bestimmt (siehe Erkl. 269).

Diese Menge ist der Entfernung L und der Quadratwurzel aus der Kraft LMT^{-2} gerade proportional (s. Erkl. 270).

Ihre Dimension ist also:

$$L \cdot \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Die Dimension der Elektricitätsmenge im elektrostatischen *L-M-T*-System ist dieselbe, wie diejenige der Menge des freien Magnetismus (siehe die Antwort auf die Frage 180). Das hat seinen Grund in der völlig gleichen Bestimmungsweise beider Grössen.

Frage 193. Wie setzt man im elektrostatischen *L-M-T*-System die absolute Einheit der Elektricitätsmenge fest?

Erkl. 271. Wenn also die Elektricitätsmengen in absoluten elektrostatischen Einheiten gemessen werden, so ist die Abstossung zwischen zwei gleichnamig elektrischen und die Anziehung zwischen zwei ungleichnamig elektrischen Punkten numerisch gleich dem Produkte ihrer Ladungen, dividiert durch das Quadrat ihrer Entfernung.

Erkl. 272. Die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Elektricitätsmenge ist in der Form:

$$\frac{\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}} = \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$$

darzustellen.

Antwort. Zwei gleich stark und gleichnamig elektrische Punkte enthalten je eine absolute elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge, wenn sie, ruhend und von Luft umgeben, in der Einheit der Entfernung eine Abstossung vom Betrage einer absoluten Krafteinheit auf einander ausüben (siehe Erkl. 271).

Die beiden Punkte enthalten insbesondere je eine absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Elektricitätsmenge, wenn sie sich in einer Entfernung von 1 cm mit 1 Dyn Kraft abstossen (siehe Erkl. 272).

(Gelöste Aufgaben 388 bis 390.)

---

2) Flächendichte der Elektricität.

Frage 194. Durch welche Stücke wird die Flächendichte der Elektricität auf einem leitenden Körper bestimmt, und welche Dimension hat diese Grösse im elektrostatischen *L*-*M*-*T*-System?

Erkl. 273. Im Zustande des elektrischen Gleichgewichtes kann ein leitender Körper nur an seiner Oberfläche Elektricität enthalten. Ob die Elektricität hier eine Schicht von angebbarer Dicke bildet, oder nicht, ist für den Begriff ihrer Flächendichte gleichgültig.

Antwort. Diejenige Flächendichte der Elektricität, bei der auf die Fläche L^2 die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ kommt, hat einen völlig bestimmten Betrag (siehe Erkl. 273).

Sie ist dieser Elektricitätsmenge gerade und jener Fläche umgekehrt proportional und hat also die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : L^2 = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Frage 195. Wie wird die absolute elektrostatische [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheit der elektrischen Flächendichte festgesetzt?

Erkl. 274. Man schliesst, dass die elektrische Flächendichte numerisch gleich dem Verhältnisse der auf ein Flächenstück entfallenden Elektricitätsmenge zur Grösse des Flächenstückes, oder gleich der auf die Flächeneinheit entfallenden Elektricitätsmenge ist.

Antwort. Die Flächendichte, bei der auf die Flächeneinheit eine absolute elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge kommt, stellt eine absolute elektrostatische Einheit der Flächendichte dar (siehe Erkl. 274).

Kommt auf 1 cm² Fläche:

$$1\,\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$$

Elektricität, so hat die Flächendichte den Betrag einer absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit oder den Betrag von:

$$1\,\frac{\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}} = 1\,\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}.$$

(Gelöste Aufgaben 391 und 392.)

---

3) Intensität des elektrostatischen Flächendruckes.

Frage 196. Was versteht man unter dem elektrostatischen Flächendruck?

Erkl. 275. Der elektrostatische Druck wird auch oft als Spannung der Elektricität an der Oberfläche eines leitenden Körpers bezeichnet.

Antwort. Die Oberflächenschicht, welche die Elektricität auf einem leitenden Körper bildet, übt einen, unter allen Umständen senkrecht nach aussen gerichteten, Druck auf das umgebende isolierende Mittel aus, den man als elektrostatischen Druck bezeichnet (siehe Erkl. 275).

Frage 197. Ist die Intensität des elektrostatischen Flächendruckes eine dem elektrostatischen L-M-T-System eigentümliche abhängig veränderliche Grösse?

Erkl. 276. Seine Intensität ist daher nicht als eine dem elektrostatischen L-M-T-System eigentümliche abhängig veränderliche Grösse anzusehen.

Antwort. Nach der Antwort auf die vorhergehende Frage ist der elektrostatische Druck nichts anderes, als eine besondere Form des Flächendruckes (siehe Erkl. 276).

---

4) Intensität des elektrischen Feldes.

Frage 198. Welche Stücke dienen zur Bestimmung der Intensität eines elektrischen Feldes, und welche Dimension hat diese Intensität im elektrostatischen L-M-T-System?

Erkl. 277. Jeder Raum, in welchem elektrische Kräfte wirksam sind, heisst ein elektrisches Feld.

Die Intensität oder Stärke eines elektrischen Feldes in einem bestimmten Punkte ist nichts anderes, als die Intensität der elektrischen Kraft in jenem Punkte.

Man vergleiche die Antwort auf die Frage 186.

Erkl. 278. Diese Dimension ist dieselbe wie die der elektrischen Flächendichte.

Antwort. Die Intensität des elektrischen Feldes ist für einen Ort in diesem Felde bestimmt, wenn daselbst auf einen mit der Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ ausgestatteten Punkt die Kraft LMT^{-2} ausgeübt wird (siehe Erkl. 277).

Diese Intensität ist der Kraft LMT^{-2} gerade, dagegen der Elektricitätsmenge:

$$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

umgekehrt proportional, so dass sie die Dimension:

$$\frac{LM}{T^2} : \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

hat (siehe Erkl. 278).

Frage 199. Wie ist die absolute elektrostatische $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit der Intensität des elektrischen Feldes zu definieren?

Erkl. 279. Numerisch ist also eine Intensität gleich dem Verhältnisse der eine Elektricitätsmenge angreifenden Kraft zu der Elektricitätsmenge selbst, oder gleich der Kraft, welche die Einheit der Elektricitätsmenge angreift.

Nach der Erkl. 271 ist in dem durch einen elektrischen Punkt hervorgebrachten Kraftfelde die Intensität numerisch gleich der Ladung des Punktes, dividiert durch das Quadrat der Entfernung von demselben.

Antwort. Ein elektrisches Feld besitzt an einem Orte die absolute elektrostatische Einheit der Intensität, wenn daselbst auf die absolute elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge eine Kraft vom Betrage der absoluten Krafteinheit wirkt (s. Erkl. 279).

Wirkt auf einen mit 1 $\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$ Elektricität ausgestatteten Punkt:

$$1\ \text{cm g sec}^{-2} = 1\ \text{Dyn}$$

Kraft, so beträgt die Intensität des elektrischen Feldes an dem betreffenden

Orte eine absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit oder:

$$1 \frac{g^{\frac{1}{2}}}{cm^{\frac{1}{2}} sec} = 1\,cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}.$$

(Gelöste Aufgaben 391 und 394.)

5) Elektrisches Potential.

Frage 200. Durch welche Stücke wird das Potential eines Ortes im elektrischen Felde bestimmt, und welche Dimension hat dieses Potential im elektrostatischen *L-M-T*-System?

Antwort. Es befinde sich an einem Orte A in einem elektrischen Felde ein elektrischer Punkt P, der die positive Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ enthalte. Wenn dieser Punkt P auf irgend einem Wege ganz aus dem elektrischen Felde entfernt wird, so leisten die in dem Felde wirksamen Kräfte auf diesem Wege an ihm eine gewisse mechanische Arbeit $L^2 M T^{-2}$ (siehe Erkl. 280).

Dieser Arbeitsbetrag und die in P enthaltene Elektricitätsmenge bestimmen das Potential des Ortes A, und zwar ist dasselbe dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten aber umgekehrt proportional.

Demnach hat das elektrische Potential die Dimension:

$$\frac{L^2 M}{T^2} : \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Es wird auch wohl Spannung genannt.

Erkl. 280. Dieser Arbeitsbetrag ist unabhängig von dem Wege, den der elektrische Punkt P von A aus nimmt, er hängt also nur von der Lage des Ortes A in dem elektrischen Felde ab. Nur dadurch erhält das Potential des Ortes A einen bestimmten Betrag.

Der Vergleich mit der Antwort auf die Frage 189 lehrt, dass das elektrische und das magnetische Potential in ganz übereinstimmender Weise bestimmt werden.

Punkte von gleichem Potential bilden zusammen eine sogen. Niveaufläche im elektrischen Felde, deren Potentialwert auch als ihr Potentialniveau bezeichnet wird.

Frage 201. Wie ist die absolute elektrostatische $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit des elektrischen Potentials festzusetzen?

Antwort. An einem Orte A in einem elektrischen Felde herrscht die absolute elektrostatische Einheit des Potentials, wenn an dem mit der absoluten elektrostatischen Einheit positiver Elektricität ausgestatteten Punkt P, bei seiner Entfernung aus dem Felde vom Orte A aus, die absolute Einheit mechanischer Arbeit geleistet wird (siehe Erkl. 281).

Erkl. 281. Das elektrische Potential ist somit numerisch gleich dem Verhältnisse der an einer bestimmten Elektricitätsmenge geleisteten Arbeit zu dieser Menge, oder gleich der an der Einheit der Elektricitätsmenge bei ihrer Entfernung aus dem elektrischen Felde geleisteten Arbeit.

Wenn an dem mit $1\,cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ positiver Elektricität ausgestatteten Punkte P auf seinem von A ausgehenden Wege $1\,cm^2 g\,sec^{-2}$ oder 1 Erg Arbeit geleistet wird, so besteht am Orte A die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des Potentials (s. Erkl. 282).

Erkl. 282. Diese Einheit wird durch:

$$\frac{cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}}}{sec} = cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

bezeichnet.

Frage 202. Was versteht man unter der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten eines elektrischen Feldes?

Erkl. 283. Nach der Erkl. 281 ist die Potentialdifferenz zwischen den beiden Punkten A und B numerisch gleich der mechanischen Arbeit, die an dem mit der Einheit der Elektricitätsmenge ausgestatteten Punkte P bei seiner Verschiebung von A nach B geleistet wird.

Antwort. Unter der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten A und B in einem elektrischen Felde versteht man die Differenz der beiden Beträge, welche das elektrische Potential in A und in B hat (siehe Erkl. 283).

Frage 203. Was versteht man unter elektromotorischer Kraft?

Erkl. 284. Gewisse Potentialdifferenzen, die beim elektrischen Strom eine Rolle spielen, werden vorzugsweise als elektromotorische Kräfte bezeichnet.

Antwort. Unter elektromotorischer Kraft versteht man nichts anderes, als eine Potentialdifferenz (siehe Erkl. 284).

Anmerkung 14. Das elektrische Potential gehört zu den wichtigsten Grössen der Elektricitätstheorie; es ist in dem „Lehrbuche der angewandten Potentialtheorie“ von H. Hovestadt ausführlich behandelt.

Anmerkung 15. Von den Sätzen der Potentialtheorie seien hier die beiden folgenden angeführt, die sehr einfach sind und an dieser Stelle nicht wohl entbehrt werden können:

1) Wenn ein elektrischer Punkt P eine Elektricitätsmenge von Q absoluten elektrostatischen Einheiten enthält, so hat in dem durch den Punkt P hervorgebrachten elektrischen Felde das Potential auf einer mit dem Radius r um P beschriebenen Kugeloberfläche überall den Wert $\frac{Q}{r}$.

2) Wenn sich in dem durch irgend welche Elektricitätsmengen hervorgerufenen elektrischen Felde ein leitender Körper befindet, so hat durch die ganze Masse desselben das Potential in allen Punkten ein und denselben Betrag, sobald der Zustand des elektrischen Gleichgewichtes erreicht ist. Der einfachste Fall dieser Art ist der, dass der für sich allein isolierte Körper selbst mit Elektricität geladen ist. Leiter, die sich berühren, haben also notwendig dasselbe Potential.

(Gelöste Aufgaben 395 bis 399.)

---

6) Potentialgefälle im elektrischen Felde.

Frage 204. Von welchen Bestimmungsstücken hängt das Potentialgefälle im elektrischen Felde ab, und welche Dimension hat es im elektrostatischen L-M-T-System?

Antwort. Dasjenige Gefälle, vermöge dessen, von einem Orte A im elek-

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich**, **ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

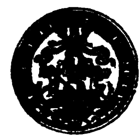
der bis jetzt erschienenen Hefte

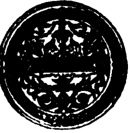
kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1075. Heft. Preis des Heftes 25 Pf. Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 1074. — Seite 129—144.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 1074. — Seite 129—144.

Inhalt:

Stuttgart 1892.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, **erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues,** des **konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von ungelösten Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum unfehlbaren Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des praktischen Teils der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, entsprechende **Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. anzuwenden und praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten,** Technikern und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen** Verwertungen und weiteren **Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, **Dr. Kleyer, Frankfurt a. M.,** Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Erkl. 285. Das Potentialgefälle ist also dem Orte A und der Richtung AB im elektrischen Felde zugeordnet. Es ist positiv oder negativ, je nachdem das Potential von A aus gegen B hin ab- oder zunimmt.

Im allgemeinen ist das Potentialgefälle auf der Strecke von A nach B veränderlich, wenn AB eine Strecke von endlicher Länge ist. Nur im einfachsten Falle ist es unveränderlich, indem das Potential von A aus in der Richtung AB auf gleichen Strecken immer um gleichviel ab- oder zunimmt. So wächst z. B. das Potential im elektrischen Felde der Erde proportional der vertikalen Erhebung über die horizontale Ebene.

trischen Felde aus nach einer Richtung AB hin, das elektrische Potential auf der Strecke L um den Betrag:

$$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

abnimmt, hat einen völlig bestimmten Betrag (siehe Erkl. 285).

Dieses Gefälle ist der Potentialabnahme $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ gerade, der Strecke L umgekehrt proportional; es hat also die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : L = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Das Potentialgefälle im elektrischen Felde hat also dieselbe Dimension, wie die Intensität des elektrischen Feldes, worüber die Antwort auf die Frage 206 zu vergleichen ist.

Frage 205. Wie ist die absolute elektrostatische [L]-[M]-[T]-Einheit des Potentialgefälles im elektrischen Felde festzusetzen?

Antwort. Dasjenige Gefälle des Potentials im elektrischen Felde stellt eine absolute Einheit dar, durch welches auf einer Strecke von der Längeneinheit das elektrische Potential um eine absolute Einheit abnimmt (siehe Erkl. 286).

Wenn auf eine Strecke von 1 cm Länge eine Potentialabnahme um:

$$1\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$$

kommt, so beträgt das Gefälle eine absolute C.-G.-S.-Einheit oder:

$$1\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

Erkl. 286. Das Potentialgefälle im elektrischen Felde ist also numerisch gleich dem Verhältnisse der auf eine Strecke entfallenden Potentialabnahme zu dieser Strecke, oder gleich der Potentialabnahme, die auf eine Strecke von der Längeneinheit entfällt.

Frage 206. Welche Beziehung besteht zwischen der Intensität des elektrischen Feldes und dem Potentialgefälle in demselben?

Antwort. Wenn an einem Orte im elektrischen Felde die Intensität desselben den Betrag $L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ hat, so hat zugleich an diesem Orte, das in der Richtung der elektrischen Kraft genommene Potentialgefälle den Betrag $L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$. Der erste Betrag

Erkl. 287. Ist nämlich die Intensität des elektrischen Feldes gleich $L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, so wirkt auf die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ die Kraft LMT^{-2}. Diese Kraft leistet auf der Strecke L die mechanische Arbeit L^2MT^{-2},

wodurch auf derselben Strecke das elektrische Potential um den Betrag $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ abnimmt. Die Potentialabnahme $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ auf der Strecke L wird aber durch das Gefälle:

$$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

bewirkt.

Man vergleiche hierzu die Antwort auf die Frage 123.

ist den Grössen L, M, T nach der Antwort auf die Frage 198, der zweite nach der Antwort auf die Frage 204 zuzuordnen (siehe Erkl. 287).

Auf ihre absoluten Einheiten bezogen, sind also beide Grössen einander numerisch gleich.

(Gelöste Aufgabe 400.)

7) Elektrische Kapacität.

Frage 207. Von welchen Bestimmungsstücken ist die elektrische Kapacität abhängig, und welche Dimension hat sie im elektrostatischen *L-M-T*-System?

Erkl. 288. Nach dem zweiten Satze der Anmerkung 15 herrscht innerhalb eines leitenden Körpers im elektrischen Felde überall derselbe Potentialbetrag, solange der elektrische Gleichgewichtszustand besteht.

Wenn der leitende Körper für sich allein isoliert ist, so hängt seine Kapazität nur von seiner Form und Grösse ab. Sie ändert sich aber, wenn er in ein durch noch andere Elektricitätsmengen, als nur seine eigene Ladung, hervorgerufenes Feld gelangt.

Erkl. 289. Ausdrücke wie: eine Kapacität von 10 cm, von 3 m u. s. w. sind aber, wie hier noch ausdrücklich hervorgehoben werden mag, lediglich als Abkürzungen für: die der Länge von 10 cm, von 3 m u. s. w. zugeordnete Kapacität aufzufassen. Man darf sich durch diese Ausdrucksweise nicht zu dem Missverständnisse verleiten lassen, als sollte die Kapazität selbst für eine Länge ausgegeben werden.

Antwort. Die elektrische Kapacität eines leitenden Körpers wird bestimmt durch die Elektrizitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, die erforderlich ist, um ihn auf das Potentialniveau $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ zu bringen (siehe Erkl. 288).

Sie ist jener Elektricitätsmenge gerade und diesem Potentialniveau umgekehrt proportional. Demnach hat die Kapacität im elektrostatischen *L-M-T*-System die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} = L.$$

Von den drei unabhängig Veränderlichen L, M, T genügt also im elektrostatischen System die Länge L allein, um einen gewissen Betrag der elektrischen Kapacität zu bestimmen. Dieser der Länge L zugeordnete und ihr proportionale Betrag der elektrischen Kapacität ist nach der Antwort auf die Frage 44 durch L selbst darzustellen (siehe Erkl. 289).

Frage 208. Wie kann die im elektrostatischen System der Länge L zugeordnete Kapazität zu dieser Länge in unmittelbare Beziehung gesetzt werden?

Erkl. 290. Wenn also von einem leitenden Körper gesagt wird, er besitze die der Länge L

Antwort. Wenn ein leitender Körper die der Länge L zugeordnete Kapacität besitzt, so wird er durch die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ auf das Potential

zugeordnete Kapacität (oder die Kapacität L), so kann das auch so aufgefasst werden: der leitende Körper wird durch eine beliebige Elektricitätsmenge auf dasjenige Potential gebracht, welches durch dieselbe Elektricitätsmenge, wenn sie die Ladung eines Punktes bildet, in der Entfernung L hervorgebracht wird.

$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ gebracht. Denkt man sich nun die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ als Ladung eines elektrischen Punktes P, so wird ein elektrisches Feld hervorgerufen, in welchem nach dem ersten Satze der Anmerkung 15 in der Entfernung L von P das Potential den Betrag $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ hat (s. Erkl. 290).

Frage 209. Wie setzt man die absolute elektrostatische [L]-[M]-[T]-Einheit der Kapacität fest?

Erkl. 291. Nach der Erkl. 290 wäre es auch zulässig, zu sagen: ein leitender Körper besitzt die absolute elektrostatische Einheit der Kapacität, wenn er durch eine beliebige Ladung auf dasjenige Potential gebracht wird, welches durch dieselbe Elektricitätsmenge als Punktladung in einer Entfernung vom Betrage der Längeneinheit hervorgebracht wird.

Erkl. 292. Ein leitender Körper besitzt die absolute C.-G.-S.-Einheit der Kapacität, oder 1 cm Kapacität, wenn ihn 1 $cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ elektrischer Ladung auf das Potential von 1 $cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ bringt.

Antwort. Ein leitender Körper besitzt die absolute elektrostatische Einheit der Kapacität, wenn er durch die absolute elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge auf die absolute elektrostatische Einheit des Potentials gebracht wird (siehe Erkl. 291).

Die Kapacität eines leitenden Körpers ist also numerisch gleich dem Verhältnisse seiner elektrischen Ladung zu seinem Potential, oder gleich der Ladung, die ihn auf die Einheit des Potentials bringt (s. Erkl. 292).

(Gelöste Aufgaben 401 bis 404.)

---

8) Dielektricität.

Frage 210. Ist die Kraft, welche zwei elektrische Punkte auf einander ausüben, nur von der Entfernung und den Ladungen der beiden Punkte abhängig?

Erkl. 293. Diese Eigenschaft wird in der Weise festgesetzt, dass man sagt: die zwischen zwei elektrischen Punkten auftretende Kraft ist, wenn die Entfernung und die Ladungen der Punkte unverändert bleiben, der Dielektricität des isolierenden Mittels umgekehrt proportional.

Das isolierende Mittel wird auch Dielektricum genannt. Griechisch διά = hindurch.

Antwort. Die zwischen zwei elektrischen Punkten auftretende Kraft hängt nicht allein von ihren Ladungen und ihrer Entfernung ab, sondern auch von der Natur des isolierenden Mittels, in welchem sich die Punkte befinden. Man schreibt daher jedem isolierenden Mittel eine bestimmte Dielektricität zu (siehe Erkl. 293).

Frage 211. Wie ist nach der Antwort auf die vorhergehende Frage die gewöhnliche Form des Coulombschen Gesetzes zu vervollständigen?

Antwort. Die in der Erkl. 270 angeführte Form des Coulombschen Ge-

setzes ist zu der folgenden zu ergänzen: Die zwischen zwei elektrischen Punkten wirkende Kraft ist dem Produkte ihrer Ladungen gerade, dagegen dem Quadrate ihrer Entfernung und der Dielektricität des isolierenden Mittels umgekehrt proportional (s. Erkl. 294).

Erkl. 294. Die gewöhnliche Form des Coulombschen Gesetzes bezieht sich auf die Abhängigkeit der Kraft von den Ladungen und der Entfernung innerhalb ein- und desselben isolierenden Mittels. Der Einfluss des Mittels selbst ist erst später erkannt worden.

Frage 212. Ist es möglich, sowohl die Elektricitätsmenge als auch die Dielektricität zu abhängig veränderlichen Grössen des elektrostatischen *L-M-T*-Systems zu machen?

Antwort. Durch die Kraft LMT^{-2}, die eine Elektricitätsmenge auf eine ihr gleiche Menge in der Entfernung L ausübt, kann nicht zugleich diese Elektricitätsmenge und die Dielektricität des isolierenden Mittels bestimmt werden. Es ist daher auch nicht möglich, beide Grössen im elektrostatischen *L-M-T*-System als abhängig Veränderliche darzustellen (siehe Erkl. 295).

Erkl. 295. Erst wenn eine dieser beiden Grössen anderweitig bestimmt und als abhängig Veränderliche des elektrostatischen *L-M-T*-Systems dargestellt wäre, könnte man mit Hilfe dieser die andere ebenfalls diesem System einfügen. Diese Voraussetzung lässt sich aber nicht erfüllen.

Frage 213. Wie verfährt man mit der Dielektricität im elektrostatischen *L-M-T*-System?

Antwort. Man führt die Dielektricität der Luft als unveränderlichen Betrag und zugleich als Einheit in das System ein und schreibt folgerichtig der Dielektricität überhaupt die Dimension 1 zu (siehe Erkl. 296).

Die auf diese Einheit bezogene Masszahl der Dielektricität eines isolierenden Stoffes nennt man seine Dielektricitätskonstante oder auch wohl seine spezifische dielektrische Konstante (siehe Erkl. 297).

Erkl. 296. Darauf beruhen in der That auch schon die Antworten auf die Fragen 192 und 193.

Erkl. 297. Wenn also zwei elektrische Punkte in Luft die Kraft LMT^{-2} auf einander ausüben, so wirken sie in einem isolierenden Mittel, dessen Dielektricitätskonstante k ist, mit der Kraft $\frac{1}{k} \cdot LMT^{-2}$ auf einander.

Frage 214. Bei welchen Apparaten kommt die Dielektricität der isolierenden Stoffe hauptsächlich in Betracht?

Antwort. Die Dielektricität spielt die wichtigste Rolle bei den Kondensatoren, deren elektrische Kapacität, bei unveränderter Form und Grösse, der Dielektricität der isolierenden Zwischenschicht gerade proportional ist (siehe Erkl. 298.)

Die bekannteste Form der Kondensatoren ist die Leydener Flasche mit isolierender Zwischenschicht aus Glas.

Erkl. 298. Bei der Bestimmung der Kapacität eines Kondensators tritt die Potentialdifferenz zwischen seinen beiden Metallbelegungen in jeder Hinsicht an die Stelle des Potentials eines einzelnen, für sich isolierten Leiters. Die positive Ladung der einen und die negative der anderen Belegung sind nämlich dieser Potenzialdifferenz proportional. Man vergleiche die Aufgabe 406.

Frage 215. Wie definiert man oft auch die Dielektricitätskonstante eines isolierenden Stoffes?

Erkl. 299. Das steht in Uebereinstimmung mit den Antworten auf die Fragen 213 und 214. Auch ergibt sich daraus, dass die Dielektricitätskonstante gleich dem Verhältnisse zweier Längen und somit von der Längeneinheit unabhängig ist, oder mit anderen Worten, dass sie in Bezug auf die Längeneinheit die Dimension 1 hat.

Antwort. Häufig führt man die Dielektricitätskonstante eines isolierenden Stoffes auch ein als das Verhältnis der Kapacität eines Kondensators, dessen Zwischenschicht aus diesem Stoffe besteht, zu der Kapacität eines Kondensators von gleicher Form und Grösse mit einer Zwischenschicht aus Luft (siehe Erkl. 299).

(Gelöste Aufgaben 405 bis 408.)

---

9) Kraftströmung im elektrischen Felde.

Frage 216. Wodurch bestimmt man die Kraftströmung im elektrischen Felde und welche Dimension hat diese im elektrostatischen *L-M-T*-System?

Erkl. 300. Die in die Richtung der Senkrechten fallende Komponente der elektrischen Kraft, die nichts anderes ist, als die Projektion dieser Kraft auf die Senkrechte, bestimmt die fragliche Komponente der Intensität des elektrischen Feldes. Ist also α der Winkel, den die Kraftrichtung mit der Richtung der Senkrechten bildet, so erhält man jene Komponente, indem man die ganze Intensität mit cos α multipliziert.

Ist das Flächenstück nicht eben, oder ist die Komponente der Intensität des Feldes für die in verschiedenen Punkten desselben errichteten Senkrechten verschieden, so zerlegt man es in kleine Flächenelemente, bestimmt für jedes Element den Betrag der Kraftströmung und summiert diese Beträge.

Antwort. In einem elektrischen Felde befinde sich ein ebenes Flächenstück von der Grösse L^2, auf dem nach einer Seite hin die Senkrechte errichtet ist. Die in die Richtung dieser Senkrechten fallende Komponente der Intensität des elektrischen Feldes sei:

$$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Dann wird die durch das Flächenstück in der Richtung der Senkrechten hindurchtretende Kraftströmung durch die beiden Grössen L^2 und $L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ bestimmt (s. Erkl. 300).

Die Kraftströmung ist diesen beiden Bestimmungsstücken gerade proportional, hat also die Dimension:

$$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot L^2 = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1},$$

die mit der Dimension der Elektricitätsmenge übereinstimmt.

Frage 217. Welche Festsetzung ergibt sich für die absolute elektrostatische [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheit der Kraftströmung im elektrischen Felde?

Erkl. 301. Die elektrische Kraftströmung ist also numerisch gleich dem Produkte aus der Flächengrösse und der zugehörigen Komponente der Intensität des Feldes.

Durch 1 cm² Fläche geht die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit oder 1 $\text{cm}^{\frac{3}{2}}\, \text{g}^{\frac{1}{2}}\, \text{sec}^{-1}$

Antwort. Durch ein Flächenstück von der Grösse der Flächeneinheit geht im Sinne der nach einer Seite hin errichteten Senkrechten die absolute elektrostatische Einheit der Kraftströmung, wenn die in die Richtung dieser Senkrechten fallende Komponente der Intensität des elektrischen Feldes

der Kraftströmung, wenn die zugeordnete Komponente der Intensität des elektrischen Feldes $1\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$ beträgt.

den Betrag einer absoluten elektrostatischen *L*-*M*-*T*-Einheit hat (s. Erkl. 301).

(Gelöste Aufgaben 409 und 410.)

---

10) Stromstärke.

Frage 218. Durch welche Stücke bestimmt man im elektrostatischen *L*-*M*-*T*-System die Stärke des elektrischen Stromes, und welche Dimension hat die Stromstärke in diesem System?

Erkl. 302. Die hierneben angegebene Bestimmungsweise, durch welche die Stärke des elektrischen Stromes von einer vorher anderweitig bestimmten Elektricitätsmenge abhängig gemacht wird, ist dem elektrostatischen *L*-*M*-*T*-System eigentümlich. Das im nächsten Abschnitte behandelte elektromagnetische *L*-*M*-*T*-System verfährt umgekehrt.

Antwort. Im elektrostatischen *L*-*M*-*T*-System bestimmt man die Stärke des elektrischen Stromes durch die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, die in der Zeit T durch einen Querschnitt des Stromkreises geht.

Die Stromstärke ändert sich gerade proportional jener Elektricitätsmenge und umgekehrt proportional dieser Zeit, sie hat also die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : T = \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T^2} = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}.$$

Frage 219. Wie wird die absolute elektrostatische [*L*]-[*M*]-[*T*]-Einheit der Stromstärke definiert?

Erkl. 303. Die Stromstärke ist somit numerisch gleich dem Verhältnisse der durch einen Querschnitt strömenden Elektricitätsmenge zu der Zeit, in der sie durchfliesst, oder gleich der in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt fliessenden Elektricitätsmenge.

Antwort. Ein elektrischer Strom besitzt die absolute elektrostatische Einheit der Stromstärke, wenn durch einen Querschnitt des Stromkreises in der Zeiteinheit die absolute elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge fliesst (siehe Erkl. 303).

Strömt in 1 sec durch einen Querschnitt $1\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$ Elektricität, so beträgt die Stromstärke eine absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit oder $1\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2}$.

(Gelöste Aufgaben 411 und 412.)

---

11) Stromdichte.

Frage 220. Wie wird die Stromdichte dem absoluten elektrostatischen *L*-*M*-*T*-System eingeordnet?

Antwort. Man bestimmt die Stromdichte durch die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, die in der Zeit T durch

einen Stromkreis vom Querschnitte L^2 fliesst. Sie ist dem ersten Bestimmungsstücke gerade, den beiden letzten umgekehrt proportional, hat also die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}}{L^2 T} = \frac{M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}} T^2} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}.$$

Der elektrische Strom hat die absolute elektrostatische Einheit der Stromdichte, wenn durch die Flächeneinheit in der Zeiteinheit die absolute elektrostatische Einheit der Elektricitätsmenge fliesst (siehe Erkl. 304).

Die Stromdichte hat den Betrag einer absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit, oder sie ist gleich 1 $cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-2}$, wenn durch 1 cm^2 Fläche in 1 sec Zeit 1 $cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ Elektricität strömt.

Erkl. 304. Die Stromdichte ist folglich numerisch gleich der Elektricitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit (im Querschnitte des Stromkreises) fliesst.

Aus der Antwort auf die Frage 218 geht hervor, dass man auch sagen kann: die Stromdichte sei der Stromstärke gerade und dem Querschnitte des Stromkreises umgekehrt proportional. Daraus ergibt sich dann weiter: die Stromdichte ist numerisch gleich der im Querschnitte des Stromkreises auf die Flächeneinheit entfallenden Stromstärke.

(Gelöste Aufgaben 413 und 414.)

---

12) Leitungswiderstand.

Frage 221. Welche Stücke bestimmen den Leitungswiderstand, und welche Dimension hat dieser im elektrostatischen L-M-T-System?

Antwort. Der zwischen zwei Querschnitten eines in den Stromkreis eingeschalteten Leiters enthaltene Leitungswiderstand wird bestimmt durch die Potentialdifferenz $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, die zwischen den beiden Querschnitten bestehen muss, wenn die Stromstärke den Betrag $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ haben soll.

Er ist jener Potentialdifferenz gerade, dieser Stromstärke umgekehrt proportional und hat also die Dimension:

$$\frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} : \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T^{-2}} = \frac{T}{L} = L^{-1} T$$

(siehe Erkl. 305).

Da sich somit für den Leitungswiderstand die reziproke Dimension der Geschwindigkeit ergibt, so kann man auch sagen: im elektrostatischen L-M-T-

Erkl. 305. Das Abhängigkeitsgesetz, aus dem hierneben die Dimension des Leitungswiderstandes hervorgeht, ist nichts anderes, als eine Umkehrung des auf einen beliebigen Teil der Stromkette angewandten Ohmschen Gesetzes:

Die Stromstärke in einer galvanischen Kette ist der Potentialdifferenz zwischen irgend zwei Querschnitten eines in die Kette eingeschalteten Leiters gerade, dagegen dem zwischen denselben beiden Querschnitten enthaltenen Leitungswiderstande umgekehrt proportional.

Erkl. 306. Ueber die Art, wie der Leitungswiderstand $L^{-1} T$ mit der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ in einen näheren Zusammenhang gebracht werden kann, vergleiche man die Antwort auf die Frage 228.

System sei der Leitungswiderstand einer Geschwindigkeit LT^{-1} zugeordnet und dieser umgekehrt proportional (siehe Erkl. 306).

Frage 222. Wie setzt man die absolute elektrostatische $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit des Leitungswiderstandes fest?

Erkl. 307. Es ergibt sich daraus, dass der Leitungswiderstand zwischen zwei Querschnitten numerisch gleich dem Verhältnisse ihrer Potentialdifferenz zur Stromstärke oder gleich der für die Einheit der Stromstärke erforderlichen Potentialdifferenz derselben ist.

Erkl. 308. Diese Einheit stellt insbesondere den der Geschwindigkeitseinheit $cm\,sec^{-1}$ zugeordneten Betrag des Leitungswiderstandes dar.

Antwort. Zwischen zwei Querschnitten eines in den Stromkreis eingeschalteten Leiters ist die absolute elektrostatische Einheit des Leitungswiderstandes enthalten, wenn zwischen den beiden Querschnitten die absolute elektrostatische Einheit der Potentialdifferenz bestehen muss, um die absolute elektrostatische Einheit der Stromstärke zu unterhalten (siehe Erkl. 307).

Ist die Potentialdifferenz vom Betrage $1\,cm^{\frac{1}{2}}g^{\frac{1}{2}}sec^{-1}$ erforderlich, um einen Strom von $1\,cm^{\frac{3}{2}}g^{\frac{1}{2}}sec^{-2}$ Stärke zu unterhalten, so liegt zwischen den beiden Querschnitten eine absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit, oder $1\,cm^{-1}sec$ Leitungswiderstand (siehe Erkl. 308).

(Gelöste Aufgabe 415.)

13) Spezifischer Leitungswiderstand.

Frage 223. Auf welche Bestimmungsstücke wird der spezifische Leitungswiderstand eines Stoffes zurückgeführt, und welche Dimension hat derselbe im elektrostatischen *L-M-T*-System?

Erkl. 309. Wenn ein leitender Körper, der seiner ganzen Länge nach überall denselben Querschnitt hat, in einen Stromkreis eingeschaltet wird, so ist sein Leitungswiderstand seiner Länge gerade, seinem Querschnitte umgekehrt proportional. Wendet man dieses Gesetz auf einen Würfel an, so ergibt sich, das sein Leitungswiderstand seiner Kantenlänge umgekehrt proportional ist.

Erkl. 310. Der der Zeit T zugeordnete Betrag des spezifischen Leitungswiderstandes wird nach der Antwort auf die Frage 44 selbst durch T dargestellt, was nicht zu der Meinung Anlass geben darf, jene Grösse werde für eine Zeit gehalten. Man vergleiche die Antwort auf die Frage 227.

Antwort. Der spezifische Leitungswiderstand eines Stoffes wird bestimmt durch die Kantenlänge L eines aus dem Stoffe hergestellten Würfels und den zwischen zwei gegenüberliegenden Flächen des Würfels enthaltenen Leitungswiderstand $L^{-1}T$.

Er ist beiden Bestimmungsstücken gerade proportional und hat folglich die Dimension (siehe Erkl. 309):

$$L\cdot\frac{T}{L} = T.$$

Der spezifische Leitungswiderstand ist also einer Zeit T zugeordnet und ändert sich proportional derselben (siehe Erkl. 310).

Frage 224. Wann wird einem Stoffe die absolute elektrostatische $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheit des spezifischen Leitungswiderstandes zugeschrieben?

Erkl. 311. Ist also in einen Stromkreis ein Leiter eingeschaltet, der seiner ganzen Länge nach überall denselben Querschnitt besitzt, so ist der spezifische Leitungswiderstand seines Stoffes numerisch gleich dem Produkte aus seinem Leitungswiderstande und dem Verhältnisse seines Querschnittes zu seiner Länge, oder gleich dem Produkte aus seinem Querschnitte und dem auf seine Längeneinheit entfallenden Leitungswiderstande.

Hat er Würfelform, so ist dafür das Produkt aus seiner Kantenlänge und seinem Leitungswiderstande zu setzen. Ist endlich die Kantenlänge des Würfels eine Längeneinheit, so ist sein Leitungswiderstand numerisch gleich dem spezifischen Leitungswiderstande des betreffenden Stoffes.

Antwort. Ein Stoff besitzt die absolute elektrostatische Einheit des spezifischen Leitungswiderstandes, wenn zwischen zwei gegenüberliegenden Flächen eines aus dem Stoffe hergestellten Würfels, dessen Kantenlänge die Längeneinheit ist, die absolute elektrostatische Einheit des Leitungswiderstandes enthalten ist (siehe Erkl. 311).

Ist die Kantenlänge des Würfels insbesondere 1 cm und ist zwischen zwei gegenüberliegen Flächen 1 $cm^{-1}sec$ Leitungswiderstand enthalten, so beträgt der spezifische Leitungswiderstand des Stoffes eine absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit oder 1 sec.

Frage 225. Wie kann man den spezifischen Leitungswiderstand in noch anderer Weise in das elektrostatische L-M-T-System einführen?

Erkl. 312. In jedem leitenden Körper, der in einen Stromkreis eingeschaltet ist, besteht ein elektrisches Feld, und es genügt hier, den einfachsten und zugleich wichtigsten Fall anzunehmen, dass in dem Körper die Intensität des elektrischen Feldes überall gleichgross sei. Die Richtung der elektrischen Kraft ist immer die des elektrischen Stromes. Man vergleiche die Auflösung zur Aufgabe 421.

Erkl. 313. Das hierneben angewandte Abhängigkeitsgesetz, durch welches der spezifische Leitungswiderstand eines Stoffes vor dem Leitungswiderstande eines Körpers eingeführt wird, ist nichts anderes, als die Hypothese, von der Ohm bei der Ableitung des nach ihm benannten Gesetzes ausging. Die Bestätigung des letzteren durch die Erfahrung sicherte die Zulässigkeit jener Grundhypothese.

Antwort. Der spezifische Leitungswiderstand eines Stoffes kann auch bestimmt werden, durch die Intensität $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ des elektrischen Feldes, die erforderlich ist, um in dem Stoffe einen elektrischen Strom von der Stromdichte $L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$ hervorzubringen (siehe Erkl. 312).

Er ist dann dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten umgekehrt proportional, seine Dimension ist somit:

$$\frac{L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}}{L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}} = T.$$

Sie stimmt mit der in der Antwort auf die Frage 223 gefundenen überein; auch gelangt man hier zu derselben absoluten elektrostatischen Einheit des spezifischen Leitungswiderstandes, wie in der Antwort auf die Frage 224 (siehe Erkl. 313).

Frage 226. Wie kann der spezifische Leitungswiderstand noch auf eine dritte Art in das *L-M-T*-System eingeführt werden?

Erkl. 314. Man denke sich in dem Stoffe wieder ein elektrisches Feld von konstanter Intensität und lege eine ebene Fläche senkrecht zur Kraftrichtung. Dann wird einerseits die in der Kraftrichtung durch die Fläche tretende Kraftströmung bestimmt durch die Intensität des Feldes und die Grösse der Fläche, andererseits die Stromstärke durch die Stromdichte und die Grösse der Fläche.

Die hierneben gefundene Dimension des spezifischen Leitungswiderstandes ergibt sich übereinstimmend mit der Antwort auf die Frage 223, seine absolute elektrostatische Einheit in Uebereinstimmung mit der Antwort auf die Frage 224.

Antwort. Aus der Antwort auf die vorhergehende Frage ergibt sich, dass der spezifische Leitungswiderstand eines Stoffes endlich auch bestimmt werden kann durch die Kraftströmung:

$$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1},$$

die erforderlich ist, um in dem Stoffe einen elektrischen Strom von der Stromstärke $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ hervorzubringen.

Er ist auch hier dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten umgekehrt proportional, seine Dimension wird also:

$$\frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}}{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}} = T$$

(siehe Erkl. 314).

Frage 227. Wie lässt sich der spezifische Leitungswiderstand *T* zu der Zeit *T* in unmittelbare Beziehung setzen?

Erkl. 315. Wenn irgend drei Werte der unabhängig Veränderlichen *L*, *M*, *T* ausgewählt sind, so ist diesen im elektrostatischen *L-M-T*-System ein eindeutig bestimmter Betrag der Kraftströmung und ein ebenso bestimmter Betrag der Elektricitätsmenge zugeordnet. Die beiden letzteren Beträge dürfen als einander zugeordnet bezeichnet werden; denn jeder bestimmt den anderen eindeutig, weil Kraftströmung und Elektricitätsmenge im elektrostatischen *L-M-T*-System dieselbe Dimension haben.

Antwort. Die Aussage, ein Stoff besitze den der Zeit *T* zugeordneten spezifischen Leitungswiderstand, kann so aufgefasst werden: wenn in dem Stoffe eine Kraftströmung wirksam ist, so liefert ein beliebiger Betrag derselben in der Zeit *T* den ihm zugeordneten Betrag der Elektricitätsmenge (siehe Erkl. 315).

Es bringt nämlich die Kraftströmung $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ in einem Stoffe vom spezifischen Leitungswiderstande *T* die Stromstärke $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ hervor, die ihrerseits in der Zeit *T* die Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ liefert.

Frage 228. Wie kann der Leitungswiderstand $L^{-1} T$ mit der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ in Zusammenhang gebracht werden?

Erkl. 316. In dem zwischen *A* und *B* bestehenden elektrischen Felde bewegt sich Elek-

Antwort. Zwischen den beiden Querschnitten *A* und *B* eines Stromleiters sei der Leitungswiderstand $L^{-1} T$ enthalten. Nun kann gezeigt werden, dass bei einer gegebenen Potentialdiffe-

tricität mit der durch das Ohmsche Gesetz bestimmten Stromstärke. An dieser strömenden Elektricität leisten die Kräfte des elektrischen Feldes mechanische Arbeit.

Erkl. 317. Erhebt man nämlich den Dimensionsausdruck, der die Potentialdifferenz zwischen A und B darstellt, ins Quadrat, so erhält man einen Dimensionsausdruck, der eine Kraft darstellt. Der Betrag dieser Kraft wird durch den Betrag jener Potentialdifferenz immer eindeutig bestimmt und ist ihrem Quadrate proportional.

Erkl. 318. Damit ist gesagt, dass die Intensität der Arbeitsleistung dem Quadrate der Potentialdifferenz zwischen A und B gerade und dem zwischen A und B liegenden Leitungswiderstande umgekehrt proportional sei, und numerisch gleich dem Quotienten beider Grössen.

renz zwischen A und B innerhalb des durch A und B begrenzten elektrischen Feldes eine ganz bestimmte Intensität der Arbeitsleistung herrscht, die auf folgende Weise gefunden werden kann (siehe Erkl. 316).

Der gegebenen Potentialdifferenz lässt sich eindeutig eine Kraft zuordnen, die ihrem Quadrate proportional ist (siehe Erkl. 317). Wenn nun der Angriffspunkt dieser Kraft sich mit der Geschwindigkeit LT^{-1} bewegt, so wird diejenige Intensität der Arbeitsleistung erreicht (siehe die Antwort auf die Frage 94), welche in dem zwischen A und B liegenden elektrischen Felde herrscht (siehe Erkl. 318).

(Gelöste Aufgaben 416 bis 422.)

---

14) Leitungsvermögen und spezifisches Leitungsvermögen.

Frage 229. Wie wird das Leitungsvermögen in das elektrostatische L-M-T-System eingeführt?

Erkl. 319. Jeder absoluten elektrostatischen Einheit des Leitungswiderstandes entspricht die denselben Beträgen der fundamentalen Einheiten bezugeordnete absolute elektrostatische Einheit des Leitungsvermögens, so dass die letztere Grösse der ersteren stets numerisch reziprok ist.

Antwort. Das zwischen zwei Querschnitten eines Stromkreises bestehende Leitungsvermögen wird allein durch den zwischen den Querschnitten enthaltenen Leitungswiderstand bestimmt, ist diesem umgekehrt proportional und hat folglich die Dimension:

$$\frac{1}{L^{-1}T} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

(siehe Erkl. 319).

Frage 230. Wie ordnet man das spezifische Leitungsvermögen dem elektrostatischen L-M-T-System ein?

Erkl. 320. Einem Stoffe, der eine absolute elektrostatische Einheit des Leitungswiderstandes besitzt, wird auch die entsprechende absolute elektrostatische Einheit des Leitungsvermögens zugeschrieben; die letztere Grösse ist also der ersteren stets numerisch reziprok.

Antwort. Das spezifische Leitungsvermögen eines Stoffes wird allein durch seinen spezifischen Leitungswiderstand bestimmt, ist diesem umgekehrt proportional und hat also die Dimension:

$$\frac{1}{T} = T^{-1}$$

(siehe Erkl. 320).

(Gelöste Aufgaben 423 und 424.)

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 388. Wieviel absolute elektrostatische Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten der Elektricitätsmenge sind in der absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit derselben enthalten?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}} = \frac{(10\,\mathrm{mm})^{\frac{3}{2}}\,(1000\,\mathrm{mg})^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}} = 10^3\,\frac{\mathrm{mm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{mg}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}}.$$

Aufgabe 389. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten der Elektricitätsmenge würden in einer absoluten englischen Fuss-Pfund-Sekunde-Einheit derselben enthalten sein?

Auflösung. Es ist:

$$1\,\frac{(\text{engl. Fuss})^{\frac{3}{2}}\,(\text{engl. Pfund})^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}}$$

$$= \frac{(30{,}479\,\mathrm{cm})^{\frac{3}{2}}\,(453{,}59\,\mathrm{g})^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}}$$

$$= 30{,}479^{\frac{3}{2}}\cdot 453{,}59^{\frac{1}{2}}\,\frac{\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}}$$

$$= 3584\,\frac{\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{sec}}.$$

Aufgabe 390. Von zwei elektrischen Punkten enthalte der eine 80 absolute elektrostatische mm-mg-sec-Einheiten, der andere 50 absolute engl. Fuss-Pfund-Sekunde-Einheiten positiver Elektricität; ihre Entfernung betrage 2 Par. Fuss. Mit wieviel Dyn Kraft werden sich die beiden Punkte abstossen?

Auflösung. Wenn man der Kürze wegen mit F_e den engl. Fuss, mit P_e das engl. Pfund, mit F_p den Par. Fuss bezeichnet, so ist die zu berechnende Abstossung gleich:

$$\frac{80\,\mathrm{mm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{mg}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}\cdot 50\,F_e^{\frac{3}{2}}\,P_e^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{(2\,F_p)^2}$$

$$= \frac{80\cdot 10^{-\frac{3}{2}}\cdot 10^{-\frac{3}{2}}\cdot 50\cdot 30{,}479^{\frac{3}{2}}\cdot 453{,}59^{\frac{1}{2}}}{4\cdot 32{,}484^2}\,\frac{\mathrm{cm\,g}}{\mathrm{sec}^2}$$

$$= 3{,}4\,\frac{\mathrm{cm\,g}}{\mathrm{sec}^2}.$$

Aufgabe 391. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten der Elektricitätsmenge kann die ganze Ladung einer für sich isolierten leitenden Kugel von 10 cm Radius höchstens betragen, wenn die elektrische Flächendichte eines von Luft um-

Auflösung. Auf einer für sich isolierten leitenden Kugel verteilt sich die Elektricität

gebenen Leiters an keiner Stelle den Betrag von 20 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten übersteigen kann?

gleichförmig. Die zu berechnende grösste Ladung ist somit gleich:

$$4\pi\cdot(10\,\text{cm})^2\cdot 20\,\frac{g^{\frac{1}{2}}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}} = 8000\,\pi\,\frac{\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}}$$

oder gleich 25133 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten.

Aufgabe 392. Eine Leydener Batterie, deren Flaschen zusammen jederseits eine Metallbelegung von 1,7 m^2 Flächeninhalt haben, kann eine Ladung von höchstens $663\cdot10^4$ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten aufnehmen, ohne dass Selbstentladung der Elektricität über den Glasrand hinweg eintritt. Welchen Betrag hat die höchste erreichbare elektrische Flächendichte in dieser Batterie?

Auflösung. Die höchste Flächendichte der Elektricität in der Batterie beträgt:

$$\frac{663\cdot10^4\,\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}}{1{,}7\,\text{m}^2} = 390\,\frac{g^{\frac{1}{2}}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}}.$$

Aufgabe 393. Ein elektrischer Punkt enthält 5 absolute elektostatische C.-G.-S.-Einheiten der Elektricitätsmenge. Wie gross ist die Intensität des durch den Punkt hervorgebrachten elektrischen Feldes in 40 cm Entfernung von dem Punkte?

Auflösung. Nach der Erkl. 279 ist die verlangte Intensität gleich:

$$\frac{5\,\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}}{(40\,\text{cm})^2} = 0{,}03125\,\frac{g^{\frac{1}{2}}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}}.$$

Aufgabe 394. Die elektrische Flächendichte auf einer für sich isolierten leitenden Kugel beträgt ϱ absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten. Wie gross ist die Intensität des durch die Kugel hervorgebrachten elektrischen Feldes in unmittelbarer Nähe ihrer Oberfläche?

Erkl. 321. Man kann also sagen: wenn die Flächendichte der Elektricität auf einer Kugel von beliebigem Radius $\varrho\,\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$ beträgt, so ist die Intensität des elektrischen Feldes an ihrer Oberfläche gleich:

$$4\pi\,\varrho\,\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}.$$

Ist ϱ negativ, so kann es durch ein gleichgrosses positives ϱ ersetzt werden, indem man von der Kraftrichtung ganz absieht.

Auflösung. Die ganze Ladung der Kugel beträgt, wenn deren Radius a cm lang ist:

$$4\pi\,a^2\,\text{cm}^2\cdot\varrho\,\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}.$$

Diese Ladung wirkt nach aussen so, als ob sie sich im Mittelpunkte der Kugel befände. Da nun ein Punkt an der Oberfläche der Kugel vom Mittelpunkte derselben a cm weit entfernt ist, so hat die Intensität des elektrischen Feldes daselbst nach der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe den Betrag:

$$\frac{4\pi\,a^2\,\text{cm}^2\cdot\varrho\,\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}}{a^2\,\text{cm}^2} = 4\pi\,\varrho\,\frac{g^{\frac{1}{2}}}{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}}$$

(siehe Erkl. 321).

Aufgabe 395. Ein elektrischer Punkt P enthält 5 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität. Wie gross ist das Potential auf einer mit einem Radius von 10 cm Länge um P beschriebenen Kugeloberfläche?

Erkl. 322. Enthält der elektrische Punkt P eine gleichgrosse negative Ladung, so hat das Potential auf derselben Kugeloberfläche den Wert:

$$-0{,}5\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

Auflösung. Nach dem ersten in der Anmerkung 15 angeführten Satze der Potentialtheorie ist das zu berechnende Potential gleich:

$$\frac{5\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}}{10\ \mathrm{cm}} = 0{,}5\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$$

(siehe Erkl. 322).

Aufgabe 396. Von der Kugeloberfläche aus, deren Potentialniveau in der vorhergehenden Aufgabe berechnet wurde, wird ein zweiter elektrischer Punkt P', der selbst 4 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität enthält, unendlich weit von P entfernt. Wieviel Erg Arbeit werden dabei an P' geleistet?

Erkl. 323. Enthält P eine gleichgrosse negative Ladung, so wird an P' dieselbe Arbeit verbraucht.

Auflösung. Da P' sich auf der Kugelfläche vom Potentialniveau $0{,}5\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$ befindet, und selbst $4\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}$ Elektricität enthält, so ist die an ihm geleistete Arbeit gleich:

$$0{,}5\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1} \cdot 4\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1} = 2\ \mathrm{cm}^2\ \mathrm{g}\ \mathrm{sec}^{-2} = 2\ \mathrm{Erg}$$

(siehe Erkl. 323).

Aufgabe 397. Eine für sich isolierte, leitende Kugel von a cm Radius besitzt eine Ladung von Q absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität. Wie gross ist das Potential der Kugel selbst?

Erkl. 324. Die Oberflächenpunkte der Kugel gehören zugleich dem äusseren elektrischen Felde und der Kugelmasse selbst als Grenzpunkte an. Insofern sie dem ersteren angehören, kann ihr Potential leicht berechnet werden; insofern sie der letzteren angehören, darf der berechnete Wert dann auf die ganze Kugel übertragen werden.

Auflösung. Die Ladung verteilt sich gleichmässig über die Kugel und wirkt nach aussen so, als ob sie sich ganz im Mittelpunkte der Kugel befände. Da nun die Punkte der Kugeloberfläche vom Mittelpunkte a cm weit entfernt sind, so haben sie das Potential:

$$\frac{Q\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}}{a\ \mathrm{cm}} = \frac{Q}{a}\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1},$$

und dieser Betrag muss nach dem zweiten in der Anmerkung 15 angeführten Satze auch in der ganzen Kugel herrschen (s. Erkl. 324).

Aufgabe 398. Auf einer für sich isolierten leitenden Kugel von a cm Radius beträgt die elektrische Flächendichte ϱ absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten. Wie gross ist das Potential der Kugel?

Auflösung. Die ganze Ladung der Kugel beträgt:

$$4\pi\, a^2\ \mathrm{cm}^2 \cdot \varrho\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1} = 4\pi\, a^2\, \varrho\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\ \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

Erkl. 325. Man schliesst ebenso, dass in dem die geladene Kugel umgebenden elektrischen Felde auf einer Kugeloberfläche von r cm Radius das Potentialniveau:

$$\frac{4\pi a^2 \varrho \, cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}}{r \, cm} = \frac{4\pi a^2 \varrho}{r} cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

herrscht.

Demnach lehrt die Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe, dass ihr Potential gleich:

$$\frac{4\pi a^2 \varrho \, cm^{\frac{3}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}}{a \, cm} = 4\pi a \varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

ist (siehe Erkl. 325).

Aufgabe 399. Die Erde werde als eine für sich isolierte, leitende Kugel betrachtet, die mit negativer Elektricität bis zu einer Flächendichte von ϱ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten geladen ist. Welche Formel ergibt sich in erster Annäherung für die Potentialdifferenz zwischen einem Punkte, dessen Höhe über der Erdoberfläche klein ist gegen den Erdradius, und dem Erdkörper selbst?

Erkl. 326. In Bezug auf die nebenstehende Berechnung ist zu beachten, dass:

$$\frac{a^2}{a+h} = a \cdot \frac{a}{a+h} = a\left(1 - \frac{h}{a} \pm \cdots\right)$$

ist.

Da ϱ negativ ist, so ist auch das Potential der Erde negativ, und der fragliche Punkt hat ein um den positiven Betrag:

$$-4\pi h \varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

höheres Potential als der Erdkörper selbst.

Man vergleiche noch die Auflösung zur Aufgabe 200.

Auflösung. Die Länge des Erdradius betrage a cm, die Höhe des in Betracht gezogenen Punktes über der Erdoberfläche h cm. Dann ist das Potential der Erde nach der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe gleich:

$$4\pi a \varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1},$$

das des fraglichen Punktes nach der Erkl. 325 gleich:

$$\frac{4\pi a^2 \varrho}{a+h} cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1},$$

wofür in erster Annäherung:

$$4\pi (a-h) \varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

gesetzt werden darf. Die fragliche Potentialdifferenz ist demnach in gleicher Annäherung:

$$-4\pi h \varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}.$$

Diese Differenz ist der vertikalen Höhe über der Erdoberfläche proportional (siehe Erkl. 326).

Aufgabe 400. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt nach der vorhergehenden Aufgabe das Gefälle des elektrischen Potentials in der Nähe der Erdoberfläche vertikal abwärts, wenn wieder ϱ die in absoluten elektrostatischen Einheiten gemessene elektrische Flächendichte der Erdkugel bezeichnet?

Erkl. 327. Indem man dieses Ergebnis mit dem der Aufgabe 394 vergleicht, findet man für den hier vorliegenden Fall den allgemeinen Satz bestätigt, der in der Antwort auf die Frage 206 ausgesprochen ist.

Das Potentialgefälle über einer horizontalen Ebene kann durch direkte Messung bestimmt werden. Daraus ergibt sich die elektrische Flächendichte ϱ der Erdkugel, ihre ganze Ladung und ihr Potentialniveau.

Auflösung. Das elektrische Potential nimmt nach der vorhergehenden Aufgabe bei negativem ϱ proportional der vertikalen Erhebung über die horizontale Ebene zu. Vertikal abwärts nimmt es also ebenso ab, und zwar beträgt diese Abnahme:

$$-4\pi \varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

für je 1 cm. Das Potentialgefälle in dieser Richtung ist demnach gleich:

$$\frac{-4\pi\varrho \, cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}}{1 \, cm} = -4\pi\varrho \, cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$$

(siehe Erkl. 327).

Aufgabe 401. Wieviel m beträgt die elektrische Kapacität eines leitenden Körpers, der durch eine Ladung von 500 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität auf das Potentialniveau von 10 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten gebracht wird?

Auflösung. Die zu berechnende Kapacität ist gleich:

$$\frac{500 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}}{10 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}} = 50 \text{ cm} = 0{,}5 \text{ m.}$$

Aufgabe 402. Die Kapacität eines leitenden Körpers beträgt 5 engl. Fuss. Durch welche Ladung wird er auf das Potentialniveau von 100 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten gebracht?

Auflösung. Die erforderliche Ladung ist gleich:

$$5 \text{ engl. Fuss} \cdot 100 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}$$

$$= 5 \cdot 30{,}479 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}$$

$$= 15\,239{,}5 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}.$$

Aufgabe 403. Ein leitender Körper, dessen Kapacität 2 m beträgt, wird mit 1000 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität geladen. Welches Potentialniveau erreicht er?

Auflösung. Das Potentialniveau ist gleich:

$$\frac{1000 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}}{2 \text{ m}} = 5 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \sec^{-1}.$$

Aufgabe 404. Wie gross ist die elektrische Kapacität einer für sich isolierten, leitenden Kugel vom Radius L?

Erkl. 328. Man kann also den Satz aussprechen:

„Die elektrische Kapacität einer leitenden Kugel ist die der Länge ihres Radius im elektrostatischen L-M-T-System zugeordnete Kapacität."

Man kann sich die Kapacität L eines beliebig gestalteten Leiters also auch veranschaulichen als die Kapacität einer Kugel vom Radius L.

Auflösung. Eine beliebige Ladung, die der Kugel mitgeteilt wird, verteilt sich gleichmässig über ihre Oberfläche und wirkt nach aussen so, als ob sie sich ganz im Mittelpunkte der Kugel befände. Da nun die Punkte der Kugeloberfläche vom Mittelpunkte die Entfernung L haben, so besitzen sie dasjenige Potential, welches von der Kugelladung in der Entfernung L hervorgebracht wird. Dasselbe Potential hat die ganze Kugel und ihre Kapacität ist somit nach der Erkl. 290 gleich L (s. Erkl. 328).

Aufgabe 405. Von zwei elektrischen Punkten, die 4 cm weit von einander entfernt sind, enthält der eine 8, der andere 12 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität. Mit wieviel Dyn Kraft werden sich die beiden Punkte abstossen, wenn sich zwischen ihnen befindet: a) Luft, b) ein luftleerer Raum, c) Glas, d) Kautschuk, e) Aether?

Auflösung. Wenn man die erforderlichen Dielektricitätskonstanten der nebenstehenden Tabelle entnimmt, so findet man für die Abstossung:

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1080. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 1075. — Seite 145—160.




Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 1075. — Seite 145—160.

Inhalt:

Stuttgart 1892.
Verlag von Julius Maier.


Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form**, mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten Mathematik** — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt** gelöste, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden** der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Mittlere Dielektricitätskonstanten.

Glas	6	Petroleum	2
Kautschuk	2,5	Terpentinöl	2
Schellack	3	Aether	3
Glimmer	6	Schwefelkohlenstoff	2,5
Paraffin	2	Benzol	2
Schwefel	3,5		

Luftleerer Raum 0,9985.

a) in Luft $\frac{8 \cdot 12}{4^2}$ Dyn $= 6$ Dyn,

b) im Vakuum $\frac{6}{0{,}9985}$ Dyn $= 6{,}009$ Dyn,

c) in Glas $\frac{6}{6}$ Dyn $= 1$ Dyn,

d) in Kautschuk $\frac{6}{2{,}5}$ Dyn $= 2{,}4$ Dyn,

e) in Aether $\frac{6}{3}$ Dyn $= 2$ Dyn,

Aufgabe 406. Durch irgend welche Ladungen sei in Luft ein elektrisches Feld hervorgebracht. Welche Aenderung würden in jedem Punkte dieses Feldes die Intensität und das Potential erfahren, wenn die Luft durch ein Dielektricum von der Dielektricitätskonstanten k ersetzt würde?

Erkl. 329. Um die ursprünglichen Luftpotentiale wieder herzustellen, müssten die das elektrische Feld hervorbringenden Ladungen überall auf den k-fachen Betrag erhöht werden. Die Kapacität eines für sich isolierten Leiters und ebenso die eines Kondensators, dessen Zwischenschicht vorher Luft war, wird also auf den k-fachen Betrag steigen.

Auflösung. An jedem Orte des Feldes würde die von den Ladungen ausgeübte Kraft auf den $k$ten Teil ihres ursprünglichen Betrages sinken. Demnach würde sowohl die Intensität des Feldes als auch das Potential auf den $k$ten Teil herabgesetzt werden (siehe Erkl. 329).

Aufgabe 407. Wenn man bei der Bestimmung der Elektricitätsmenge im elektrostatischen L-M-T-System statt der Kraftwirkung in Luft, die in einem Mittel von der Dielektricitätskonstanten k zu Grunde legte, auf den wievielfachen Betrag würde dann die durch den Dimensionsausdruck $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ dargestellte Elektricitätsmenge steigen?

Erkl. 330. Es ergibt sich also, dass durch den Ausdruck $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ im elektrostatischen L-M-T-System der $\sqrt{k}$-fache Betrag der jetzt durch ihn dargestellten Elektricitätsmenge angegeben würde. Insbesondere würde also auch die absolute elektrostatische L-M-T-Einheit sich auf den $\sqrt{k}$-fachen Betrag erhöhen.

Auflösung. Der Ausdruck $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ stellt die Elektricitätsmenge dar, die in Luft auf die gleiche Menge in der Entfernung L die Kraft LMT^{-2} ausübt. In dem Mittel, dessen Dielektricitätskonstante k ist, würde in gleicher Entfernung die Kraft $\frac{1}{k} \cdot LMT^{-2}$ ausgeübt werden. Um also in diesem Mittel in der Entfernung L die Wirkung LMT^{-2} zu erhalten, ist die Elektricitätsmenge auf den $\sqrt{k}$-fachen Betrag zu erhöhen (siehe Erkl. 330).

Aufgabe 408. Welche Dimensionsausdrücke erhält man für die Elektricitätsmenge, das Potential und die Kapacität, wenn man im elektrostatischen System den drei Grössen L, M, T die Dielektricität K als vierte unabhängig Veränderliche hinzufügt?

Auflösung. Bestimmt man eine Elektricitätsmenge durch die Kraft LMT^{-2}, die

Erkl. 381. Der von einzelnen Physikern gemachte Vorschlag, die Dielektricität K als unabhängig Veränderliche einzuführen, da man sie nicht als abhängig Veränderliche im L-M-T-System darstellen könne, hat bisher keinen Beifall gefunden. Die Dimensionsausdrücke, die man durch Einführung des unabhängig veränderlichen K enthält, haben aber einen praktischen Nutzen. Setzt man nämlich für K erst die Dielektricität der Luft, und dann die eines anderen isolierenden Mittels, während man L, M, T ungeändert lässt, so gestatten die neuen Dimensionsausdrücke einen bequemen Vergleich der entsprechenden beiden Beträge einer elektrischen Grösse.

Wählt man als Einheit $[K]$ die Luftdielektricität, so gelangt man zu den gewöhnlichen absoluten elektrostatischen L-M-T-Einheiten.

sie in der Entfernung L in einem Mittel von der Dielektricität K auf eine ihr gleiche Menge ausübt, so erhält man nach den Antworten auf die Fragen 192 und 211 für die Elektricitätsmenge die Dimension:

$$K^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{T} \cdot L = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Demnach wird für das Potential die Dimension:

$$\frac{L^2 M T^{-2}}{K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

und für die Kapacität die Dimension:

$$\frac{K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}}{K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = KL$$

erhalten.

Es ist leicht, auch in die Dimensionen der übrigen elektrischen Grössen die unabhängig Veränderliche K einzuführen (siehe Erkl. 331).

Aufgabe 409. Eine isolierte, leitende Kugel ist mit Q absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität geladen. Welche Kraftströmung tritt von innen nach aussen durch eine Kugeloberfläche, die denselben Mittelpunkt hat und die leitende Kugel umschliesst?

Erkl. 382. Diese Kraftströmung ist also von dem Radius oder der Grösse der einschliessenden Kugeloberfläche unabhängig und wird allein durch die von ihr umschlossene Elektricitätsmenge bestimmt.

Auflösung. Ist der Radius der fraglichen Kugeloberfläche r cm lang, so ist die Intensität des elektrischen Feldes an ihrer Oberfläche überall gleich:

$$\frac{Q}{r^2} \text{ cm}^{-\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}.$$

Die durch die Oberfläche tretende Kraftströmung beträgt demnach:

$$\frac{Q}{r^2} \text{ cm}^{-\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1} \cdot 4\pi r^2 \text{ cm}^2 = 4\pi Q \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}$$

(siehe Erkl. 332).

Aufgabe 410. Wie kann das Ergebnis der vorhergehenden Aufgabe für eine Kugeloberfläche, welche die geladene Kugel sehr nahe umschliesst, in anderer Weise gefunden werden?

Auflösung. Die geladene Kugel habe einen Radius von a cm Länge; dann ist die elektrische Flächendichte an ihrer Oberfläche gleich:

$$\frac{Q}{4\pi a^2} \text{ cm}^{-\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}.$$

Nach der Auflösung zur Aufgabe 394 ist also die Intensität des elektrischen Feldes an ihrer Oberfläche gleich:

$$\frac{Q}{a^2}\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1},$$

woraus sich die Kraftströmung durch die Fläche $4\pi a^2\,\mathrm{cm}^2$ zu:

$$4\pi Q\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$$

ergibt.

Aufgabe 411. Wie gross ist die Stärke eines elektrischen Stromes, wenn in der Minute durch den Querschnitt des Stromkreises eine Elektricitätsmenge von $9 \cdot 10^6$ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten fliesst?

Auflösung. Die Stromstärke ist gleich:

$$\frac{9 \cdot 10^6\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{60\,\mathrm{sec}} = 15 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2}.$$

Aufgabe 412. Wie gross ist die Elektricitätsmenge, die bei einer Stromstärke von 10^6 absoluten elektrostatischen C.-G.-S-Einheiten in 5 sec durch den Querschnitt des Stromkreises fliesst?

Auflösung. Die Elektricitätsmenge ist gleich:

$$10^6\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2} \cdot 5\,\mathrm{sec} = 5 \cdot 10^6\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Aufgabe 413. Der in der Aufgabe 411 behandelte elektrische Strom durchfliesst einen Kupferdraht von 1 mm Dicke. Wie gross ist in dem Drahte die Stromdichte?

Auflösung. Die verlangte Stromdichte ist gleich:

$$\frac{15 \cdot 10^4\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2}}{\pi\,(0{,}5\ \mathrm{mm})^2} = 2 \cdot 10^7\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2}.$$

Aufgabe 414. Auf welchen Betrag sinkt die Stromdichte desselben elektrischen Stromes herab, wenn er in einen 2 mm dicken Draht eintritt?

Auflösung. Da der Querschnitt des Stromkreises in diesem Drahte die vierfache Grösse hat, so sinkt die Stromdichte auf:

$$5 \cdot 10^6\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2}.$$

Aufgabe 415. Zwischen zwei Querschnitten eines Leiters in einem Stromkreise, in dem ein Strom von $3 \cdot 10^8$ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten Stromstärke fliesst, besteht eine Potentialdifferenz von $6 \cdot 10^{-6}$ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten. Wie gross ist der Leitungswiderstand zwischen den beiden Querschnitten?

Erkl. 388. Ein Strom von $3 \cdot 10^8$ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten Stromstärke würde bei der elektrolytischen Zersetzung des Wassers in der Minute etwas über 1 Kubikcentimeter Knallgas liefern.

Auflösung. Der fragliche Leitungswiderstand ist gleich:

$$\frac{6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{3 \cdot 10^8\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-2}} = 2 \cdot 10^{-14}\,\frac{\mathrm{sec}}{\mathrm{cm}}.$$

(siehe Erkl. 333).

Aufgabe 416. Dieselben beiden Querschnitte sind 150 cm von einander entfernt. Wenn nun der Flächeninhalt des Querschnittes überall 1,5 mm² beträgt, wie gross ist dann der spezifische Leitungswiderstand des Stoffes, aus dem der Leiter besteht?

Auflösung. Der spezifische Leitungswiderstand ist gleich:

$$2\cdot 10^{-14}\,\frac{\text{sec}}{\text{cm}}\cdot\frac{1{,}5\ \text{mm}^2}{150\ \text{cm}} = 2\cdot 10^{-18}\ \text{sec}.$$

Aufgabe 417. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten des Leitungswiderstandes kommen auf je 1 m Kupfer- oder Eisendraht von 1 mm Dicke?

Spezifischer Leitungswiderstand.

Kupfer		$180\cdot 10^{-20}$ sec
Eisen		$1067\cdot 10^{-20}$ sec
Quecksilber		$10482\cdot 10^{-20}$ sec
Wasser mit 10 %	Schwefelsäure	$2864\cdot 10^{-15}$ sec
	Kochsalz	$9276\cdot 10^{-15}$ sec
	Kupfervitriol	$34941\cdot 10^{-15}$ sec.

Auflösung. Wenn man für den spezifischen Leitungswiderstand der beiden Metalle Kupfer und Eisen die in der nebenstehenden Tabelle angegebenen Werte zu Grunde legt, so findet man für den Kupferdraht den Leitungswiderstand gleich:

$$\frac{180\cdot 10^{-20}\ \text{sec}\cdot\text{m}}{\pi\cdot(0{,}5\ \text{mm})^2} = 23\cdot 10^{-15}\,\frac{\text{sec}}{\text{cm}}$$

und für den Eisendraht gleich:

$$\frac{1067\cdot 10^{-20}\ \text{sec}\cdot\text{m}}{\pi\cdot(0{,}5\ \text{mm})^2} = 136\cdot 10^{-15}\,\frac{\text{sec}}{\text{cm}}.$$

Aufgabe 418. Welcher Leitungswiderstand kommt auf eine Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt?

Auflösung. Man findet ebenso:

$$\frac{10482\cdot 10^{-20}\ \text{sec}\cdot\text{m}}{\text{mm}^2} = 1048\cdot 10^{-15}\,\frac{\text{sec}}{\text{cm}}.$$

Aufgabe 419. In einem Kupferdrahte von 1 mm Dicke fliesst ein elektrischer Strom von $3\cdot 10^8$ absoluten elektrostatischen Einheiten Stromstärke. Welche Potentialdifferenz besteht zwischen zwei Querschnitten, die 10 cm weit von einander entfernt sind?

Auflösung. Zwischen den beiden Querschnitten ist ein Leitungswiderstand vom Betrage:

$$\frac{180\cdot 10^{-20}\ \text{sec}\cdot 10\ \text{cm}}{\pi\cdot(0{,}5\ \text{mm})^2} = \frac{18}{25\pi}\cdot 10^{-14}\,\frac{\text{sec}}{\text{cm}}$$

enthalten. Demnach ist die verlangte Potentialdifferenz gleich:

$$\frac{18\cdot 10^{-14}}{25\pi}\,\frac{\text{sec}}{\text{cm}}\cdot\frac{3\cdot 10^8\ \text{cm}^{\frac{3}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}^2} = 6875\cdot 10^{-10}\,\frac{\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 420. Welches Potentialgefälle besteht an dem Kupferdraht entlang?

Auflösung. Das Potentialgefälle ist gleich:

$$\frac{6875\cdot 10^{-10}\ \text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}}{10\ \text{cm}} = 6875\cdot 10^{-11}\ \text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}.$$

Aufgabe 421. Wie kann dasselbe Potentialgefälle in anderer Weise gefunden werden?

Erkl. 334. Der für die Intensität des elektrischen Feldes gefundene Ausdruck stellt zugleich das Potentialgefälle in absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten dar.

Die nebenstehende Ableitung entspricht der Antwort auf die Frage 225. Da an dem Drahte entlang die Stromdichte und der spezifische Leitungswiderstand sich nicht ändern, so besteht auch überall dieselbe Intensität des elektrischen Feldes oder ein unveränderliches Potentialgefälle, d. h. an dem Draht entlang nimmt das Potential in der Stromrichtung auf gleichen Strecken um gleichviel ab.

Auflösung. Da in dem Kupferdrahte die Stromdichte:

$$\frac{3\cdot 10^8\,cm^{\frac{3}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-2}}{\pi\cdot(0{,}5\,mm)^2}$$

herrschen soll, und der spezifische Leitungswiderstand des Metalls gleich $180\cdot 10^{-20}$ sec ist, so muss in demselben ein elektrisches Feld von der Intensität:

$$\frac{3\cdot 10^8\,cm^{\frac{3}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-2}}{\pi\cdot(0{,}5\,mm)^2}\cdot 180\cdot 10^{-20}\,sec$$
$$= 6875\cdot 10^{-11}\,cm^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$$

bestehen (siehe Erkl. 334).

Aufgabe 422. Zwischen den beiden Enden einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt besteht eine Potentialdifferenz von $0{,}001\,cm^{\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$. Wie gross ist die Intensität der Arbeitsleistung in der Quecksilbersäule?

Auflösung. Der Leitungswiderstand der Quecksilbersäule beträgt:

$$1048\cdot 10^{-15}\,cm^{-1}\,sec.$$

Nach der Erkl. 318 ist also die verlangte Intensität der Arbeitsleistung gleich:

$$(10^{-3}\,cm^{\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1})^2\cdot\frac{10^{15}}{1048\,cm^{-1}\,sec} = 954000\,\frac{Erg}{Sekunde}.$$

Aufgabe 423. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt das spezifische Leitungsvermögen zehnprozentiger Schwefelsäure?

Auflösung. Aus dem in der Tabelle zur Aufgabe 417 angegebenen spezifischen Leitungswiderstande findet man das spezifische Leitungsvermögen gleich:

$$\frac{10^{15}}{2864}\cdot sec^{-1} = 349\cdot 10^9\,sec^{-1}.$$

Aufgabe 424. Zu berechnen, wieviel absolute elektrostatische Millimeter-Milligramm-Sekunde-Einheiten in je einer absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit der elektrischen Grössen enthalten sind.

Auflösung. Unter Anwendung der Dimensionsausdrücke findet man leicht die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Ergebnisse.

Im absoluten elektrostatischen System ist die:

C.-G.-S.-Einheit	der Elektricitätsmenge	$= 10^3$	mm-mg-sec-Einheiten		
„	„ der Flächendichte	$= 10$	„	„	
„	„ der Intens. des el. Feldes	$= 10$	„	„	
„	„ des Potentials	$= 10^2$	„	„	
„	„ des Potentialgefälles	$= 10$	„	„	
„	„ der Kapacität	$= 10$	„	„	

C.-G.-S.-Einheit	der Kraftströmung	$= 10^3$	mm-mg-sec-Einheiten
„ „	der Stromstärke	$= 10^3$	„ „
„ „	der Stromdichte	$= 10$	„ „
„ „	des Leitungswiderstandes	$= 10^{-1}$	„ „
„ „	des spez. Leitungswiderstandes	$= 1$	„ „
„ „	des Leitungsvermögens	$= 10$	„ „
„ „	des spez. Leitungsvermögens	$= 1$	„ „

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 425. Zwei elektrische Punkte, von denen der eine 15 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten positiver, der andere 6 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten negativer Elektricität enthält, sind 3 cm weit von einander entfernt. Wie gross ist die Anziehung, die beide Punkte auf einander ausüben?

Aufgabe 426. In welcher Entfernung würden dieselben beiden Punkte 1 Dyn Kraft auf einander ausüben?

Aufgabe 427. Eine für sich isolierte, leitende Kugel von 8 cm Radius ist mit 500 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten negativer Elektricität geladen. Wie gross ist die elektrische Flächendichte auf der Kugel?

Aufgabe 428. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Intensität des durch dieselbe Kugel hervorgebrachten elektrischen Feldes in unmittelbarer Nähe ihrer Oberfläche?

Aufgabe 429. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Intensität des durch dieselbe Kugel hervorgebrachten elektrischen Feldes in 12 cm Entfernung von ihrer Oberfläche?

Aufgabe 430. Eine für sich isolierte, leitende Kugel von 6 cm Radius ist mit 120 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität geladen. Welchen Betrag hat das Potential der Kugel?

Aufgabe 431. In welcher Entfernung von derselben Kugel herrscht das Potential vom Betrage einer absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit?

Aufgabe 432. Welches Potential hat eine für sich isolierte, leitende Kugel von 7,5 cm Radius, wenn sie eine elektrische Flächendichte von 3,2 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten besitzt?

Aufgabe 433. Welche elektrische Flächendichte müsste eine Kugel von 10 cm Radius erhalten, wenn sie auf die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des Potentials gebracht werden sollte?

Aufgabe 434. Wie lang ist der Radius einer leitenden Kugel, die bei einer elektrischen Flächendichte von 1 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit ein Potentialniveau von 100 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten besitzt?

Aufgabe 435. Nach den bisher vorliegenden Beobachtungen beträgt das normale Potentialgefälle im elektrischen Felde der Erde über horizontalen Ebenen vertikal abwärts 0,047 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten. Wie gross ist hiernach die elektrische Flächendichte an der Erdoberfläche auf der horizontalen Ebene?

Andeutung. Man beachte die Auflösung zur Aufgabe 400.

Aufgabe 436. Wie gross würde ferner die gesamte elektrische Ladung der Erde sich berechnen, wenn diese als eine für sich isolierte, leitende Kugel von $637 \cdot 10^6$ cm Radius betrachtet würde?

Aufgabe 437. Wie gross würde sich endlich unter gleicher Voraussetzung das Potentialniveau der Erdkugel ergeben?

Andeutung. Man beachte die Auflösung zur Aufgabe 398.

Aufgabe 438. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Kapacität einer leitenden Kugel, deren Radius 5 engl. Fuss lang ist?

Aufgabe 439. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Kapacität der Erde, wenn diese als leitende Kugel von $637 \cdot 10^4$ m Radius betrachtet wird?

Aufgabe 440. Ein in Luft isolierter Leiter ist auf V absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten des Potentials geladen. Um welchen Betrag steigt sein Potential, wenn bei unveränderter Ladung die Luft entfernt wird?

Andeutung. Die Dielektricitätskonstante des luftleeren Raumes ist nach der Tabelle bei der gelösten Aufgabe 405 gleich 0,9985. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 406.

Aufgabe 441. Wenn man statt der auf Luft bezogenen absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit der Elektricitätsmenge, die thatsächlich in Gebrauch ist, diejenige Menge einführen wollte, die auf eine ihr gleiche Menge in 1 cm Entfernung im luftleeren Raume 1 Dyn Kraft ausübt, in welchem Verhältnisse würde dann die erste Einheit zur zweiten stehen?

Andeutung. Man vergleiche die gelöste Aufgabe 407.

Aufgabe 442. Wie gross ist die Kraftströmung, die im elektrischen Felde der Erde über einer Ebene vertikal abwärts durch 1 m² Fläche tritt, wenn die Intensität des Feldes 0,047 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten beträgt?

Aufgabe 443. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten des Leitungswiderstandes sind zwischen zwei gegenüberliegenden Flächen eines eisernen Würfels enthalten, dessen Kante 5 cm lang ist?

Andeutung. Man beachte die Antwort auf die Frage 223 und die Aufgabe 417.

Aufgabe 444. Welche Länge muss eine Quecksilbersäule von 1 mm² Querschnitt haben, wenn ihr Leitungswiderstand eine absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des Widerstandes darstellen soll?

Andeutung. Man beachte die Aufgabe 417.

Aufgabe 445. In einer Quecksilbersäule von 75 cm Länge und 1,5 mm² Querschnitt fliesst ein elektrischer Strom von $2 \cdot 10^9$ absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten Stromstärke. Wie gross ist die Potentialdifferenz zwischen den beiden Enden der Säule?



D₄. Das elektromagnetische *L-M-T*-System.

1) Stromstärke.

Frage 231. Wovon geht man bei der Aufstellung des elektromagnetischen *L-M-T*-Systems aus?

Erkl. 335. Die besondere Beschaffenheit dieses magnetischen Feldes giebt Veranlassung zur Betrachtung einer sogen. magnetischen Doppelschicht oder eines magnetischen Blattes.

Antwort. Den Ausgangspunkt für das elektromagnetische *L-M-T*-System bildet die Thatsache, dass ein elektrischer Strom in seiner Umgebung ein magnetisches Feld hervorbringt (siehe Erkl. 335).

Frage 232. Was versteht man unter einer ebenen magnetischen Doppelschicht oder einem ebenen magnetischen Blatte?

Erkl. 336. Die beiden magnetischen Flächen bilden zusammen die magnetische Doppelschicht.

Ein Magnet von der Form eines sehr dünnen ebenen Blattes würde annähernd dasselbe magnetische Feld hervorbringen, wie eine solche Doppelschicht.

Antwort. Ein ebenes Flächenstück von beliebiger Form und Grösse sei überall gleichmässig mit Nordmagnetismus belegt. In unmittelbarer Nähe dieses Flächenstückes befinde sich ein zweites, welches dem ersten parallel und kongruent ist und eine gleich grosse, ebenfalls gleichmässig verteilte Menge von Südmagnetismus enthält (siehe Erkl. 336).

Frage 233. Wodurch wird die Intensität oder Stärke einer magnetischen Doppelschicht bestimmt, und welche Dimension hat dieselbe im *L-M-T*-System der magnetischen Grössen?

Erkl. 337. Die Pole einer magnetischen Doppelschicht sind die beiden Schwerpunkte der mit Magnetismus belegten Flächen. Ihr magnetisches Moment ist deshalb durch die Menge des auf ihren Flächen ausgebreiteten Magnetismus und den Abstand dieser Flächen bestimmt. Da der Abstand sehr klein ist, so kann nur durch eine sehr grosse Menge von Magnetismus ein Moment von endlicher Grösse hervorgebracht werden.

Antwort. Die Intensität oder Stärke einer magnetischen Doppelschicht wird bestimmt durch ihr magnetisches Moment $L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ und durch ihren Flächeninhalt L^2 (siehe Erkl. 337).

Sie ist dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten umgekehrt proportional und hat daher die Dimension:

$$L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} : L^2 = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Man bemerke, dass diese Dimension mit derjenigen des magnetischen Potentials übereinstimmt.

Frage 234. Wie wird die absolute Einheit der Intensität oder Stärke einer magnetischen Doppelschicht festgesetzt?

Erkl. 338. Die Intensität einer magnetischen Doppelschicht ist also numerisch gleich dem

Antwort. Diejenige Intensität der magnetischen Doppelschicht, bei der auf die Flächeneinheit die absolute Einheit des magnetischen Momentes kommt, stellt

Verhältnisse ihres Momentes zu ihrem Flächeninhalt, oder gleich dem auf ihre Flächeneinheit entfallenden magnetischen Momente.

die absolute Einheit jener Intensität dar (siehe Erkl. 338).

Kommt auf 1 cm^2 Fläche die absolute C.-G.-S.-Einheit des magnetischen Momentes, so hat die Doppelschicht die absolute C.-G.-S.-Einheit der Intensität, die durch $cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ dargestellt wird.

Frage 235. Wie lautet der Ampèresche Satz über das magnetische Feld eines elektrischen Stromes?

Erkl. 339. Die Nord- und Südseite der Doppelschicht lassen sich nach folgender Regel bestimmen:

Sieht man von einem Orte A aus den Strom im Sinne des Uhrzeigers die Doppelschicht umkreisen, so erblickt man von A aus die Südseite der letzteren, und umgekehrt.

Die Beschränkung auf ebene Strombahnen und ebene Doppelschichten findet hier nur behufs Vereinfachung der Betrachtung statt; der Ampèresche Satz ist keineswegs auf diese beschränkt.

Erkl. 340. Die Stromstärke und die Intensität der magnetischen Doppelschicht, welche einander eindeutig zugeordnet sind, können der Kürze wegen auch als einander äquivalent bezeichnet werden.

Antwort. Der von Ampère aufgestellte Satz lautet:

„Wenn ein elektrischer Strom eine geschlossene, ebene Strombahn durchfliesst, so bringt er dasselbe magnetische Feld hervor, wie eine ebene magnetische Doppelschicht, die durch die Strombahn begrenzt wird; die Intensität oder Stärke dieser Doppelschicht ist der Stromstärke proportional“ (s. Erkl. 339).

Der elektrische Strom kann also, in Bezug auf sein magnetisches Feld, durch die Doppelschicht ersetzt werden, wobei die Strombahn die Form und Grösse der Doppelschicht vorschreibt, während die Stromstärke für sich allein und unabhängig hiervon die Intensität der Doppelschicht bestimmt (siehe Erkl. 340).

Frage 236. Wie wird im elektromagnetischen *L-M-T*-System die Stärke des elektrischen Stromes bestimmt, und welche Dimension hat sie in diesem System?

Erkl. 341. Man hat sich vorzustellen, dass der Strom um die Grenzlinie der Doppelschicht herumgeführt, und dann seine Stärke so bemessen wird, dass er dasselbe magnetische Feld hervorbringt, wie die Doppelschicht.

Erkl. 342. Das hat seinen Grund in der ganz verschiedenen Art der Zuordnung. Im elektrostatischen System stellt $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ die Stromstärke dar, bei der in der Zeit T eine Elektricitätsmenge durch den Querschnitt des Stromkreises fliesst, die im Zustande der Ruhe auf eine gleiche Menge in der Entfernung L die Kraft LMT^{-2} ausüben würde. Im elektromagnetischen System wird dagegen zur Bestimmung der Stromstärke eine Kraft

Antwort. Nach der Antwort auf die vorhergehende Frage kann die Stärke des elektrischen Stromes eindeutig der Intensität $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ einer magnetischen Doppelschicht zugeordnet werden und ist dieser gerade proportional (s. Erkl. 341).

Von dieser Zuordnung wird im elektromagnetischen *L-M-T*-System Gebrauch gemacht, und die Stromstärke erhält daher die Dimension:

$$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Da diese Dimension von der im elektrostatischen System gefundenen abweicht, so ist die Stromstärke hier nach

benutzt, die von der Elektricität nur dann ausgeübt wird, wenn sie sich im Zustande der Bewegung befindet.

einem anderen Gesetze von L, M, T abhängig als dort (siehe Erkl. 342).

Frage 237. Wie setzt man im elektromagnetischen System die absolute Einheit der Stromstärke fest?

Erkl. 343. Die in absoluten elektromagnetischen Einheiten gemessene Stromstärke ist also numerisch gleich der ihr äquivalenten Intensität der magnetischen Doppelschicht.

Erkl. 344. Diese Einheit ist durch den Ausdruck:

$$cm^{\frac{1}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}\, sec^{-1}$$

darzustellen.

Antwort. Die Stromstärke, welche der absoluten Einheit der Intensität einer magnetischen Doppelschicht äquivalent ist, stellt die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke dar (s. Erkl. 343).

Die Stromstärke vom Betrage einer absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheit ist der absoluten C.-G.-S.-Einheit der Intensität einer magnetischen Doppelschicht äquivalent (siehe Erkl. 344).

Frage 238. Welche abgeänderte Form kann man den Antworten auf die Fragen 236 und 237 geben?

Erkl. 345. Die Stromstärke ist dann dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten umgekehrt proportional und ihre Dimension:

$$L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} : L^2 = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1},$$

wie in der Antwort auf die Frage 236.

Auch hier wird stillschweigend die Strombahn als eben vorausgesetzt.

Erkl. 346. Die Stromstärke wird so numerisch gleich dem Verhältnisse des Momentes dieser Doppelschicht zu dem Inhalt der von dem Strome umflossenen Fläche.

Endlich besitzt ein Strom die absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit oder:

$$1\ cm^{\frac{1}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}\, sec^{-1}$$

Stromstärke, wenn er 1 cm^2 Fläche umkreist und das magnetische Moment der zugeordneten Doppelschicht 1 $cm^{\frac{5}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}\, sec^{-1}$ beträgt.

Erkl. 347. Zu dem Zwecke ist der Magnet so zu stellen, dass die Verbindungslinie seiner beiden Pole senkrecht zur Stromebene steht und durch den Schwerpunkt der umströmten Fläche halbiert wird. Nord- und Südpol sind nach der Regel in der Erkl. 339 einzurichten.

Antwort. Da die Intensität einer magnetischen Doppelschicht von ihrem Moment und ihrem Flächeninhalt abhängt (Antwort auf die Frage 233), so kann man auch sagen: im elektromagnetischen L-M-T-System werde die Stromstärke bestimmt durch den Inhalt L^2 der von der Strombahn umflossenen Fläche und durch das magnetische Moment $L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ der Doppelschicht, die den Strom in Bezug auf sein magnetisches Feld ersetzen kann (s. Erkl. 345).

Ein Strom besitzt dann die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke, wenn er die Flächeneinheit umfliesst und dabei dasselbe magnetische Feld hervorbringt, wie eine von seiner Bahn begrenzte magnetische Doppelschicht von der absoluten Einheit des magnetischen Momentes (s. Erkl. 346).

Für sehr grosse Entfernungen kann der die Fläche L^2 umfliessende Strom von der Stärke $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ in Bezug auf seine magnetischen Wirkungen ersetzt werden durch einen kurzen Magnet vom Moment $L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ (s. Erkl. 347).

Frage 239. Von welchen besonders einfachen Formen der Strombahn geht man auch aus, um die absolute

Antwort. Man benutzt auch zur Definition der absoluten elektromagne-

elektromagnetische Einheit der Stromstärke festzustellen?

Erkl. 348. Wenn ein Strom von der Stärke $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ eine sehr lange geradlinige Strombahn durchfliesst, so ist im Abstande L von der Strombahn die Intensität seines magnetischen Feldes überall gleich:

$$2 L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} : L = 2 L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Durchfliesst aber ein Strom von der Stärke $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ eine Kreisbahn vom Radius L, so ist die Intensität seines magnetischen Feldes im Mittelpunkte des Kreises gleich:

$$2\pi L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} : L = 2\pi L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Der zweite Fall ist praktisch wichtiger als der erste; er wird daher öfter zu Grunde gelegt als dieser.

tischen Einheit der Stromstärke die geradlinige und die kreisförmige Strombahn.

Das magnetische Feld eines elektrischen Stromes ist im allgemeinen von sehr verwickelter Beschaffenheit. Wenn aber ein Strom von gegebener Stärke eine sehr lange geradlinige Bahn durchfliesst, so kann die Intensität seines magnetischen Feldes für jeden Punkt leicht gefunden werden, und wenn er eine kreisförmige Bahn durchströmt, so lässt sie sich wenigstens für den Mittelpunkt des Kreises leicht angeben (siehe Erkl. 348).

Die Richtung der magnetischen Kraft ist im zweiten Falle selbstverständlich senkrecht zur Ebene der Strombahn; im ersten Falle ist sie an einem beliebigen Orte A senkrecht zu der durch die Strombahn und durch A gelegten Ebene.

Frage 240. Welche Definition kann für die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke gegeben werden, wenn man eine geradlinige Strombahn voraussetzt?

Erkl. 349. Die Stromstärke wird also insbesondere eine absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit betragen, wenn die Intensität des magnetischen Feldes in 1 cm Entfernung gleich $2\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$ ist, d. h. wenn dort zwei Dyn Kraft auf die in einem magnetischen Punkte enthaltene absolute C.-G.-S.-Einheit des Magnetismus wirken.

Antwort. Aus der Erkl. 348 folgt, dass ein elektrischer Strom die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke besitzt, wenn er in sehr langer geradliniger Strombahn ein magnetisches Feld hervorbringt, dessen Intensität in der Einheit der Entfernung von der Strombahn zwei absolute Einheiten beträgt (siehe Erkl. 349).

Frage 241. Welche Definition kann ferner für die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke aufgestellt werden, wenn man eine kreisförmige Strombahn zu Grunde legt?

Erkl. 350. Die Stromstärke wird also hier eine absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit betragen, wenn der Radius des Stromkreises 1 cm lang, und die Intensität des magnetischen Feldes im Mittelpunkte des Kreises gleich $2\pi\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$ ist, d. h., wenn dort 2π Dyn Kraft auf die in einem Punkte enthaltene C.-G.-S.-Einheit des Magnetismus wirken.

Antwort. Es ergiebt sich aus der Erkl. 348 auch, dass ein elektrischer Strom die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke besitzt, wenn er einen Kreis durchfliesst, der die Längeneinheit zum Radius hat, und dabei im Mittelpunkte des Kreises 2π absolute Einheiten der Intensität des magnetischen Feldes hervorbringt (siehe Erkl. 350).

Statt dessen sagt man endlich auch wohl: ein elektrischer Strom habe die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke, wenn eine der Längeneinheit gleiche Stromstrecke des mit der Längeneinheit als Radius beschriebenen Stromkreises im Mittelpunkte die absolute Einheit der Intensität des magnetischen Feldes hervorbringe (siehe Erkl. 351).

Erkl. 351. Man beachte, dass der ganze Stromkreis 2π Längeneinheiten enthält und 2π absolute Einheiten dieser Intensität hervorbringt.

Soll die Stromstärke gleich 1 $cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$ sein, so muss ein Strombogen von 1 cm Länge auf einem Kreise von 1 cm Radius im Mittelpunkte auf die absolute C.-G.-S.-Einheit des Magnetismus mit 1 Dyn Kraft wirken.

2) Elektricitätsmenge.

Frage 242. Durch welche Stücke wird im elektromagnetischen L-M-T-System die Electricitätsmenge bestimmt, und welche Dimension hat sie in diesem System?

Antwort. Die Elektricitätsmenge, die bei der Stromstärke $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ in der Zeit T durch den Querschnitt des Stromleiters geht, ist völlig bestimmt und beiden Bestimmungsstücken gerade proportional (siehe Erkl. 352).

Die Elektricitätsmenge hat somit die Dimension:

$$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot T = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}.$$

Erkl. 352. Man beachte, dass im elektrostatischen L-M-T-System umgekehrt die Stromstärke durch eine Elektricitätsmenge und eine Zeit bestimmt wird. Die Abhängigkeit dieser drei Grössen von einander ist in beiden Systemen dieselbe.

Frage 243. Wie wird die absolute elektromagnetische Einheit der Elektricitätsmenge definiert?

Antwort. Die Elektricitätsmenge, die bei der absoluten elektromagnetischen Einheit der Stromstärke in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Stromkreises fliesst, hat den Betrag einer absoluten elektromagnetischen Einheit (siehe Erkl. 353).

Beträgt die Stromstärke eine absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit, so fliesst in der Sekunde durch den Querschnitt eine absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit der Elektricitätsmenge (siehe Erkl. 354).

Erkl. 353. Die Stromstärke ist also auch hier numerisch gleich dem Verhältnisse der Elektricitätsmenge, die in einer bestimmten Zeit durch den Querschnitt des Stromkreises fliesst, zu dieser Zeit, oder gleich der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt strömenden Elektricitätsmenge.

Erkl. 354. Diese Einheit ist durch das Zeichen:

$$cm^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}}$$

darzustellen.

Anmerkung 16. Die gegenseitige Abhängigkeit aller Grössen, die im Abschnitte D_3 innerhalb des elektrostatischen L-M-T-Systems auftreten, bleibt für das elektromagnetische L-M-T-System unverändert bestehen. Da nun das elektrostatische System von der Elektricitätsmenge ausgeht, so würde eine ausführliche Darstellung über die Art, wie die elektrischen Grössen dem elektromagnetischen System eingeordnet werden, von dieser Stelle an grösstenteils eine wörtliche Wiederholung dessen sein, was im Abschnitte D_3 gesagt ist. Es erscheint daher zweckmässig, die weitere Entwickelung des elektromagnetischen L-M-T-Systems von hier aus in abgekürzter Form darzustellen.

Um die absoluten elektromagnetischen Einheiten zu definieren, hat man nur nötig, in den Definitionen der absoluten elektrostatischen Einheiten das Wort elektrostatisch durch das Wort „elektromagnetisch“ zu ersetzen.

Die Ausdrücke, durch welche die absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheiten darzustellen sind, ergeben sich, indem man in den Dimensionsausdrücken des elektromagnetischen L-M-T-Systems die Zeichen L, M, T durch die Zeichen cm, g, sec ersetzt.

3) Flächendichte der Elektricität.

Art der Bestimmung: Durch die Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$, welche auf die Fläche L^2 kommt.

Dimension: $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}} : L^2 = L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}$.

4) Intensität des elektrostatischen Flächendruckes.

Nach der Antwort auf die Frage 196 ist die Intensität des elektrostatischen Flächendruckes ebensowenig eine dem elektromagnetischen, wie dem elektrostatischen L-M-T-System eigentümliche Grösse.

5) Intensität des elektrischen Feldes.

Art der Bestimmung: Durch die Kraft LMT^{-2}, welche auf die in einem Punkte enthaltene Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ wirkt.

Dimension: $LMT^{-2} : L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}} = L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$.

6) Elektrisches Potential.

(Potentialdifferenz, elektromotorische Kraft.)

Art der Bestimmung: Durch die mechan. Arbeit L^2MT^{-2}, welche an der in einem Punkte enthaltenen Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$ geleistet wird.

Dimension: $L^2MT^{-2} : L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}} = L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$.

7) Potentialgefälle im elektrischen Felde.

Art der Bestimmung: Durch die Potentialabnahme:

$$L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2},$$

welche auf die Strecke L entfällt.

Dimension: $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2} : L = L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$.

8) Elektrische Kapacität.

Art der Bestimmung: Durch die Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$, die erforderlich ist, um einen leitenden Körper auf das Potentialniveau:

$$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$$

zu bringen.

Dimension: $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} : L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} = L^{-1} T^2.$

---

9) Dielektricität.

Art der Bestimmung: Durch die im Dielektricum oder isolierenden Mittel zwischen zwei um die Strecke L von einander entfernten und mit der Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$ ausgestatteten Punkten wirkende Kraft LMT^{-2}.

Dimension: $(L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}})^2 : (L^2 \cdot LMT^{-2}) = L^{-2} T^2.$

Absolute elektromagnetische Einheit: Wenn im Dielektricum zwei um die Längeneinheit von einander entfernte Punkte, die je eine absolute elektromagnetische Einheit der Elektricitätsmenge enthalten, mit der absoluten Krafteinheit auf einander wirken.

Die Kraft zwischen zwei elektrischen Punkten ist numerisch gleich dem Produkte ihrer Ladungen, dividiert durch das Produkt aus der Dielektricität des isolierenden Mittels und dem Quadrate ihrer Entfernung.

Absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit: Wenn im Dielektricum zwei um 1 cm von einander entfernte Punkte, die je 1 $\text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}}$ Elektricität enthalten, 1 cm g sec^{-2} oder 1 Dyn Kraft auf einander ausüben.

---

10) Kraftströmung im elektrischen Felde.

Art der Bestimmung: Durch das Flächenstück L^2 und durch die Intensität $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ der darauf senkrechten Kraft im elektrischen Felde.

Dimension: $L^2 \cdot L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} = L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}.$

---

11) Stromdichte.

Art der Bestimmung: Durch die Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$, die in der Zeit T durch die Querschnittsfläche L^2 des Stromleiters tritt.

Dimension: $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}:(T\cdot L^2)=L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$.

---

12) Leitungswiderstand.

Art der Bestimmung: Durch die Potentialdifferenz:

$$L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2},$$

die zwischen zwei Querschnitten eines Stromleiters bestehen muss, um die Stromstärke $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ hervorzubringen.

Dimension: $L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}:L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}=LT^{-1}$.

Zusammenhang zwischen dem Leitungswiderstande LT^{-1} und der Geschwindigkeit LT^{-1}:

Wenn zwischen zwei Querschnitten eines Stromleiters der Leitungswiderstand LT^{-1} enthalten ist, so herrscht bei einer beliebig gewählten Stromstärke eine gewisse Intensität der Arbeitsleistung zwischen denselben beiden Querschnitten. Diese wird gefunden, indem man dem Angriffspunkte derjenigen Kraft, die durch das Quadrat des Dimensionsausdruckes der Stromstärke dargestellt wird, die Geschwindigkeit LT^{-1} erteilt.

Wie man leicht bemerkt, kommt die nebenstehende Aussage darauf hinaus, dass die fragliche Intensität der Arbeitsleistung dem Leitungswiderstande und dem Quadrate der Stromstärke gerade proportional ist, und dass sie numerisch durch das Produkt dieser beiden Grössen dargestellt wird.

Man beachte, dass der Dimensionsausdruck der Stromstärke im elektromagnetischen L-M-T-System die Quadratwurzel aus dem Dimensionsausdrucke der Kraft ist.

---

13) Spezifischer Leitungswiderstand.

Art der Bestimmung: Durch den Leitungswiderstand LT^{-1} zwischen zwei Endflächen eines Würfels von der Kantenlänge L.

Dimension: $L\cdot LT^{-1}=L^2T^{-1}$.

---

14) Leitungsvermögen.

Art der Bestimmung: Durch den Leitungswiderstand LT^{-1}.

Dimension: $1:LT^{-1}=L^{-1}T$.

---

15) Spezifisches Leitungsvermögen.

Art der Bestimmung: Durch den spezifischen Leitungswiderstand $L^2 T^{-1}$.

Dimension: $1 : L^2 T^{-1} = L^{-2} T$.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 446. Es soll ein L-M-T-System der magnetischen Grössen dadurch abgeleitet werden, dass man die im elektrostatischen L-M-T-System bestimmte Stromstärke als das Bestimmungsstück der äquivalenten Intensität einer magnetischen Doppelschicht betrachtet.

Erkl. 355. Man bestimme an zweiter Stelle das magnetische Moment: es ist der Intensität einer Doppelschicht und ihrem Flächeninhalt gerade proportional. Dann gehe man zu der Menge des freien Magnetismus über: sie ist dem Momente eines Magnetstabes gerade und seinem Polabstande umgekehrt proportional. Von da ab kann dann, um die noch fehlenden Dimensionen zu finden, genau ebenso verfahren werden, wie im Abschnitte D_2.

Erkl. 356. Die einfache Bezeichnung: elektrostatisches System der magnetischen Grössen genügt nicht, da, wie die Auflösung zur nächsten Aufgabe lehren wird, noch ein zweites elektrostatisches System dieser Grössen möglich ist.

Rudolf Clausius, geb. am 2. Januar 1822 zu Köslin, starb am 24. August 1888 als Professor der Physik zu Bonn. Seine hier in Betracht kommende Arbeit: „Ueber die verschiedenen Masssysteme zur Messung elektrischer und magnetischer Grössen" findet man in den „Annalen der Physik und Chemie". Bd. 16. S. 529.

Auflösung. Die Aufgabe ist dadurch zu lösen, dass man zunächst, von der elektrostatischen Stromstärke $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$ ausgehend, genau umgekehrt verfährt, wie in der Antwort auf die Frage 236. Man erhält so für die Intensität einer magnetischen Doppelschicht die Dimension:

$$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}.$$

Hieraus sind dann die Dimensionen der übrigen magnetischen Grössen, wie sie in der nachstehenden Uebersicht zusammengestellt sind, leicht abzuleiten (siehe Erkl. 355). Das ganze System ist nach Clausius, der es zuerst aufgestellt hat, benannt (s. Erkl. 356).

Elektrostatisches L-M-T-System der magnetischen Grössen nach Clausius.

Intensität der magnetischen Doppelschicht	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Magnetisches Moment	$L^{\frac{7}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Menge des freien Magnetismus	$L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Spezifischer Magnetismus	$L^{\frac{7}{2}} M^{-\frac{1}{2}} T^{-2}$
Intensität der Magnetisierung	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Intensität des magnetischen Feldes	$L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}$
Magnetisches Potential	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1081. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 1080. — Seite 161—176.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 1080. — Seite 161—176.

Inhalt:

Elektrostatisches L-M-T-System der magnetischen Grössen nach Maxwell. — Ungelöste Aufgaben. — Das Verhältnis zwischen dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen L-M-T-System. — Gelöste und ungelöste Aufgaben. — Das praktische Masssystem der elektrischen Grössen. — Die Einheiten des praktischen Masssystems und die absoluten elektromagnetischen und elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten. — Gelöste Aufgaben.

Stuttgart 1892.

Verlag von Julius Maier.



Aufgabe 447. Es soll ein L-M-T-System der magnetischen Grössen dadurch abgeleitet werden, dass man den Radius eines Kreises und die im elektrostatischen L-M-T-System bestimmte Stärke eines den Kreis durchfliessenden Stromes als die beiden Bestimmungsstücke für die Intensität des magnetischen Feldes im Kreismittelpunkte betrachtet.

Auflösung. Der Kreisradius habe die Länge L und der Kreisstrom die Stärke $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$. Man denke sich auf dem Kreise einen Strombogen von der Länge L abgegrenzt. Die von diesem Strombogen im Mittelpunkte des Kreises hervorgebrachte Intensität des magnetischen Feldes ist vollständig bestimmt und der Stromstärke gerade, dagegen der Länge des Kreisradius umgekehrt proportional (s. Erkl. 348) und hat also die Dimension:

$$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} : L = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}.$$

Hieraus sind die Dimensionen der übrigen magnetischen Grössen leicht abzuleiten (siehe Erkl. 357). Das hier zusammengestellte System ist nach Maxwell, der es eingeführt hat, benannt (siehe Erkl. 358).

Erkl. 357. Man bestimme an zweiter Stelle die Menge des freien Magnetismus: sie ist der angreifenden Kraft gerade, dagegen der Intensität des magnetischen Feldes umgekehrt proportional. Von hier ab kann verfahren werden, wie im Abschnitte D_2.

Zur Herleitung konnte statt der kreisförmigen Strombahn ebenso gut die geradlinige Strombahn benutzt werden.

Erkl. 358. Das System findet sich in Maxwells berühmt gewordenem Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus, § 623.

Ein wesentliches Merkmal in Maxwells L-M-T-System der magnetischen Grössen ist der Umstand, dass das magnetische Potential dieselbe Dimension hat, wie die Stromstärke im elektrostatischen L-M-T-System. Bei Maxwell selbst bildet diese Uebereinstimmung den Ausgangspunkt, indem er die Stromstärke zum Bestimmungsstück eines bestimmten Potentialbetrages macht.

Elektrostatisches L-M-T-System der magnetischen Grössen nach Maxwell.

Intensität des magnetischen Feldes	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Menge des freien Magnetismus	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$
Magnetisches Moment	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}$
Spezifischer Magnetismus	$L^{\frac{3}{2}} M^{-\frac{1}{2}}$
Intensität der Magnetisierung	$L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}$
Magnetisches Potential	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Intensität der magnetischen Doppelschicht	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$.

Anmerkung 17. Das im Abschnitte D_2 abgeleitete und von den Physikern ausschliesslich angewandte L-M-T-System der magnetischen Grössen wird gewöhnlich ohne weiteren Zusatz bezeichnet. Zuweilen benennt man es aber auch nach Gauss, von dem es herrührt. Da es ferner mit dem im Abschnitte D_4 hergeleiteten L-M-T-System der elektrischen Grössen ein Ganzes bildet, so wird es endlich auch als ein Teil des die magnetischen und elektrischen Grössen zugleich umfassenden elektromagnetischen L-M-T-Systems betrachtet.

Anmerkung 18. Die in den Auflösungen zu den beiden vorhergehenden Aufgaben hergeleiteten zwei elektrostatischen *L-M-T*-Systeme der magnetischen Grössen sind von einander völlig verschieden. Es geht daraus hervor, dass die Beziehungen, die innerhalb des elektromagnetischen Gesamtsystems zwischen den elektrischen und magnetischen Grössen bestehen, im elektrostatischen System sich auf zwei verschiedene Systeme der magnetischen Grössen verteilen. Clausius hat, als er sein elektrostatisches *L-M-T*-System der magnetischen Grössen aufstellte (Erkl. 356), für dasselbe ein Vorrecht gegenüber dem älteren Maxwell'schen System in Anspruch genommen. Der dafür geltend gemachte Grund hat indessen nicht als massgebend anerkannt werden können. Man vergleiche hierzu die Arbeit von Helmholtz: „Ueber absolute Masssystème für elektrische und magnetische Grössen" („Annalen der Physik und Chemie", Bd. 17. S. 42).

Anmerkung 19. Man kann endlich noch die Frage aufwerfen, ob es ausser dem gebräuchlichen elektromagnetischen Gesamtsystem der elektrischen und magnetischen Grössen noch ein zweites gebe, in welchem die elektrischen und magnetischen Grössen in denselben Beziehungen zu einander stehen, wie in jenem. Die Auflösung zur nächstfolgenden Aufgabe lehrt, dass diese Frage zu verneinen ist.

Aufgabe 448. Man soll feststellen, ob es ausser dem gebräuchlichen elektromagnetischen Gesamtsystem noch ein zweites gibt, in welchem zwischen den magnetischen und elektrischen Grössen dieselben Beziehungen bestehen, wie in jenem.

Erkl. 359. Man findet daraus leicht weiter:

Magnetisches Moment . . AL

Intensität der Doppelschicht . . . . AL^{-1}

Intensität d. magnetischen Feldes . . . . $A^{-1}LMT^{-2}$

Magnetisches Potential . $A^{-1}L^2MT^{-2}$.

Erkl. 360. Da also die beiden Forderungen eindeutig das gebräuchliche elektromagnetische Gesamtsystem ergeben, so ist kein zweites System möglich, welches denselben beiden Forderungen zugleich genügt.

Dasselbe Ergebnis kann noch etwas einfacher erhalten werden, indem man fordert, dass die Stromstärke sowohl die Intensität der magnetischen Doppelschicht, als auch das magnetische Potential (siehe Erkl. 358) bestimmen soll. Es ist dann bloss notwendig, dass die letzteren beiden Grössen dieselbe Dimension haben, d. h. dass:

$$AL^{-1} = A^{-1}L^2MT^{-2}$$

ist, woraus folgt:

$$A = L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}.$$

Auflösung. In dem fraglichen *L-M-T*-System sei A die Dimension der Menge des freien Magnetismus (siehe Erkl. 359) und B die des elektrischen Stromes.

Da nun zunächst die Intensität der magnetischen Doppelschicht das Bestimmungsstück der Stromstärke sein soll, so ist die Forderung zu erfüllen:

1) . . . $AL^{-1} = B.$

Da aber ausserdem der Kreisradius L und die Stromstärke B die Intensität des magnetischen Feldes im Mittelpunkte des Kreisstromes bestimmen sollen, so muss gleichzeitig:

2) . . . $A^{-1}LMT^{-2} = BL^{-1}$

sein.

Löst man 1) und 2) nach A und B auf, so folgt:

$$A = L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$$

$$B = L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$$

(siehe Erkl. 360).

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 449. Die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des magnetischen Momentes nach Clausius zu definieren.

Aufgabe 450. Die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Menge des freien Magnetismus nach Maxwell zu definieren.

D_5. Das Verhältnis zwischen dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen *L-M-T*-System.

	Elektrostatischer *L-M-T*-Ausdruck	Elektromagnetischer *L-M-T*-Ausdruck	Verhältnis
Elektricitätsmenge	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$	$L T^{-1}$
Flächendichte der Elektricität	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}}$	$L T^{-1}$
Intensität des elektrischen Feldes	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-1} T$
Elektrisches Potential	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-1} T$
Potentialgefälle im elektrischen Felde	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-1} T$
Elektrische Kapacität	L	$L^{-1} T^2$	$L^2 T^{-2}$
Dielektricität	1	$L^{-2} T^2$	$L^2 T^{-2}$
Kraftströmung im elektrischen Felde	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-1} T$
Stromstärke	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L T^{-1}$
Stromdichte	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L T^{-1}$
Leitungswiderstand	$L^{-1} T$	$L T^{-1}$	$L^{-2} T^2$
Spezifischer Leitungswiderstand	T	$L^2 T^{-1}$	$L^{-2} T^2$
Leitungsvermögen	$L T^{-1}$	$L^{-1} T$	$L^2 T^{-2}$
Spezifisches Leitungsvermögen	T^{-1}	$L^{-2} T$	$L^2 T^{-2}$

$$\text{Verhältnis } L T^{-1} = \frac{\text{Geschwindigkeit } L T^{-1}}{\text{Geschwindigkeit } v \text{ cm sec}^{-1}}.$$

Frage 244. Was lehrt die vorstehende Tabelle in Bezug auf das Verhältnis zwischen dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen *L-M-T*-System?

Erkl. 361. Es wird als selbstverständlich vorausgesetzt, dass in dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen Ausdrucke für die unabhängig Veränderlichen *L. M, T* dieselben Werte gewählt sind.

Erkl. 362. Dabei treten im ganzen vier verschiedene Abhängigkeitsgesetze auf:

a) Das Verhältnis $L T^{-1}$ ist der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ gerade proportional.

b) Das Verhältnis $L^{-1} T$ ist der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ umgekehrt proportional.

Antwort. Aus der vorstehenden Uebersicht, in der neben die beiden Dimensionsausdrücke einer jeden elektrischen Grösse das Verhältnis dieser beiden Ausdrücke gesetzt ist, ergibt sich:

1) Das Verhältnis des durch den elektrostatischen Ausdruck dargestellten Betrages einer elektrischen Grösse zu dem durch den elektromagnetischen Ausdruck derselben dargestellten Betrage ist von der Masse *M* unabhängig (siehe Erkl. 361).

2) Das bezeichnete Verhältnis ist von der Länge *L* und der Zeit *T* in der

c) Das Verhältnis $L^2 T^{-2}$ ist dem Quadrate der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ gerade proportional.

d) Das Verhältnis $L^{-2} T^2$ ist dem Quadrate der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ umgekehrt proportional.

Weise abhängig, dass es immer durch die Geschwindigkeit LT^{-1} allein bestimmt wird (siehe Erkl. 362).

Frage 245. Was versteht man unter der kritischen Geschwindigkeit?

Erkl. 363. Für keine elektrische Grösse gibt es noch eine zweite Geschwindigkeit, die ihren elektrostatischen L-M-T-Betrag dem elektromagnetischen gleich macht.

Da das Verhältnis der Elektricitätsmenge $L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$ zu der Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$ der Geschwindigkeit $L T^{-1}$ proportional ist, so kann diese Geschwindigkeit einmal so gewählt werden, dass jene beiden Mengen einander gleich sind. Dadurch wird dann zugleich der elektrostatische Betrag jeder anderen elektrischen Grösse gleich dem elektromagnetischen, weil in beiden Systemen die gegenseitige Abhängigkeit der auftretenden Grössen dieselbe ist.

Antwort. Es gibt eine Geschwindigkeit, für welche die elektrostatischen Ausdrücke aller elektrischen Grössen dieselben Beträge darstellen, wie die elektromagnetischen Ausdrücke (siehe Erkl. 363).

Diese Geschwindigkeit wird nach einem von Clausius gemachten Vorschlage die kritische genannt.

Es ist üblich zu setzen:

$$\text{Kritische Geschwindigkeit} = v \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Frage 246. In welcher Form sind die Verhältnisse LT^{-1}, $L^{-1}T$, L^2T^{-2}, $L^{-2}T^2$ durch die Geschwindigkeit LT^{-1} und die kritische Geschwindigkeit darzustellen?

Erkl. 364. Man hat nur zu beachten, dass das Verhältnis $L T^{-1}$ den Wert 1 annehmen muss, wenn die Geschwindigkeit $L T^{-1}$ den Betrag von v cm sec^{-1} erhält.

Da die nebenstehende Gleichung eine notwendige Ergänzung der an der Spitze dieses Abschnittes stehenden Tabelle bildet, so ist sie dieser von vornherein beigefügt.

Antwort. Aus der Antwort auf die vorhergehende Frage folgt zunächst, dass man zu setzen hat:

$$\text{Verhältnis } L T^{-1} = \frac{\text{Geschwindigkeit } L T^{-1}}{\text{Geschwindigkeit } v \text{ cm sec}^{-1}}$$

woraus sich dann weiter auch die drei übrigen Verhältnisse leicht ergeben (siehe Erkl. 364).

Frage 247. Welche Werte ergeben sich für die Verhältnisse der absoluten elektrostatischen und elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheiten zu einander?

Erkl. 365. Die vier Verhältnisse, welche bei den zwei Reihen absoluter C.-G.-S.-Einheiten der elektrischen Grössen auftreten, sind also:

$$1:v, \quad v:1, \quad 1:v^2, \quad v^2:1.$$

Antwort. Indem man $L = 1$ cm und $T = 1$ sec setzt, ergibt sich:

$$\text{Verhältnis cm sec}^{-1} = \frac{1}{v}$$

(siehe Erkl. 365).

Frage 248. Welcher Art sind die Messungen, durch die man den Betrag der kritischen Geschwindigkeit feststellen kann?

Antwort. Die kritische Geschwindigkeit kann nach drei verschiedenen Methoden ermittelt werden, und zwar so, dass entweder eine Elektricitätsmenge, oder eine Potentialdifferenz, oder eine Kapacität zugleich in absoluten elektrostatischen und elektromagnetischen Einheiten gemessen wird (siehe Erkl. 366).

Zum ersten Male ist die Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit durch die beiden deutschen Physiker Weber und Kohlrausch im Jahre 1856 ausgeführt worden (siehe Erkl. 367).

Erkl. 366. Theoretisch sind ebenso viele Methoden denkbar, als es elektrische Grössen gibt. Aber die Messungen, welche überhaupt ausführbar sind, fallen praktisch zum Teil zusammen, so dass nur die angegebenen drei Methoden zu unterscheiden bleiben.

Erkl. 367. Diese Bestimmung beruhte auf der Messung einer Elektricitätsmenge in absoluten elektrostatischen und elektromagnetischen Einheiten. Man vergleiche darüber die Aufgabe 453.

Die doppelte Messung einer Potentialdifferenz wurde zuerst im Jahre 1869 durch W. Thomson und King, die einer Kapacität zuerst im Jahre 1879 durch Ayrton und Perry ausgeführt.

Frage 249. Zu welchem Ergebnisse haben die bisherigen Bestimmungen der kritischen Geschwindigkeit geführt?

Antwort. Auf Grund der bisherigen Messungen wird als vorläufiges Ergebnis allgemein angenommen:

$$\text{Kritische Geschwindigkeit} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

oder, wie man auch sagt:

$$\text{Grösse } v = 3 \cdot 10^{10}$$

(siehe Erkl. 368).

Erkl. 368. Bei den zwei Reihen absoluter C.-G.-S.-Einheiten der elektrischen Grössen werden also die vier Verhältnisse:

$$1 : 3 \cdot 10^{10}, \quad 3 \cdot 10^{10} : 1,$$
$$1 : 9 \cdot 10^{20}, \quad 9 \cdot 10^{20} : 1$$

angenommen.

Frage 250. Welche physikalische Bedeutung kann man der kritischen Geschwindigkeit beilegen?

Antwort. Zwei elektrische Punkte, die mit beliebigen Mengen von Elektricität derselben Art ausgestattet sind, üben, im Ruhezustande und von Luft umgeben, eine Abstossung auf einander aus, die durch ihre Entfernung und ihre Ladungen vollständig bestimmt ist, und als ihre elektrostatische Abstossung bezeichnet werden kann.

Nun denke man sich, den beiden Punkten werde ein und dieselbe Geschwindigkeit erteilt, und zwar nach parallelen und zu ihrer Verbindungslinie senkrechten Richtungen hin. Sie üben dann, vermöge ihres Bewegungszustandes, auch eine Anziehung auf einander aus, die als ihre elektrodynamische Anziehung bezeichnet werden kann.

Erkl. 369. Das im Jahre 1876 von Clausius aufgestellte Gesetz soll, wie andere ähnliche Gesetze, die zwischen zwei elektrischen Punkten bei beliebigem Bewegungszustande derselben auftretende Kraft darstellen. Es nimmt für den hierneben vorausgesetzten Fall eine sehr einfache Form an. Enthalten nämlich die beiden elektrischen Punkte Q_1 und Q_2 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten Elektricität, beträgt ferner ihre Entfernung r cm und endlich ihre Geschwindigkeit c cm sec^{-1}, so gibt das fragliche Gesetz für die noch übrig bleibende Abstossung den Betrag von:

$$\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\left(1 - \frac{c^2}{v^2}\right)$$

Dyn an, wobei wieder v cm sec^{-1} die kritische Geschwindigkeit ist.

Ueber die Richtigkeit des angewandten elektrodynamischen Grundgesetzes soll hier nichts ausgesagt werden. Es sei nur noch bemerkt, dass es in Bezug auf die zwischen zwei kurzen Strecken elektrischer Ströme wirksame Kraft mit dem schon im Jahre 1845 von Grassmann aufgestellten Gesetze zusammenfällt.

Auf die Thatsache, dass die kritische Geschwindigkeit mit der Geschwindigkeit des Lichtes im Weltraum übereinstimmt, kann hier nur hingewiesen werden.

Wenn dann die elektrodynamische Anziehung die elektrostatische Abstossung gerade aufheben soll, so muss nach dem elektrodynamischen Grundgesetze von Clausius die Geschwindigkeit der beiden Punkte gleich der kritischen Geschwindigkeit sein (siehe Erkl. 369).

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 451. Wieviel absolute elektrostatische mm-mg-sec-Einheiten der Elektricitätsmenge sind in einer absoluten elektromagnetischen mm-mg-sec-Einheit derselben enthalten?

Erkl. 370. Wird also, wie üblich, $v = 3 \cdot 10^{10}$ angenommen, so enthält die absolute elektromagnetische mm-mg-sec-Einheit der Elektricitätsmenge $3 \cdot 10^{11}$ absolute elektrostatische mm-mg-sec-Einheiten derselben.

Auflösung. Das Verhältnis der bezeichneten elektrostatischen Einheit zu der entsprechenden elektromagnetischen ist gleich:

$$\frac{\text{Geschwindigkeit mm sec}^{-1}}{\text{Geschwindigkeit } v \text{ cm sec}^{-1}} = 1 : 10v$$

(siehe Erkl. 370).

Aufgabe 452. In welchem Verhältnisse steht die durch den elektrostatischen Ausdruck:

$$\text{m}^{\frac{3}{2}} \text{kg}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-2}$$

dargestellte Stromstärke zu der durch den elektromagnetischen Ausdruck:

$$\text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{mg}^{\frac{1}{2}} \text{min}^{-1}$$

dargestellten Stromstärke?

Erkl. 371. Wird wieder $v = 3 \cdot 10^{10}$ gesetzt, so erhält man für das Grössenverhältnis der beiden Stromstärken den Wert:

$$1 : 1500.$$

Auflösung. Zunächst ist:

$$1 \text{ m}^{\frac{3}{2}} \text{kg}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-2} = 10^6 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{mg}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-2},$$

$$1 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{mg}^{\frac{1}{2}} \text{min}^{-1} = \frac{1}{60} \text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{mg}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}.$$

Da nun ferner das Verhältnis cm sec^{-1} gleich $1 : v$ ist, so ergibt sich für das hier verlangte Verhältnis der Wert $6 \cdot 10^7 : v$ (siehe Erkl. 371).

Aufgabe 453. Weber und Kohlrausch fanden (1856) in fünf Versuchen, dass $22171 \cdot 10^4$ absolute elektrostatische mm-mg-sec-Einheiten Elektricität $7131 \cdot 10^{-7}$ absoluten elektromagnetischen mm-mg-sec-Einheiten gleichkamen. Welcher Wert ergibt sich daraus für die Grösse v?

Erkl. 372. In den fünf Versuchen wurden die folgenden, paarweise zusammengehörigen Masszahlen gefunden:

$3606 \cdot 10^4$	$1194 \cdot 10^{-7}$
4194 „	1300 „
4970 „	1568 „
4435 „	1480 „
4966 „	1589 „
$22171 \cdot 10^4$	$7131 \cdot 10^{-7}$

Auflösung. Die beiden Masszahlen der gemessenen Elektricitätsmenge verhalten sich umgekehrt zu einander, wie die angewandten Einheiten. Demnach ergibt sich für das Verhältnis der elektrostatischen zur elektromagnetischen Einheit der Wert:

$$\frac{7131 \cdot 10^{-7}}{22171 \cdot 10^4} = \frac{1}{3{,}109 \cdot 10^{11}}$$

Da nun das Verhältnis mm sec^{-1} gleich $1 : 10\,v$ ist, so folgt:

$$v = 3{,}109 \cdot 10^{10}$$

(siehe Erkl. 372).

Gewöhnlich berechnet man v aus jedem Zahlenpaar für sich und nimmt dann das Mittel seiner so erhaltenen Werte, was $v = 3{,}107 \cdot 10^{10}$ ergibt. Statt dessen ist hierneben nur mit den Summen der beiden Zahlenreihen gerechnet, was nicht bloss einfacher, sondern auch zutreffender ist.

Aufgabe 454. Wieviel absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten beträgt die Dielektricität der Luft?

Erkl. 373. Im elektromagnetischen *L-M-T*-System spielt die reziproke Masszahl der Dielektricität eines Mittels dieselbe Rolle, wie in der Mechanik die Gravitationskonstante (siehe Erkl. 154). Für Luft, das wichtigste und oft stillschweigend vorausgesetzte Dielektricum, hat diese reziproke Masszahl, die als Elektricitätskonstante bezeichnet werden kann, also den Wert v^2 oder $9 \cdot 10^{20}$.

Auflösung. Da das Verhältnis $cm^2 \, sec^{-2}$ gleich $1 : v^2$ ist, so beträgt die Dielektricität der Luft v^{-2} absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten (siehe Erkl. 373).

Man beachte, dass in das elektrostatische System die Dielektricität als unveränderliche Grösse mit der Dimension 1 und dem der Luft eigentümlichen Betrage eingeführt ist (siehe die Antwort auf die Frage 213).

Aufgabe 455. Es wird als Zeiteinheit die Sekunde, als Einheit der Elektricitätsmenge der 10. Teil ihrer absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheit vorgeschrieben, und dann gefordert, dass die absoluten elektrostatischen Einheiten sämtlich den elektromagnetischen gleich sein sollen. Man bestimme daraus die Einheiten der Länge und der Masse.

Erkl. 374. Die wichtigste Eigenschaft des von Clausius in Vorschlag gebrachten Masssystems besteht darin, dass die absoluten elektrostatischen und elektromagnetischen Einheiten einander gleich sind. Nach der Antwort auf die Frage 245 ist dazu hinreichend und notwendig, dass die Geschwindigkeitseinheit gleich der kritischen Geschwindigkeit wird. Es sind deshalb noch zwei weitere Forderungen zu stellen, um das Masssystem vollständig zu bestimmen. Die hier gewählte Einheit der Elektricitätsmenge ist die sogen. praktische Einheit, über die der nächstfolgende Abschnitt Auskunft gibt.

Auflösung. Aus den Forderungen:

$$[T] = 1 \text{ sec},$$
$$[LT^{-1}] = v \text{ cm sec}^{-1}$$
$$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}] = 10^{-1} \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}}$$

folgt:

$$[L] = v \text{ cm}$$
$$[M] = \frac{10^{-12}}{3} \text{ g}.$$

Clausius hat vorgeschlagen, das aus den drei Fundamentaleinheiten:

$$v \text{ cm}, \ \frac{10^{-12}}{3} \text{ g}, \text{ sec}$$

hervorgehende Masssystem der elektrischen Grössen als ihr kritisches Masssystem zu bezeichnen (siehe Erkl. 374).

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 456. Wieviel absolute elektrostatische m-kg-sec-Einheiten der Elektricitätsmenge sind in der absoluten elektromagnetischen m-kg-sec-Einheit derselben enthalten, wenn die Grösse $v = 3 \cdot 10^{-10}$ ist?

Aufgabe 457. In welchem Verhältnisse steht das im elektrostatischen System durch den Ausdruck $mm^{\frac{1}{2}} \, mg^{\frac{1}{2}} \, min^{-1}$ dargestellte Potential zu dem im elektromagnetischen System durch den Ausdruck $km^{\frac{3}{2}} \, kg^{\frac{1}{2}} \, sec^{-2}$ dargestellten Potential, wenn $v = 3 \cdot 10^{10}$ ist?

Andeutung. Man vergleiche die Auflösung zur Aufgabe 452.

Aufgabe 458. Welche verschiedenen Verhältnisse treten zwischen den absoluten elektrostatischen und elektromagnetischen mm-mg-sec-Einheiten der elektrischen Grössen auf, wenn $v = 3 \cdot 10^{10}$ gesetzt wird?

Aufgabe 459. Wie verhält sich die nach Clausius definierte absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Menge des freien Magnetismus zur gewöhnlichen oder elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheit desselben?

Andeutung. Man bilde das Verhältnis der beiden Dimensionsausdrücke (siehe die Auflösung zur Aufgabe 446) und beachte, dass für die durch elektrostatische und durch elektromagnetische Ausdrücke dargestellten Beträge das Verhältnis $\text{cm}\,\text{sec}^{-1} = 1 : v$ ist: es sei $v = 3 \cdot 10^{10}$.

Aufgabe 460. Wie verhält sich die nach Maxwell definierte absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Menge des freien Magnetismus zur gewöhnlichen oder elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheit desselben?

Andeutung. Man verfahre wie bei der vorhergehenden Aufgabe (siehe die Auflösung zur Aufgabe 447).

D_5. Das praktische Masssystem der elektrischen Grössen.

Frage 251. Was versteht man unter dem praktischen Masssystem der elektrischen Grössen?

Erkl. 375. Dieses Masssystem ist im Jahre 1881 auf dem internationalen Elektrikerkongress in Paris vereinbart worden.

Clausius hat vorgeschlagen, die Längeneinheit 10^9 cm oder 10^7 m Hebdomometer zu nennen und, da sie der Länge eines Quadranten des Erdmeridians gleichkommt, mit q zu bezeichnen. Die Masseneinheit 10^{-11} g soll Undecimogramm heissen und mit p bezeichnet werden.

Antwort. Als praktisches Masssystem bezeichnet man dasjenige System von absoluten elektromagnetischen Einheiten, welches aus folgenden Einheiten der Länge, Masse und Zeit hervorgeht:

$$[L] = 10^9\,\text{cm},$$
$$[M] = 10^{-11}\,\text{g},$$
$$[T] = 1\,\text{sec}$$

(siehe Erkl. 375).

Frage 252. Wie ist man zu dem praktischen Masssystem der elektrischen Grössen gelangt?

Erkl. 376. Durch drei von einander unabhängige Einheiten, die man beliebig vorschreibt, wird immer ein vollständiges System absoluter Einheiten bestimmt, indem daraus die Einheiten der Länge, Masse und Zeit hervorgehen.

Das praktische Masssystem verdient seinen Namen insofern, als es wenigstens für die Stromstärke, den Leitungswiderstand und das Potential praktisch in der Regel bequeme Einheiten bietet.

Antwort. Indem man die jetzt als Ampère bezeichnete Einheit der Stromstärke und die jetzt als Ohm bezeichnete Einheit des Leitungswiderstandes unabhängig festsetzte, als Einheit der Zeit aber die Sekunde beibehielt, ergab sich das praktische System absoluter elektromagnetischer Einheiten vollständig (siehe Erkl. 376).

Frage 253. Wie hat man die als Ampère bezeichnete Einheit der Stromstärke festgesetzt?

Antwort. Unter der Bezeichnung Ampère ist als Einheit der Strom-

stärke der zehnte Teil ihrer absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheit eingeführt (siehe Erkl. 377).

Es ist also:

$$1 \text{ Ampère} = 10^{-1} \text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}.$$

Erkl. 377. André Marie Ampère, dessen Name durch die Bezeichnung geehrt worden ist, wurde am 20. Januar 1775 in Lyon geboren und starb am 10. Juni 1836 in Marseille. Er begründete durch seine Entdeckungen die Elektrodynamik und die Theorie des Magnetismus.

Frage 254. Wie ist die als Ohm bezeichnete Einheit des Leitungswiderstandes festgesetzt worden?

Antwort. Unter der Bezeichnung Ohm ist als Einheit des Leitungswiderstandes der Betrag von 10^9 absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheiten desselben eingeführt (siehe Erkl. 378).

Es ist also:

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \text{ cm sec}^{-1}.$$

Erkl. 378. Georg Simon Ohm, geb. am 16. März 1789 in Erlangen, gest. am 6. Juli 1854 in München, begründete die Theorie des elektrischen Stromes durch sein im Jahre 1827 erschienenes Werk: „Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet."

Frage 255. Wie ergeben sich die Einheiten der Länge und Masse aus den Einheiten Ampère, Ohm und Sekunde?

Antwort. Aus den drei Forderungen:

$$[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}] = 10^{-1} \text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1},$$
$$[L T^{-1}] = 10^9 \text{ cm sec}^{-1},$$
$$[T] = 1 \text{ sec}$$

berechnet man leicht:

$$[L] = 10^9 \text{ cm}, \; [M] = 10^{-11} \text{ g}$$

(siehe Erkl. 379).

Erkl. 379. So gelangt man zu den drei in der Antwort auf die Frage 251 angegebenen Fundamentaleinheiten.

Man könnte das praktische Masssystem auch als das Ampère-Ohm-Sekunde-System absoluter elektromagnetischer Einheiten bezeichnen.

Frage 256. Welche von den abhängigen Einheiten des praktischen Masssystems sind noch mit besonderen Namen belegt worden?

Antwort. Man hat noch weiter den drei Einheiten der Elektricitätsmenge, des Potentials und der Kapacität im praktischen Masssystem die Namen Coulomb, Volt und Farad beigelegt. Es ist also (s. Erkl. 380):

1) Das Coulomb diejenige Elektricitätsmenge, die bei der Stromstärke von 1 Ampère in der Sekunde durch den Querschnitt des Stromleiters fliesst (siehe Erkl. 381).

$$1 \text{ Coulomb} = 10^{-1} \text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}}.$$

2) Das Volt diejenige Potentialdifferenz, welche bei 1 Ampère Stromstärke zwischen zwei Querschnitten eines Stromleiters dann besteht, wenn zwischen den

Erkl. 380. Um diese, wie alle übrigen praktischen Einheiten, auf absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten zurückzuführen, hat man nur in die Dimensionsausdrücke der elektrischen Grössen im elektromagnetischen *L-M-T*-System die drei Beträge: 10^9 cm, 10^{-11} g, 1 sec einzusetzen.

Erkl. 381. Charles Augustin Coulomb, geb. am 14. Juni 1736 in Angoulème, gest. am 23. August 1806 in Paris, fand das nach ihm benannte Gesetz der elektrischen Abstossung und Anziehung mit Hilfe der von ihm ersonnenen Torsionswage.

Erkl. 382. Alessandro Volta, geb. am 18. Februar 1745 in Como, gest. daselbst am 5. März 1827, entdeckte das Grundgesetz der sog. Berührungselektricität.

beiden Querschnitten 1 Ohm Leitungswiderstand enthalten ist (s. Erkl. 382).

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-2}.$$

3) Das **Farad** diejenige Kapacität, bei der durch 1 Coulomb elektrischer Ladung ein Potential oder eine Potentialerhöhung von 1 Volt hervorgebracht wird (siehe Erkl. 383).

$$1 \text{ Farad} = 10^{-9} \text{ cm}^{-1} \text{ sec}^2.$$

Da das Farad, obgleich erheblich kleiner als die absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit der Kapacität, doch für den praktischen Gebrauch noch viel zu gross ist, so hat man noch das **Mikrofarad** eingeführt, indem man:

$$1 \text{ Mikrofarad} = 10^{-6} \text{ Farad}$$

setzte (siehe Erkl. 384).

Erkl. 383. Michael Faraday, geb. am 22. September 1791 in Newington Butts (bei London), gest. am 25. August 1867 in Hampton Court (bei London) hat die Elektricitätslehre durch eine Reihe von Entdeckungen bereichert, auf die hier nicht wohl eingegangen werden kann.

Erkl. 384. Man beachte, dass nach der Tabelle Seite 163 die absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit der Kapacität v^2 oder $9 \cdot 10^{20}$ absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten enthält. Das Farad enthält also $9 \cdot 10^{11}$ und das Mikrofarad noch $9 \cdot 10^5$ absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten der Kapacität. Auch das Mikrofarad ist für Kondensatoren von gewöhnlicher Form und Grösse und besonders für isolierte Leiter noch zu gross. Die Bezeichnung ist unter Anwendung des griechischen Wortes μικρός, d. h. klein, gebildet.

Frage 257. Welcher weitere Vorschlag zur Benennung einer Einheit des praktischen Masssystems ist noch gemacht worden?

Antwort. Clausius hat vorgeschlagen, die Einheit der Menge des freien Magnetismus im praktischen Masssystem mit dem Namen **Weber** zu bezeichnen. Demnach würde:

$$1 \text{ Weber} = 10^8 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}$$

sein (siehe Erkl. 385).

Dieser Vorschlag hat leider das Missliche, dass die folgerichtig gebildete praktische Einheit der Menge des freien Magnetismus von den Physikern thatsächlich nicht gebraucht wird (siehe Erkl. 386).

Erkl. 385. Es ist:

$$(10^9 \text{ cm})^{\frac{3}{2}} (10^{-11} \text{ g})^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1} = 10^8 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}.$$

Erkl. 386. Wilhelm Weber, geb. am 24. Oktober 1804 in Wittenberg, gest. am 24. Juni 1891 in Göttingen, hat in Verbindung mit Gauss das elektromagnetische Masssystem begründet, und in Verbindung mit R. Kohlrausch zuerst die kritische Geschwindigkeit bestimmt („Elektrodynamische Massbestimmungen", 4. Abhandlung). Man vergleiche die Aufgabe 453.

Frage 258. Wird auch von den nicht mit besonderen Namen bezeichneten Einheiten des praktischen Masssystems Gebrauch gemacht?

Antwort. Die Physiker pflegen nur die fünf von vornherein mit besonderen Namen belegten praktischen Einheiten: Ampère, Ohm, Coulomb, Volt und Farad anzuwenden, denen noch das Mikrofarad beigezählt werden kann. Die übrigen, folgerichtig gebildeten Einheiten sind zum Teil auch zu gross oder zu klein für den praktischen Gebrauch (siehe Erkl. 386).

Erkl. 386. So würde z. B. im praktischen Masssystem die Einheit des spezifischen Leitungswiderstandes gleich:

$$(10^9 \text{ cm})^2 \text{ sec}^{-1} = 10^{18} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1},$$

und andererseits die Einheit der elektrischen Flächendichte gleich:

$$(10^9 \text{ cm})^{-\frac{3}{2}} (10^{-11} \text{g})^{\frac{1}{2}} = 10^{-19} \text{cm}^{-\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}}$$

sein. Auf die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Flächendichte würden immer noch $\frac{1}{3} \cdot 10^9$ praktische Einheiten kommen.

Frage 259. Welche mit dem praktischen Masssystem zusammenhängende Einheit wird oft für das Potentialgefälle im elektrischen Felde angewandt?

Antwort. Man wendet als Einheit häufig dasjenige Gefälle an, bei welchem das Potential auf der beliebig gewählten Längeneinheit um seine praktische Einheit oder um 1 Volt abnimmt. Vorzugsweise wird das Gefälle von einem Volt pro Centimeter oder von einem Volt pro Meter angewandt (siehe Erkl. 387).

Die folgerichtig gebildete praktische Einheit würde das Gefälle von einem Volt pro 10^9 cm sein.

Erkl. 387. Es ist:

$$\frac{\text{Volt}}{\text{Centimeter}} = \frac{10^8 \,\text{cm}^{\frac{3}{2}} \,\text{g}^{\frac{1}{2}} \,\text{sec}^{-2}}{\text{cm}} = 10^8 \,\text{cm}^{\frac{1}{2}} \,\text{g}^{\frac{1}{2}} \,\text{sec}^{-2}.$$

Da nun die elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des Potentialgefälles v oder $3 \cdot 10^{10}$ elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten enthält, so ergibt sich:

$$\frac{\text{Volt}}{\text{Centimeter}} = \frac{1}{300} \,\text{cm}^{-\frac{1}{2}} \,\text{g}^{\frac{1}{2}} \,\text{sec}^{-1},$$

$$\frac{\text{Volt}}{\text{Meter}} = \frac{1}{3 \cdot 10^4} \,\text{cm}^{-\frac{1}{2}} \,\text{g}^{\frac{1}{2}} \,\text{sec}^{-1}.$$

Frage 260. Was versteht man unter dem legalen Ohm?

Antwort. Das legale Ohm ist der Leitungswiderstand einer Quecksilbersäule von 1 mm² Querschnitt und 106 cm Länge bei der Temperatur 0° (siehe Erkl. 388).

Das Verhältnis dieser Einheit zum eigentlichen Ohm ist um einen geringen Betrag grösser oder kleiner als 1. Sie wird überflüssig sein, sobald der Wert dieses Verhältnisses genau bekannt sein wird.

Erkl. 388. Es liegt eine lange Reihe älterer und neuerer Untersuchungen vor über die Länge einer Quecksilbersäule, deren Widerstand bei 1 mm² Querschnitt und bei der Temperatur 0° das Ohm darstellt. Zu einer endgültigen Bestimmung dieser Länge ist es bis jetzt nicht gekommen, aber sicher weicht sie wenig von 106 cm ab.

Frage 261. Weshalb hat man ein System von absoluten elektromagnetischen Einheiten als praktisches Masssystem gewählt?

Antwort. Die Wahl eines Systems von absoluten elektromagnetischen (nicht elektrostatischen) Einheiten wird besonders durch zwei Gründe gerechtfertigt: einmal sind die Methoden zur Messung in absoluten elektromagnetischen Einheiten besser ausgebildet, als diejenigen, welche zur Messung in absoluten elektrostatischen Einheiten dienen; dann aber sind die elektromagnetischen Mess-

Erkl. 389. Man darf daraus nicht schliessen, dass es sich etwa empfehlen würde, das elektrostatische Masssystem aufzugeben. Für Messungen, die sich auf elektrostatische Erscheinungen beziehen, von denen es eben auch seinen Ursprung nimmt, bietet das System theoretische und praktische Vorteile. Es gibt den Formeln der Theorie einfachste Gestalt und führt zu Einheiten von passender Grösse.

Solange die kritische Geschwindigkeit nicht hinreichend genau bekannt ist, müssen jedenfalls das elektrostatische und das elektromagnetische Masssystem neben einander bestehen, da man Masszahlen, die dem einen entstammen, nicht mit genügender Sicherheit in das andere übertragen kann.

methoden wegen der technischen Anwendung der Elektricität praktisch besonders wichtig (siehe Erkl. 389).

Die Einheiten des praktischen Masssystems und die absoluten elektromagnetischen und elektrostatischen C.-G.-S.-Einheiten.

E. M. E. bedeutet: Absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit.
E. S. E. bedeutet: Absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit.

1) Stromstärke.

	Ampère	E. M. E.	E. S. E.
Ampère	1	$\frac{1}{10}$	$3 \cdot 10^9$
E. M. E.	10	1	$3 \cdot 10^{10}$
E. S. E.	$\frac{1}{3 \cdot 10^9}$	$\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$	1

2) Leitungswiderstand.

	Ohm	E. M. E.	E. S. E.
Ohm	1	10^9	$\frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$
E. M. E.	$\frac{1}{10^9}$	1	$\frac{1}{9 \cdot 10^{20}}$
E. S. E.	$9 \cdot 10^{11}$	$9 \cdot 10^{20}$	1

3) Elektricitätsmenge.

	Coulomb	E. M. E.	E. S. E.
Coulomb	1	$\frac{1}{10}$	$3 \cdot 10^9$
E. M. E.	10	1	$3 \cdot 10^{10}$
E. S. E.	$\frac{1}{3 \cdot 10^9}$	$\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$	1

4) Potential.

	Volt	E. M. E.	E. S. E.
Volt	1	10^8	$\frac{1}{300}$
E. M. E.	$\frac{1}{10^8}$	1	$\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$
E. S. E.	300	$3 \cdot 10^{10}$	1

5) Kapacität.

	Farad	Mikrofarad	E. M. E.	E. S. E.
Farad	1	10^6	$\frac{1}{10^9}$	$9 \cdot 10^{11}$
Mikrofarad	$\frac{1}{10^6}$	1	$\frac{1}{10^{15}}$	$9 \cdot 10^5$
E. M. E.	10^9	10^{15}	1	$9 \cdot 10^{20}$
E. S. E.	$\frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$	$\frac{1}{9 \cdot 10^5}$	$\frac{1}{9 \cdot 10^{20}}$	1

Anmerkung 20. Die vorstehenden fünf Tabellen, welche diesen Abschnitt schliessen, sind so eingerichtet, dass beim Rechnen die Zurückführung einer Masszahl von einer Einheit auf die andere in bequemster Weise ausgeführt werden kann. Sie erstrecken sich nur auf diejenigen elektrischen Grössen, deren praktische Einheiten mit besonderen Namen ausgezeichnet sind, weil die praktischen Einheiten der übrigen Grössen nicht gebraucht werden, und weil für die Verhältnisse zwischen absoluten elektromagnetischen und elektrostatischen Einheiten die Tabelle Seite 163 völlig ausreicht. Noch sei bemerkt, dass der Wert $v = 3 \cdot 10^{10}$ zu Grunde gelegt ist.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 461. Wieviel Ampère beträgt die Stärke eines elektrischen Stromes, der, einen Kreis von 5 cm Radius durchfliessend, auf den mit 10 absoluten C.-G.-S.-Einheiten Magnetismus ausgestatteten Kreismittelpunkt 2 Dyn Kraft ausübt?

Auflösung. Der elektromagnetische Ausdruck für die verlangte Stromstärke sei A. Dann ist (siehe Erkl. 348):

$$\frac{2\pi A \cdot 10\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{5\,\mathrm{cm}} = 2\,\mathrm{cm\,g\,sec}^{-2},$$

$$A = \frac{1}{2\pi}\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1} = 1{,}59 \text{ Ampère.}$$

Aufgabe 462. Der Mittelpunkt eines Kreises enthält eine absolute C.-G.-S.-Einheit Magnetismus; ein den Kreis durchfliessender Strom von 1 Ampère Stärke soll auf ihn mit 1 Dyn Kraft wirken. Welche Länge muss der Radius des Kreises haben?

Auflösung. Die verlangte Länge sei L. Dann ist:

$$\frac{2\pi \cdot 0{,}1\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1} \cdot \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{L} = \mathrm{cm\,g\,sec}^{-2},$$

$$L = 0{,}63 \text{ cm.}$$

Aufgabe 463. Ein in geradliniger Bahn fliessender Strom liefert in der Minute 9 cm^3 Knallgas. Mit welcher Kraft wirkt er in 4 cm Entfernung auf einen mit 25 absoluten C.-G.-S.-Einheiten Magnetismus ausgestatteten Punkt?

Erkl. 390. Ein Strom von 1 Ampère Stärke liefert bei der elektrolytischen Zersetzung des Wassers in der Minute 10,44 cm^3 Knallgas (Wasserstoff und Sauerstoff), gemessen bei 0° Temperatur und 760 mm Druck. Die sogen. Jakobische Einheit der Stromstärke liefert 1 cm^3 Knallgas. Es ist also die Jakobische Einheit gleich 0,096 Ampère.

Auflösung. Die Stromstärke beträgt 9 : 10,44 oder 1 : 1,16 Ampère oder 1 : 11,6 absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten (siehe Erkl. 390). Demnach ist die zu berechnende Kraft gleich (siehe Erkl. 348):

$$\frac{2}{11{,}6} \cdot \frac{\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1} \cdot 25\,\mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}}{4\,\mathrm{cm}}$$
$$= 1{,}08\,\mathrm{cm\,g\,sec}^{-2} = 1{,}08 \text{ Dyn.}$$

Aufgabe 464. Das elektrochemische Aequivalent eines Elementes ist der durch den elektrischen Strom ausgeschiedenen Menge desselben gerade, dagegen der Stromstärke und der Stromdauer umgekehrt proportional. Man soll hiernach das elektrochemische Aequivalent in das elektromagnetische L-M-T-System einordnen.

Erkl. 391. In der Zeit T geht die Elektricitätsmenge $L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}$ durch den Querschnitt des Stromkreises und man sagt auch, diese

Auflösung. Nach dem angegebenen Abhängigkeitsgesetze ist die Dimension des elektrochemischen Aequivalentes im elektromagnetischen L-M-T-System:

$$\frac{M}{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot T} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}.$$

Elektricitätsmenge scheide die Menge *M* des Elementes aus, was zu derselben Dimension des elektrochemischen Aequivalentes führt. Die absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit des letzteren, oder $1\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}$, hat dann ein Element, von dem 1 g durch $1\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}$ ausgeschieden wird. Auch diese Einheit stimmt mit der hierneben definierten überein.

Numerisch ist das elektrochemische Aequivalent eines Elementes gleich der durch die Einheit der Elektricitätsmenge ausgeschiedenen Menge desselben.

Aus dem praktischen Masssystem hat man die Einheit von einem Gramm pro Coulomb hergeleitet; sie enthält $10\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}$.

Seine absolute Einheit ist einem Elemente zuzuschreiben, von dem die Mengeneinheit bei der Einheit der Stromstärke in der Zeiteinheit ausgeschieden wird; seine absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit einem Elemente, von dem 1 g bei:

$$1\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}$$

Stromstärke in 1 sec ausgeschieden wird (siehe Erkl. 391).

Aufgabe 465. Wieviel Silber scheidet ein Strom von 1,5 Ampère Stärke in der Stunde aus, wenn das elektrochemische Aequivalent des Silbers $11181 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}$ beträgt?

Erkl. 392. Von allen elektrochemischen Aequivalenten ist das des Silbers am genauesten bekannt. Sein hierneben angewandter Wert ist das Mittel aus den Bestimmungen von Kohlrausch und Rayleigh. Die den übrigen Elementen zukommenden Werte lassen sich aus diesen berechnen, indem man jedesmal mit derjenigen Zahl multipliziert, die angibt, wieviel Gramm einem Gramm Silber chemisch äquivalent sind.

Auflösung. Das angegebene elektrochemische Aequivalent des Silbers ist gleich:

$$11\,181 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Gramm}}{\mathrm{Coulomb}}.$$

Demnach werden:

$$1{,}5 \cdot 3600 \cdot 11\,181 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{g} = 6{,}038\,\mathrm{g}$$

Silber ausgeschieden (siehe Erkl. 392).

Aufgabe 466. Zu wieviel absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheiten berechnet sich der spezifische Leitungswiderstand des Quecksilbers, wenn man annimmt, dass auf eine Quecksilbersäule von 1 mm^2 Querschnitt und 106 cm Länge 1 Ohm Widerstand kommt?

Erkl. 393. Man beachte das in der Erkl. 309 angegebene Gesetz, nach welchem der Leitungswiderstand von der Länge und dem Querschnitt eines Stromleiters abhängt.

Auflösung. Ist A der elektromagnetische Ausdruck für den fraglichen spezifischen Leitungswiderstand, so soll (siehe Erkl. 393):

$$\frac{A \cdot 106\,\mathrm{cm}}{\mathrm{mm}^2} = 10^9\,\mathrm{cm\,sec}^{-1}$$

sein, woraus folgt:

$$A = 94\,340\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Aufgabe 467. Auf wieviel m Kupfer- oder Eisendraht von 1 mm Dicke kommt 1 Ohm Widerstand, wenn der spezifische Leitungswiderstand des Kupfers 1620, der des Eisens 9600 absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten beträgt?

Auflösung. Bezeichnet L_1 die Länge des Kupferdrahtes, L_2 die des Eisendrahtes, so soll:

Erkl. 394. Für den spezifischen Leitungswiderstand der Metalle ist die passendste Einheit die absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheit. Er beträgt für:

Silber . . .	1620 $cm^2 sec^{-1}$
Kupfer . . .	1620 „ „
Platin . . .	8890 „ „
Eisen . . .	9600 „ „
Blei	19500 „ „
Quecksilber .	94340 „ „

$$\frac{1620 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \cdot L_1}{\pi (0{,}5 \text{ mm})^2} = 10^9 \text{ cm sec}^{-1}$$

$$\frac{9600 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \cdot L_2}{\pi (0{,}5 \text{ mm}^2)} = 10^9 \text{ cm sec}^{-1}$$

sein, woraus:

$$L_1 = 48{,}48 \text{ m}$$

$$L_2 = 8{,}18 \text{ m}$$

folgt (siehe Erkl. 394).

Aufgabe 468. Wieviel absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten beträgt das spezifische Leitungsvermögen des Quecksilbers?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{1}{94340 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}} = 106 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-2} \text{ sec.}$$

Aufgabe 469. Das spezifische Leitungsvermögen der in der Erkl. 395 angeführten Flüssigkeiten soll in absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheiten ausgedrückt werden.

Erkl. 395. Wenn man das spezifische Leitungsvermögen der Flüssigkeiten auf das des Quecksilbers als Einheit bezieht, so erhält man für Wasser, welches den zehnten Teil seines Gewichtes an Schwefelsäure, Kochsalz, Kupfervitriol enthält, die drei Werte:

$$366 \cdot 10^{-7},\ 113 \cdot 10^{-7},\ 30 \cdot 10^{-7}.$$

Auflösung. Indem man die in der Erkl. 395 angegebenen Werte der Reihe nach mit $106 \cdot 10^{-7}$ multipliziert, findet man für die zehnprozentige Lösung von:

Schwefelsäure . .	$388 \cdot 10^{-12}$ cm^{-2} sec
Kochsalz . . .	$120 \cdot 10^{-12}$ „ „
Kupfervitriol . .	$32 \cdot 10^{-12}$ „ „

Aufgabe 470. Wieviel absolute elektromagnetische C.-G.-S.-Einheiten beträgt der spezifische Leitungswiderstand einer zehnprozentigen Schwefelsäure?

Auflösung. Nach der vorhergehenden Aufgabe findet man:

$$\frac{9434 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}}{366 \cdot 10^{-8}} = 25776 \cdot 10^5 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}.$$

Aufgabe 471. Ein elektrischer Strom von 1 Ampère Stärke fliesst durch einen Kupferdraht von 1 mm Dicke. Wieviel Volt pro Meter beträgt an dem Draht entlang in der Richtung des Stromes das Potentialgefälle?

Auflösung. Da auf 1 m Draht nach der Auflösung zur Aufgabe 467 ein Leitungswiderstand von 1 : 48,48 oder 0,0206 Ohm kommt, so beträgt das Potentialgefälle 0,0206 Volt pro Meter.

Aufgabe 472. Derselbe Strom durchfliesst einen Eisendraht von 1 mm Dicke. Wie gross wird an diesem entlang das Potentialgefälle sein?

Auflösung. Da jetzt auf 1 m Draht 1 : 8,18 oder 0,122 Ohm kommen, so beträgt das Potentialgefälle 0,122 Volt pro Meter.

Aufgabe 473. Zwei Platinplatten von je 1 cm^2 Flächeninhalt stehen in zehnprozentiger Schwefelsäure einander parallel gegenüber. Wieviel Volt pro Centimeter beträgt das Potentialgefälle in der Flüssigkeitsschicht zwischen den beiden Platten, wenn ein Strom von 1 Ampére Stärke durchgeht?

Auflösung. Die eingeschaltete Flüssigkeitsschicht bietet nach der Auflösung zur Aufgabe 470 auf je 1 cm Länge 2,58 Ohm Widerstand. Das fragliche Potentialgefälle beträgt also 2,58 Volt pro Centimeter.

Aufgabe 474. Wie gross ist bei einer Stromstärke von 1 Ampère die Intensität der Arbeitsleistung in jedem Teile des Stromkreises, der 1 Ohm Widerstand enthält?

Erkl. 396. Man vergleiche das, was S. 159 über den Zusammenhang zwischen dem Leitungswiderstande LT^{-1} und der Geschwindigkeit LT^{-1} gesagt ist.

Erkl. 397. Da:

$$(10^9\,cm)^2\,10^{-11}\,g\,sec^{-2} = 10^7\,cm^2\,g\,sec^{-2}$$

ist, so stellen das Joule und das Watt die folgerichtig aus den drei Fundamentaleinheiten des praktischen elektromagnetischen Masssystems gebildeten Einheiten der mechanischen Arbeit und der Arbeitsintensität dar.

Auflösung. Die fragliche Arbeitsintensität beträgt (siehe Erkl. 396):

$$(10^{-1}\,cm^{\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1})^2 \cdot 10^9\,cm\,sec^{-1} = 10^7\,cm^2\,g\,sec^{-3},$$

d. h. 1 Watt oder 1 Joule in der Sekunde (siehe die Antworten auf die Fragen 93 und 85).

Man sagt daher auch kurz, bei 1 Ampère Stromstärke betrage in 1 Ohm Widerstand die Arbeitsintensität 1 Watt (siehe Erkl. 397).

Aufgabe 475. Wieviel Dyn enthält die aus den drei Fundamentaleinheiten des praktischen elektromagnetischen Masssystems abgeleitete Krafteinheit?

Auflösung. Es ist:

$$10^9\,cm\,10^{-11}\,g\,sec^{-2} = 10^{-2}\,cm\,g\,sec^{-2}$$

oder gleich 0,01 Dyn.

Diese Kraft leistet 1 Joule Arbeit auf einem Wege von 10^9 cm Länge.

Aufgabe 476. Welche Abstossung würden in Luft zwei ruhende, mit je 1 Coulomb positiver Elektricität ausgestattete Punkte in 1 cm Entfernung aufeinander ausüben?

Auflösung. Die Abstossung würde (siehe Erkl. 373) gleich:

$$9 \cdot 10^{20}\,cm^2\,sec^{-2} \cdot \frac{(10^{-1}\,cm^{\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}})^2}{cm^2}$$

oder gleich $9 \cdot 10^{18}$ Dyn sein.

Aufgabe 477. Wie gross müsste der Durchmesser einer in Luft isolierten, leitenden Kugel sein, die 1 Coulomb Elektricität aufnehmen könnte, wenn angenommen wird, dass die elektrische Flächendichte auf 20 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten gebracht werden kann?

Auflösung. Aus der in elektrostatischen Einheiten geschriebenen Gleichung:

$$\pi L^2 \cdot 20\,cm^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1} = 3 \cdot 10^9\,cm^{\frac{3}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$$

folgt $L = 6910$ cm. Der Durchmesser müsste also etwa 69 m lang sein.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1090. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 1081. — Seite 177—192.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 1081. — Seite 177—192.

Inhalt:

Stuttgart 1892.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar **in vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten Mathematik** — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt** gelöste, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Aufgabe 478. Welchen Radius müsste eine leitende Kugel haben, wenn ihre Kapacität 1 Farad betragen sollte?

Auflösung. Da das Farad $9 \cdot 10^{11}$ absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten der Kapacität enthält, so müsste der Radius $9 \cdot 10^{11}$ cm oder $9 \cdot 10^{6}$ km lang sein (siehe Erkl. 328).

Aufgabe 479. Welche Länge müsste der Kugelradius haben, wenn die Kapacität 1 Mikrofarad sein sollte?

Auflösung. Aus der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe folgt, dass eine Kugel von 9 km Radius 1 Mikrofarad Kapacität besitzen würde.

Aufgabe 480. Der positive Pol einer offenen Kette von 60 hinter einander geschalteten Daniellschen Elementen ist mit einer isolierten, leitenden Kugel von 10 cm Radius verbunden, während der negative zur Erde abgeleitet ist. Wieviel absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten positiver Elektricität nimmt die Kugel auf?

Erkl. 398. Die elektromotorische Kraft eines offenen Daniellschen Elementes, d. h. die Potentialdifferenz seiner beiden nicht verbundenen Pole beträgt im Mittel 1,1 Volt. Der zur Erde abgeleitete Pol nimmt das Potential null an.

Auflösung. Die Kugel nimmt ein Potential von $60 \cdot 1{,}1$ oder 66 Volt an (s. Erkl. 398). Durch Zurückführung auf absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheiten ergibt sich:

$$66 \text{ Volt} = 0{,}22 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}.$$

Demnach ist die Ladung der Kugel gleich:

$$10 \text{ cm} \cdot 0{,}22 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1} = 2{,}2 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}.$$

Aufgabe 481. Wie kann die als Volt bezeichnete Einheit des Potentials aus den Einheiten der Elektricitätsmenge und der mechanischen Arbeit im praktischen elektromagnetischen Masssystem abgeleitet werden?

Auflösung. Ein Ort A im elektrischen Felde besitzt ein Potential von 1 Volt, wenn an einem mit 1 Coulomb ausgestatteten Punkte bei seiner Entfernung aus dem Felde von A aus 1 Joule Arbeit geleistet wird.

Aufgabe 482. In welchem Verhältnisse steht die im praktischen elektromagnetischen Masssystem folgerichtig gebildete Einheit der Dielektricität zur absoluten elektromagnetischen C.-G.-S.-Einheit derselben?

Erkl. 399. Die Dielektricität der Luft beträgt (siehe die Auflösung zur Aufgabe 454) also $\frac{1}{900}$ der in Rede stehenden Einheit des praktischen Masssystems.

Auflösung. Da:

$$(10^9 \text{ cm})^{-2} \text{ sec}^2 = 10^{-18} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^2$$

ist, so ist das verlangte Verhältnis gleich $1 : 10^{18}$ (siehe Erkl. 399).

Aufgabe 483. Wie kann die von Clausius als 1 Weber bezeichnete Einheit des Magnetismus aus den Einheiten der Länge und der Kraft hergeleitet werden?

Auflösung. Es ist ein Weber diejenige Menge des freien Magnetismus, welche auf

einer ihr gleiche Menge in 10^9 cm Entfernung 0,01 Dyn Kraft ausübt (siehe Aufgabe 475).

Aufgabe 484. Ein elektrischer Strom von 1 Ampère Stärke durchfliesst einen Kreis von 10^9 cm Radius. Welche Kraft übt er auf den mit 1 Weber ausgestatteten Kreismittelpunkt aus?

Auflösung. Nach der Erkl. 348 ist die Kraft gleich dem 2π-fachen der in der Aufgabe 475 berechneten Krafteinheit vom Betrage 0,01 Dyn, also gleich 0,0628 Dyn.

Aufgabe 485. In welchem Verhältnisse stehen die Einheiten des in der Aufgabe 455 behandelten kritischen Masssystems zu denen des praktischen Masssystems?

Erkl. 400. Man hat, um die hierneben angegebenen Beziehungen zu finden, nur nötig, in die Dimensionsausdrücke des elektromagnetischen Systems einmal die Werte:

$$3 \cdot 10^{10}\text{ cm},\quad \frac{10^{-12}}{3}\text{ g},\quad \text{sec},$$

darauf die Werte:

$$10^9\text{ cm},\quad 10^{-11}\text{ g},\quad \text{sec}$$

einzusetzen und darauf die Verhältnisse der so erhaltenen Ausdrücke zu bilden.

Auflösung. Wenn man den Wert $v = 3 \cdot 10^{10}$ zu Grunde legt, so findet man (siehe Erkl. 400) die kritische Einheit:

des Magnetismus = 30 Weber,
der Stromstärke = 1 Ampère,
des Leitungswiderstandes = 30 Ohm,
der Elektricitätsmenge = 1 Coulomb,
der Kapacität = $\frac{1}{30}$ Farad.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 486. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten Magnetismus enthält der Mittelpunkt eines Kreises von 8 cm Radius, wenn ein den Kreis durchfliessender Strom von 1,5 Ampère Stärke ihn mit 1 Dyn Kraft angreift?

Aufgabe 487. Ein elektrischer Strom von 1,26 Ampère Stärke durchfliesst einen Kreis von 8 cm Durchmesser; mit wieviel Dyn Kraft wirkt er auf den Kreismittelpunkt, wenn dieser 5 absolute C.-G.-S.-Einheiten Magnetismus enthält?

Aufgabe 488. Wenn 1 g Wasserstoff und 107,7 g Silber chemisch äquivalent sind, wieviel Gramm pro Coulomb beträgt dann das elektrochemische Aequivalent des Wasserstoffs?

Andeutung. Man vergleiche die Erkl. 392.

Aufgabe 489. Wenn 1 l Wasserstoff bei der Temperatur 0^0 und 760 mm Druck 0,0896 g wiegt, wieviel Kubikcentimeter pro Coulomb beträgt dann das elektrochemische Aequivalent des Wasserstoffs?

Aufgabe 490. Wieviel Ohm beträgt der Leitungswiderstand einer Quecksilbersäule von 1 mm^2 Querschnitt und 1 m Länge, d. h. die sog. Quecksilber- oder Siemens-Einheit des Widerstandes?

Aufgabe 491. Wieviel Ohm Leitungswiderstand kommen auf 1 m Kupferdraht von 1 mm Dicke?

Andeutung. Man vergleiche die Lösung zur Aufgabe 467.

Aufgabe 492. Wieviel Ohm kommen ebenso auf 1 m Eisendraht von 1 mm Dicke?

Aufgabe 493. Ein elektrischer Strom von 1 Ampère Stärke durchfliesst eine Quecksilbersäule von 1 mm^2 Querschnitt. Wieviel Volt pro Meter beträgt das Potentialgefälle an der Quecksilbersäule entlang in der Stromrichtung?

Aufgabe 494. Ein Gemisch von 150 g Wasser und 15 g Schwefelsäure wird durch einen elektrischen Strom zerlegt, der in der Minute 2 cm^3 Knallgas liefert, gemessen bei 0^0 und 760 mm Druck. Als Elektroden dienen zwei Platinplatten von 4 cm Länge und 2,5 cm Breite, die sich in 5 mm Entfernung parallel gegenüber stehen. Wieviel Volt beträgt die Potentialdifferenz zwischen den beiden Elektroden?

Andeutung. Man vergleiche die Lösung zur Aufgabe 473 und die Erkl. 390.

Aufgabe 495. Wieviel Volt pro Meter beträgt das normale Potentialgefälle im elektrischen Felde der Erde über horizontalen Ebenen vertikal abwärts?

Andeutung. Man vergleiche die Aufgabe 435 und die Erkl. 387.

Aufgabe 496. Wieviel Watt beträgt die Intensität der Arbeitsleistung in 2 Ohm Widerstand bei 5 Ampère Stromstärke?

Andeutung. Man vergleiche die Lösung zur Aufgabe 474.

Aufgabe 497. Wieviel Coulomb beträgt die gesamte Ladung der Erdkugel?

Andeutung. Man vergleiche die Aufgabe 436.

Aufgabe 498. Wieviel Volt beträgt das negative Potential der Erde?

Andeutung. Man vergleiche die Aufgabe 437.

Aufgabe 499. Wieviel Mikrofarad beträgt die Kapacität der Erdkugel, wenn ihr Radius $637 \cdot 10^4$ m lang ist?

Aufgabe 500. Eine Leydener Batterie von 0,05 Mikrofarad Kapacität wird durch 40 galvanische Elemente von je 1,115 Volt elektromotorischer Kraft geladen. Wieviel Coulomb nimmt sie auf?

Andeutung. Man vergleiche die Lösung zur Aufgabe 480.

D_7. Das elektrodynamische *L-M-T*-System.

Frage 262. Welchen Ausgangspunkt nimmt das elektrodynamische *L-M-T*-System?

Antwort. Bei der Aufstellung des elektrodynamischen *L-M-T*-Systems geht man von der zwischen zwei elektrischen Strömen auftretenden Anziehung oder Abstossung aus (siehe Erkl. 401).

Erkl. 401. Die zwischen zwei elektrischen Strömen auftretende Kraft wird als elektrodynamische Kraft bezeichnet, woher das System seinen Namen erhalten hat. Man benutzt sie zunächst zur Bestimmung der Stromstärke.

Frage 263. Wie wird im elektrodynamischen L-M-T-System die Stärke des elektrischen Stromes bestimmt, und welche Dimension hat sie in diesem System?

Erkl. 402. Die Kraft ist eine Anziehung wenn die Ströme gleich gerichtet sind, eine Abstossung, wenn sie entgegengesetzte Richtung haben.

Erkl. 403. Nach einem von Ampère aufgestellten Gesetze ist nämlich die Kraft zwischen zwei parallelen Strömen, von denen der eine unendlich lang ist, der Länge des anderen und den beiden Stromstärken gerade proportional, dagegen ihrem Abstande umgekehrt proportional.

Antwort. Eine geradlinige Stromstrecke von der Länge L habe von einer sehr langen, ihr parallelen Stromstrecke den Abstand L; beide Ströme seien von gleicher Stärke. Dann ist diese Stromstärke allein durch die zwischen den beiden Strecken auftretende Kraft LMT^{-2} vollständig bestimmt (siehe Erkl. 402). Sie ist der Quadratwurzel aus dieser Kraft proportional (siehe Erkl. 403) und hat daher die Dimension:

$$(LMT^{-2})^{\frac{1}{2}} = L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}.$$

Frage 264. Welche Folgerung ergibt sich aus der Antwort auf die vorhergehende Frage?

Erkl. 404. Man hat nur nötig, hier ebenso zu verfahren, wie es im Abschnitte D_4 von der Frage 242 an geschehen ist.

Aus der Uebereinstimmung der Dimensionen folgt nur, dass jede elektrische Grösse in beiden Systemen nach demselben Gesetze von L, M, T abhängig ist.

Antwort. Die für die Stromstärke gefundene Dimension lehrt, dass im elektrodynamischen L-M-T-System sämtliche Dimensionen mit denen des elektromagnetischen L-M-T-Systems übereinstimmen (siehe Erkl. 404).

Frage 265. Stellt der Dimensionsausdruck $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ im elektrodynamischen und im elektromagnetischen L-M-T-System ein und dieselbe Stromstärke dar?

Erkl. 405. Dies ergibt sich aus der Thatsache, dass unter den in der Antwort auf die Frage 263 angegebenen Bedingungen die elektromagnetische Stromstärke $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ die Kraft $2LMT^{-2}$ hervorbringt.

Antwort. Nein, es verhält sich vielmehr die elektrodynamische Stromstärke $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ zur elektromagnetischen Stromstärke $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ wie $1:\sqrt{2}$ (siehe Erkl. 405).

Frage 266. Wie findet man für die übrigen elektrischen Grössen das Verhältnis des durch ihren elektrodynamischen Dimensionsausdruck dargestellten Betrages zu dem durch ihren elektromagnetischen Ausdruck dargestellten Betrage?

Erkl. 406. Man findet z. B. für die Elektricitätsmenge die beiden Ausdrücke AT und

Antwort. Die elektrodynamische Stromstärke $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ werde mit A, die elektromagnetische Stromstärke $L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$ mit B bezeichnet. Nun bilde

BT, deren Verhältnis $A:B$ oder $1:\sqrt{2}$ ist. Ebenso für die Intensität des elektrischen Feldes die Ausdrücke:

$$A^{-1}LMT^{-3} \text{ und } B^{-1}LMT^{-3},$$

deren Verhältnis B zu A oder $\sqrt{2}:1$ ist, u. s. w. Die so erhaltenen Verhältnisse sind hierunter zusammengestellt.

man mit Hilfe von A und B die Ausdrücke für die übrigen elektrischen Grössen und dividiere je zwei zusammengehörige Ausdrücke durch einander (siehe Erkl. 406).

Verhältnis des elektrodynamischen zum elektromagnetischen L-M-T-Betrage.

Stromstärke	$1:\sqrt{2}$	Dielektricität	$1:2$
Elektricitätsmenge	$1:\sqrt{2}$	Kraftströmung	$\sqrt{2}:1$
Flächendichte	$1:\sqrt{2}$	Stromdichte	$1:\sqrt{2}$
Intensität des elektrischen Feldes	$\sqrt{2}:1$	Leitungswiderstand	$2:1$
Potential	$\sqrt{2}:1$	Spezifischer Leitungswiderstand	$2:1$
Potentialgefälle	$\sqrt{2}:1$	Leitungsvermögen	$1:2$
Kapacität	$1:2$	Spezifisches Leitungsvermögen	$1:2$

Frage 267. Welche Regel kann über das Verhältnis des elektrodynamischen zum elektromagnetischen L-M-T-Betrage ausgesprochen werden?

Antwort. Es lässt sich leicht zeigen, dass folgende Regel gilt: wenn man in den elektrodynamisch verstandenen Dimensionsausdrücken der Stromstärke, der Elektricitätsmenge, des Potentials, der Kapacität, des Leitungswiderstandes, des Leitungsvermögens L durch $\frac{1}{2}L$ und M durch $4M$ ersetzt, so erhält man die durch die elektromagnetisch verstandenen Dimensionsausdrücke dieser Grössen dargestellten Beträge (siehe Erkl. 407).

Erkl. 407. Von der Richtigkeit dieser Regel überzeugt man sich leicht, indem man die angegebene Ersetzung vornimmt und sich dann vergewissert, dass die Dimensionsausdrücke sich dadurch in denjenigen Verhältnissen vergrössern oder verkleinern, die durch die Zusammenstellung in der Antwort auf die vorhergehende Frage gefordert werden.

Auf die hierneben nicht erwähnten elektrischen Grössen findet die Regel keine Anwendung.

Anmerkung 21. Die absoluten elektrodynamischen Einheiten ergeben sich so einfach, dass ihre ausdrückliche Definition hier unnötig erscheint. Ihr Verhältnis zu den entsprechenden elektromagnetischen Einheiten ist selbstverständlich in der Zusammenstellung angegeben, die sich in der Antwort auf die Frage 266 findet.

Anmerkung 22. Da das elektrodynamische L-M-T-System praktisch ohne Bedeutung ist, so sind besondere Aufgaben über dasselbe nicht notwendig.

D_8. Das L-M-T-System in der Wärmelehre.

Anmerkung 23. Für die drei Grössen: Wärmemenge, Wärmekapacität und Temperaturdifferenz besteht nur das eine Abhängigkeitsgesetz, nach welchem die einem Körper zugeführte Wärmemenge seiner Masse, der Wärmekapacität des Stoffes und der Temperaturerhöhung proportional ist. Durch dieses Gesetz kann von den angegebenen drei Grössen nur eine abhängig veränderlich gemacht werden.

In demjenigen L-M-T-System der Wärmegrössen, welches am häufigsten angewandt wird, ist denn auch für die Wärmekapacität und für die Temperatur-

differenz je ein gewisser unveränderlicher Betrag gewählt, und die Wärmemenge abhängig veränderlich gemacht. Es soll als das gewöhnliche System bezeichnet werden.

Da aber Wärme und mechanische Arbeit äquivalent sind, so kann eine Wärmemenge auch durch einen Betrag mechanischer Arbeit bestimmt und dadurch für sich allein von L, M und T abhängig gemacht werden. Man kann dann das oben angegebene Gesetz benutzen, um entweder die Wärmekapacität, oder aber die Temperaturdifferenz abhängig veränderlich zu machen. Dadurch gelangt man zu zwei neuen L-M-T-Systemen der Wärmegrössen, die mit Rücksicht auf ihren Ausgangspunkt beide als mechanische Systeme bezeichnet werden dürfen. Sie sollen hier als das erste und zweite mechanische System von einander unterschieden werden.

In dem ersten mechanischen L-M-T-System der Wärmegrössen ist also die Temperaturdifferenz nicht abhängig veränderlich. Es hat besonders in neuerer Zeit Anwendung gefunden und empfiehlt sich dadurch, dass es zu anschaulichen und für manche theoretische Untersuchungen bequemen Einheiten führt.

In dem zweiten mechanischen L-M-T-System der Wärmegrössen ist dagegen die Wärmekapacität nicht abhängig veränderlich. Es ist bisher von den Physikern gar nicht angewandt worden.

---

a) Das gewöhnliche L-M-T-System der Wärmegrössen.

1) Temperaturdifferenz.

Frage 268. Welcher Betrag der Temperaturdifferenz wird dem gewöhnlichen L-M-T-System der Wärmegrössen zu Grunde gelegt?

Erkl. 408. Es ist der hundertste Teil der Temperaturdifferenz zwischen dem Gefrierpunkte und dem Siedepunkte des Wassers unter dem Druck einer Atmosphäre. Der Nullpunkt der Temperatur wird entweder willkürlich bestimmt, oder aber so gewählt, dass die wichtigsten Formeln der Wärmelehre einfachste Gestalt annehmen.

Antwort. Es ist üblich, als unveränderlichen Betrag der Temperaturdifferenz den Celsiusgrad einzuführen (siehe Erkl. 408). Nach der Antwort auf die Frage 45 ist sein Dimensionsausdruck 1.

Ausnahmsweise wird statt 1° C. auch wohl die Temperaturdifferenz von 100° C. eingeführt.

---

2) Wärmekapacität.

Frage 269. Welchen Betrag der Wärmekapacität legt man dem gewöhnlichen L-M-T-System der Wärmegrössen zu Grunde?

Erkl. 409. Die auf diese Einheit bezogene Masszahl der Wärmekapacität eines anderen Stoffes wird vorzugsweise als seine spezifische Wärme bezeichnet.

Antwort. Man führt die Wärmekapacität des Wassers als unveränderlichen Betrag ein (siehe Erkl. 409). Nach der Antwort auf die Frage 45 ist auch sein Dimensionsausdruck 1.

---

3) Wärmemenge.

Frage 270. Wie wird die Wärmemenge dem gewöhnlichen L-M-T-System eingeordnet?

Antwort. Die Wärmemenge wird bestimmt durch die Wassermasse M, deren Temperatur sie um einen Celsius-

Erkl. 410. Wenn man festsetzt, dass die Wärmemenge M die Wassermasse M von 0^0 auf 1^0 C. erwärmen soll, so wird dem System die Wärmekapacität zu Grunde gelegt, welche dem Wasser bei 0^0 eigentümlich ist. Das ist der Form nach bestimmter, weil das Wasser seine Wärmekapacität mit der Temperatur ändert. Indessen ist diese Aenderung gering und nicht so genau bekannt, dass die bestimmtere Definition auch wirklich durchgeführt werden kann.

Erkl. 411. Im Gegensatz zu der häufig gebrauchten grossen oder Kilogrammkalorie. Die vollständige Bezeichnung der C.-G.-S.-Einheit würde sein: Gramm-Celsiusgrad-Wasser-Kalorie; man stellt sie oft durch das Zeichen cal dar. Die von 100^0 C., statt von 1^0 C. abgeleitete Grammkalorie ist wohl durch das Zeichen K dargestellt worden.

grad erhöht (siehe Erkl. 410). Sie ist dieser Wassermasse gerade proportional und hat daher die Dimension:

$$M.$$

Die absolute Einheit der Wärmemenge erhöht die Temperatur der Masseneinheit Wasser um einen Celsiusgrad; sie wird als Kalorie bezeichnet. Ihre absolute C.-G.-S.-Einheit ist die Grammkalorie, welche durch das Zeichen g darzustellen ist; sie wird auch die kleine Kalorie genannt (s. Erkl. 411).

4) Mechanisches Aequivalent der Wärme.

Frage 271. Wodurch wird das mechanische Aequivalent der Wärme bestimmt, und welche Dimension hat es im gewöhnlichen System?

Erkl. 412. Die Aequivalenz oder Gleichwertigkeit ist dahin zu verstehen, dass die Wärmemenge M zur Leistung der Arbeit L^2MT^{-2} verbraucht werden oder durch Leistung dieser Arbeit entstehen kann.

Erkl. 413. Zahlreiche Versuche haben ergeben, dass das Wärmeäquivalent unter den verschiedensten Umständen immer denselben Betrag hat; damit ist ein wesentlicher Teil des Gesetzes der Erhaltung der Kraft gesichert worden. Es ist aher keineswegs von vornherein sinnwidrig, sich das mechanische Wärmeäquivalent veränderlich zu denken.

Antwort. Das mechanische Wärmeäquivalent wird bestimmt durch die mechanische Arbeit L^2MT^{-2}, die der Wärmemenge M äquivalent ist (siehe Erkl. 412). Es ist jener Arbeit gerade, dagegen dieser Wärmemenge umgekehrt proportional, wonach seine Dimension:

$$L^2MT^{-2} : M = L^2T^{-2}$$

ist (siehe Erkl. 413).

Frage 272. Wie ist die absolute Einheit festzusetzen, auf die das mechanische Aequivalent der Wärme bezogen wird?

Erkl. 414. Die absolute C.-G.-S.-Einheit des mechanischen Aequivalentes der Wärme ist also:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Grammkalorie}}$$

oder:

$$\frac{\text{cm}^2\,\text{g}\,\text{sec}^{-2}}{\text{g}} = \text{cm}^2\,\text{sec}^{-2}.$$

Vielfach wird das mechanische Aequivalent der Wärme auch auf die vom Gravitationsmass der Arbeit abgeleitete Einheit:

Antwort. Aus der Antwort auf die vorhergehende Frage folgt, dass die absolute Einheit des mechanischen Wärmeäquivalentes durch die absoluten Einheiten der Arbeit und der Wärmemenge bestimmt wird; sie ist allgemein durch:

$$\frac{\text{Arbeitseinheit}}{\text{Wärmeeinheit}},$$

d. h. Arbeitseinheit pro Wärmeeinheit, darzustellen (siehe Erkl. 414).

$$\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogrammkalorie}}$$

bezogen, d. h. in Meterkilogramm pro Kilogrammkalorie angegeben. Diese Einheit enthält 98100 $cm^2 sec^{-2}$.

Frage 273. Welchen Betrag hat das mechanische Aequivalent der Wärme?

Erkl. 415. Dieser Wert ist wahrscheinlich etwas zu gross. Die vorliegenden Ergebnisse schwanken zwischen etwa 424 und 432 Meterkilogramm pro Kilogrammkalorie, oder zwischen etwa $41{,}6 \cdot 10^6$ und $42{,}4 \cdot 10^6\, cm^2 sec^{-2}$. Die kleineren Werte sind wohl als etwas zuverlässiger anzusehen.

Antwort. Man kann für das mechanische Wärmeäquivalent auf Grund der bisher ausgeführten Bestimmungen den abgerundeten Betrag:

$$42 \cdot 10^6 \frac{\text{Erg}}{\text{Grammkalorie}}$$

oder $42 \cdot 10^6\, cm^2 sec^{-2}$ annehmen (siehe Erkl. 415).

5) Intensität der Wärmeentwicklung.

Frage 274. Was ist über die Intensität der Wärmeentwickelung im gewöhnlichen *L-M-T*-System festzusetzen?

Erkl. 416. Die Intensität der Wärmeentwickelung entspricht genau der Intensität der Arbeitsleistung. Sie ist besonders dann von Wichtigkeit, wenn durch Arbeitsleistung Wärme hervorgebracht wird, was z. B. bei der an strömender Elektricität geleisteten Arbeit (siehe die Antwort auf die Frage 228) immer der Fall ist. Aus der Intensität der Arbeitsleistung kann dann mit Hilfe des mechanischen Wärmeäquivalentes die Intensität der Wärmeentwickelung leicht bestimmt werden.

Antwort. Die Intensität der Wärmeentwickelung wird bestimmt durch die in der Zeit T hervorgebrachte Wärmemenge M. Sie ist der letzteren gerade, der ersteren umgekehrt proportional, hat also die Dimension:

$$\frac{M}{T} = MT^{-1}$$

(siehe Erkl. 416). Ihre absolute Einheit ist:

$$\frac{\text{Wärmeeinheit}}{\text{Zeiteinheit}},$$

d. h. die Wärmeeinheit in der Zeiteinheit.

Als absolute C.-G.-S.-Einheit ergibt sich also:

$$\frac{\text{Grammkalorie}}{\text{Sekunde}} = \frac{g}{sec} = g\, sec^{-1}.$$

6) Schmelzwärme, Verdampfungswärme, Verbrennungswärme.

Frage 275. Sind die Schmelzwärme, die Verdampfungswärme und die Verbrennungswärme im gewöhnlichen System abhängig veränderlich?

Erkl. 417. Wenn man also z. B. sagt: die Schmelzwärme des Eises sei 80, die Verdampfungswärme des Wassers sei 536, die Verbrennungswärme der Kohle sei 8000, so bedeutet das: 1 g Eis verbrauche zum Schmelzen 80 Grammkalorien, 1 kg Eis 80 Kilogrammkalorien u. s. w.; 1 g Wasser verbrauche zum

Antwort. Die gegebenen drei Grössen sind im gewöhnlichen *L-M-T*-System nicht abhängig veränderlich, sondern haben einen unveränderlichen Betrag und die Dimension 1. Dieser Betrag dient stets als Einheit und kommt einem Körper dann zu, wenn die Masse M desselben die Wärmemenge M zum Schmel-

Verdampfen 536 Grammkalorien, 1 kg Wasser 536 Kilogrammkalorien u. s. w.; 1 g Kohle entwickele beim Verbrennen 8000 Grammkalorien, 1 kg Kohle 8000 Kilogrammkalorien u. s. w.

zen oder Verdampfen verbraucht, oder aber bei der Verbrennung hervorbringt (siehe Erkl. 417).

7) Lineare und kubische Wärmeausdehnung.

Frage 276. Was versteht man unter Ausdehnungskoëffizienten?

Erkl. 418. Bei Gasen bezieht sich der Ausdehnungskoëffizient im einfachsten und gewöhnlichsten Falle auf Erwärmung unter konstantem Druck. Beiläufig sei hier bemerkt, dass man als Spannungskoëffizienten wohl die Masszahl der verhältnismässigen Druckzunahme eines bei konstantem Volumen erwärmten Gases bezeichnet.

Antwort. Als Ausdehnungskoëffizienten bezeichnet man die Masszahlen der linearen und kubischen Ausdehnung der Stoffe beim Erwärmen (siehe Erkl. 418).

Sowohl die lineare als auch die kubische Ausdehnung kann dabei auf Länge oder Volumen bei einer beliebig gewählten Anfangstemperatur (z. B. 0^0) bezogen werden.

Frage 277. Sind die Ausdehnungskoëffizienten im gewöhnlichen System der Wärmegrössen von den Einheiten der Länge, Masse und Zeit abhängig?

Erkl. 419. Die Wärmeausdehnung ist also im gewöhnlichen L-M-T-System eine unveränderliche Grösse von der Dimension 1. Wie ihr Betrag im einzelnen festgesetzt wird, ist für das System gleichgültig und braucht deshalb hier nicht erörtert zu werden.

Antwort. Die Ausdehnungskoëffizienten sind von den drei Fundamentaleinheiten ganz unabhängig, da weder die Einheit der linearen oder der kubischen Ausdehnung, noch die der Temperaturdifferenz eine abgeleitete Einheit ist (siehe Erkl. 419).

8) Spezifische äussere Arbeit bei der Ausdehnung eines Gases unter konstantem Druck.

Frage 278. Wodurch wird die spezifische äussere Arbeit bestimmt und welche Dimension hat sie im gewöhnlichen L-M-T-System?

Erkl. 420. Man denke sich das Gas in einem Cylinder mit beweglichem Kolben. Die Bewegung des Kolbens finde ohne Reibung statt. Wird nun dem Gase von aussen so viel Wärme zugeführt, dass es seine Temperatur um einen Celsiusgrad erhöht, so dehnt es sich bei der Erwärmung aus, indem es den Kolben in Bewegung setzt. Hierbei hat das Gas eine gewisse mechanische Arbeit zu leisten, da auf dem Kolben der äussere Druck lastet.

Die spezifische äussere Arbeit ist ausschliesslich von der Natur des Gases abhängig.

Antwort. Die spezifische äussere Arbeit bei der Ausdehnung eines Gases unter konstantem Druck wird bestimmt durch die Masse M des Gases und die mechanische Arbeit L^2MT^{-2}, die das Gas gegen den äusseren Druck leistet, wenn seine Temperatur um einen Celsiusgrad erhöht wird (siehe Erkl. 420). Sie ist der bezeichneten mechanischen Arbeit gerade, dagegen der Gasmasse umgekehrt proportional. Demnach ist ihre Dimension im gewöhnlichen System:

$$L^2MT^{-2} : M = L^2T^{-2}.$$

Frage 279. Wie wird die absolute Einheit der spezifischen äusseren Arbeit festgesetzt?

Erkl. 421. Auch die vom Gravitationsmass der Arbeit hergeleitete Einheit:

$$\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogramm}} = 98100 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

ist vielfach in Gebrauch.

Erkl. 422. Das Gasgesetz ist die aus dem Gay-Lussacschen und Boyleschen (oder Mariotteschen) Gesetze hervorgehende Abhängigkeit zwischen dem Druck, dem spezifischen Volumen und der absoluten (d. h. von — 273° C. an gezählten) Temperatur eines Gases. Nach demselben ist das Produkt aus dem Druck und spezifischen Volumen eines Gases numerisch gleich dem Produkte aus seiner spezifischen äusseren Arbeit und seiner absoluten Temperatur.

Unter dem Gasdruck wird selbstverständlich die Intensität des von dem Gase ausgeübten oder erlittenen Flächendruckes verstanden.

Antwort. Die fragliche absolute Einheit ist allgemein:

$$\frac{\text{Arbeitseinheit}}{\text{Masseneinheit}},$$

d. h. Arbeitseinheit pro Masseneinheit. Die absolute C.-G.-S.-Einheit ist also:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} = \frac{\text{cm}^2 \text{ g sec}^{-2}}{\text{g}} = \text{cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

(siehe Erkl. 421).

Die Masszahl der spezifischen äusseren Arbeit eines Gases bei seiner Ausdehnung unter konstantem Druck wird auch als die Konstante des Gasgesetzes bezeichnet, weil diese Grösse besonders wegen ihres Auftretens im Gasgesetze von Wichtigkeit ist (siehe Erkl. 422).

Frage 280. Welchen Betrag hat die spezifische äussere Arbeit bei der Ausdehnung unter konstantem Druck für die Luft?

Erkl. 423. Wendet man das Gravitationsmass der mechanischen Arbeit an, so wird der Betrag:

$$29{,}27 \frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogramm}},$$

also die Konstante des Gasgesetzes gleich 29,27.

Antwort. Die fragliche Grösse ist für Luft gleich:

$$287 \cdot 10^4 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$

oder $287 \cdot 10^4 \text{cm}^2 \text{sec}^{-2}$ (siehe Erkl. 423). Um sie für ein anderes Gas zu erhalten, hat man den vorstehenden Betrag nur durch die auf Luft bezogene Dichte des Gases zu dividieren.

---

9) Wärmeleitungsfähigkeit.

Frage 281. Was ist über die Wärmeleitungsfähigkeit eines Stoffes im gewöhnlichen *L-M-T*-System festzusetzen?

Erkl. 424. Die prismatische Schicht hat man sich im Inneren eines aus dem betreffenden Stoffe bestehenden Körpers zu denken, genügend weit von der Oberfläche entfernt.

Erkl. 425. Die absolute C.-G.-S.-Einheit der Wärmeleitungsfähigkeit, $1 \text{ cm}^{-1} \text{ g sec}^{-1}$, besitzt ein Stoff, wenn in einer Schicht von 1 cm Dicke durch 1 cm² Querschnitt in 1 sec Zeit 1 Grammkalorie Wärme hindurchtritt, während zwischen den beiden Endflächen der Schicht eine Temperaturdifferenz von 1 Celsiusgrad herrscht.

Antwort. Die Wärmeleitungsfähigkeit eines Stoffes wird bestimmt durch die Wärmemenge M, die in der Zeit T durch den Querschnitt L^2 einer prismatischen Schicht von der Dicke L hindurchtritt, wenn zwischen den beiden Endflächen der Schicht dauernd eine Temperaturdifferenz von 1° C. besteht (siehe Erkl. 424). Sie ist den Bestimmungsstücken M und L gerade, dagegen L^2 und T umgekehrt proportional, hat also die Dimension:

$$\frac{LM}{L^2 T} = \frac{M}{LT} = L^{-1} M T^{-1}$$

(siehe Erkl. 425).

10) Intensität der Wärmeausstrahlung.

Frage 282. Welche Dimension und absolute C.-G.-S.-Einheit hat die Intensität der Wärmeausstrahlung im gewöhnlichen L-M-T-System?

Erkl. 426. Die Intensität der Wärmeausstrahlung beträgt also eine absolute C.-G.-S.-Einheit oder 1 $cm^{-2}\, g\, sec^{-1}$, wenn von 1 cm^2 Oberfläche in 1 sec Zeit 1 Grammkalorie Wärme ausgestrahlt wird.

Das Wärmeausstrahlungsvermögen eines Körpers wird bestimmt durch die Intensität der Wärmestrahlung, die der Körper zeigt, wenn seine Temperatur um 1 Celsiusgrad höher ist als die seiner Umgebung. Diese Grösse hat also ebenfalls die Dimension:

$$L^{-2} M T^{-1}.$$

Antwort. Die Intensität der von einem Körper ausgehenden Wärmestrahlung wird bestimmt durch die Wärmemenge M, die in der Zeit T von dem Oberflächenstück L^2 ausgestrahlt wird. Sie ist dem Bestimmungsstücke M gerade, den Stücken L^2 und T umgekehrt proportional, hat also die Dimension:

$$\frac{M}{L^2 T} = L^{-2} M T^{-1}$$

(siehe Erkl. 426).

---

b) Das erste mechanische L-M-T-System der Wärmegrössen.

Frage 283. Wovon geht das erste mechanische System der Wärmegrössen aus?

Antwort. Bei der Aufstellung dieses Systems geht man von der Temperaturdifferenz und der Wärmemenge aus.

Frage 284. Was wird in Bezug auf die Temperaturdifferenz festgesetzt?

Erkl. 427. Es gilt also auch hier das in der Antwort auf die Frage 268 Gesagte: der Celsiusgrad wird als konstanter Betrag eingeführt.

Antwort. Die Temperaturdifferenz wird hier genau ebenso behandelt, wie im gewöhnlichen L-M-T-System (siehe Erkl. 427).

Frage 285. Wie wird hier die Wärmemenge bestimmt, und welche Dimension erhält sie?

Erkl. 428. Demnach hat die Wärmemenge hier auch die Dimension:

$$L^2 M T^{-2}.$$

Antwort. Im ersten mechanischen L-M-T-System bestimmt man eine Wärmemenge durch die mechanische Arbeit $L^2 M T^{-2}$, der sie äquivalent ist (siehe Erkl. 428).

Frage 286. Wie wird in diesem System die absolute Einheit der Wärmemenge definiert?

Erkl. 429. Die letztere ist durch $cm^2\, g\, sec^{-2}$ darzustellen und wird auch wohl als ein Erg Wärme bezeichnet.

Auch die dem Meterkilogramm äquivalente Wärmemenge ist in Gebrauch; sie enthält $981 \cdot 10^5$ Erg Wärme.

Antwort. Als absolute Einheit dient die der absoluten Arbeitseinheit äquivalente Wärmemenge; als C.-G.-S.-Einheit also die dem Erg äquivalente Wärmemenge (siehe Erkl. 429).

Frage 287. In welchem Verhältnisse steht die hier durch den Ausdruck L^2MT^{-2} dargestellte Wärmemenge zu der im gewöhnlichen L-M-T-System durch M dargestellten Menge?

Erkl. 430. Das folgt aus der Antwort auf die Frage 273, nach der die Grammkalorie $42 \cdot 10^6$ Erg Wärme enthält.

Antwort. Das Verhältnis der Wärmemenge L^2MT^{-2} zur Wärmemenge M ist gleich:

$$L^2T^{-2} : 42 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

(siehe Erkl. 430).

Frage 288. Welche Dimension und absolute Einheit hat die Wärmekapacität im ersten mechanischen L-M-T-System?

Erkl. 431. Verlangt 1 g eines Stoffes 1 Erg Wärme zur Erhöhung der Temperatur um 1 Celsiusgrad, so kommt dem Stoffe die absolute C.-G.-S.-Einheit der Wärmekapacität:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} = \frac{\text{cm}^2 \text{ g sec}^{-2}}{\text{g}} = \text{cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

zu.

Auch die dem Meterkilogramm Wärme entsprechende Einheit der Wärmekapacität:

$$\frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogramm}}$$

wird angewandt. Sie enthält $98100 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$.

Antwort. Die Wärmekapacität wird in diesem System bestimmt durch die Wärmemenge L^2MT^{-2}, die der Masse M eines Stoffes zugeführt werden muss, wenn ihre Temperatur um 1 Celsiusgrad erhöht werden soll. Sie ist dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten umgekehrt proportional, hat also die Dimension:

$$L^2MT^{-2} : M = L^2T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Wärmekapacität ist:

$$\frac{\text{Wärmeeinheit}}{\text{Masseneinheit}},$$

d. h. Wärmeeinheit pro Masseneinheit (siehe Erkl. 431).

Frage 289. Wie findet man die Dimensionen der übrigen Wärmegrössen im ersten mechanischen L-M-T-System?

Erkl. 432. Es erscheint daher ausreichend, die Dimensionen des hier in Rede stehenden Systems bloss übersichtlich zusammenzustellen. Die Definition der zugehörigen absoluten Einheiten ist einerseits sehr einfach, andererseits aber auch von nur beschränkter Wichtigkeit, solange das mechanische Aequivalent der Wärme nicht mit grösserer Sicherheit bestimmt ist.

Antwort. Um die Dimensionen der übrigen Wärmegrössen zu finden, hat man nur das im gewöhnlichen L-M-T-System angewandte Verfahren zu wiederholen, mit der einzigen Abänderung, dass man jede als Bestimmungsstück auftretende Wärmemenge nicht durch M, sondern durch:

$$L^2MT^{-2}$$

darstellt (siehe Erkl. 432).

Dimensionen im ersten mechanischen L-M-T-System der Wärmegrössen.

Temperatur	1
Wärmemenge	L^2MT^{-2}
Wärmekapacität	L^2T^{-2}
Mechanisches Aequivalent der Wärme	1
Intensität der Wärmeentwickelung	L^2MT^{-3}
Schmelz-, Verdampfungs- und Verbrennungswärme	L^2T^{-2}

Lineare und kubische Wärmeausdehnung	1
Spezifische äussere Arbeit eines Gases *)	$L^2 T^{-2}$
Wärmeleitungsfähigkeit	$L M T^{-3}$
Intensität der Wärmestrahlung	$M T^{-3}$
Wärmeausstrahlungsvermögen	$M T^{-3}$.

*) Masszahl: die Konstante des Gasgesetzes.

c) Das zweite mechanische L-M-T-System der Wärmegrössen.

Frage 290. Von welchen Grössen geht das zweite mechanische System aus?

Antwort. In diesem System wird von der Wärmekapacität und der Wärmemenge ausgegangen.

Frage 291. Was wird hier über die Wärmekapacität festgesetzt?

Erkl. 433. Es gilt also auch hier das in der Antwort auf die Frage 269 Gesagte: die Wärmekapacität des Wassers wird als unveränderlicher Betrag eingeführt.

Antwort. Die Wärmekapacität wird genau ebenso behandelt, wie im gewöhnlichen L-M-T-System (siehe Erkl. 433).

Frage 292. Wie wird im zweiten mechanischen System die Wärmemenge bestimmt, und welche Dimension hat sie in demselben?

Erkl. 434. Ihre Dimension ist also:

$$L^2 M T^{-2},$$

ihre absolute C.-G.-S.-Einheit das Erg Arbeit (siehe die Antworten auf die Fragen 285, 286 und 287).

Antwort. In Bezug auf die Wärmemenge gilt hier genau dasselbe, wie im ersten mechanischen L-M-T-System (siehe Erkl. 434).

Frage 293. Welche Dimension und absolute Einheit hat die Temperaturdifferenz im zweiten mechanischen L-M-T-System?

Erkl. 435. Die Erwärmung um 1 Celsiusgrad wird an 1 g Wasser durch die Grammkalorie oder $42 \cdot 10^6$ Erg Wärme hervorgebracht. Daraus folgt, dass:

$$1 \text{ Celsiusgrad} = 42 \cdot 10^6 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$$

oder:

$$1 \text{ Celsiusgrad} = 42 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

ist.

Da die Erwärmung um 1 Celsiusgrad an 1 kg Wasser durch die Kilogrammkalorie oder durch etwa 424 Meterkilogramm Wärme bewirkt wird, so kann man auch sagen, dass:

$$1 \text{ Celsiusgrad} = 424 \frac{\text{Meterkilogramm}}{\text{Kilogramm}}$$

sei.

Die Temperatureinheit Meterkilogramm pro Kilogramm würde $98100 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$ enthalten.

Antwort. Die Temperaturerhöhung, welche an der Wassermasse M durch Zufuhr der Wärmemenge $L^2 M T^{-2}$ hervorgebracht wird, ist völlig bestimmt. Sie ist dem zweiten Bestimmungsstücke gerade, dem ersten umgekehrt proportional, hat also die Dimension:

$$L^2 M T^{-2} : M = L^2 T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Temperaturerhöhung wird an der Masseneinheit Wasser durch Zufuhr der absoluten Wärmeeinheit hervorgebracht; die absolute C.-G.-S.-Einheit:

$$\frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} = \frac{\text{cm}^2 \text{ g sec}^{-2}}{\text{g}} = \text{cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

durch 1 Erg Wärme an 1 g Wasser (siehe Erkl. 435).

Frage 294. Wie findet man die Dimensionen der übrigen Wärmegrössen im zweiten mechanischen *L-M-T*-System?

Erkl. 436. Die Herleitung der unten zusammengestellten Dimensionen, sowie der zugehörigen absoluten Einheiten kann um so mehr als eine Uebung betrachtet werden, als kaum Aussicht vorhanden ist, dass man von diesem zweiten mechanischen *L-M-T*-System der Wärmegrössen jemals praktischen Gebrauch machen wird.

Antwort. Um die Dimensionen der übrigen Wärmegrössen zu finden, hat man nur da, wo eine Temperaturdifferenz oder eine Wärmemenge als Bestimmungsstück auftritt, diese Grössen durch die hier geltenden Dimensionsausdrücke darzustellen, also zu setzen:

$$\text{Wärmemenge} = L^2 M T^{-2}$$
$$\text{Temperatur} = L^2 T^{-2}$$

(siehe Erkl. 436).

Dimensionen im zweiten mechanischen *L-M-T*-System der Wärmegrössen.

Wärmekapacität	1
Wärmemenge	$L^2 M T^{-2}$
Temperatur	$L^2 T^{-2}$
Mechanisches Aequivalent der Wärme	1
Intensität der Wärmeentwickelung	$L^2 M T^{-3}$
Schmelz-, Verdampfungs- und Verbrennungswärme	$L^2 T^{-2}$
Lineare und kubische Wärmeausdehnung	$L^{-2} T^2$
Spezifische äussere Arbeit eines Gases *)	1
Wärmeleitungsfähigkeit	$L^{-1} M T^{-1}$
Intensität der Wärmestrahlung	$M T^{-3}$
Wärmeausstrahlungsvermögen	$L^{-2} M T^{-1}$

*) Masszahl: die Konstante des Gasgesetzes.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 501. Die spezifische Wärme der Luft ist bei konstantem Druck gleich 0,2375 und bei konstantem Volumen gleich 0,1684. Welcher Betrag ergibt sich daraus für das mechanische Aequivalent der Wärme in absoluten C.-G.-S.-Einheiten?

Erkl. 437. Die spezifische Wärme der Luft bei konstantem Druck ist durch Beobachtung ermittelt; die bei konstantem Volumen lässt sich aus jener berechnen, da das Verhältnis beider gleich 1,41 sein muss.

Die nebenstehende Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes ist zuerst von Robert Mayer in dem Aufsatze: „Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur“ (1842) ausgeführt worden.

Rob. Mayer, geb. am 25. November 1814 zu Heilbronn, gest. am 20. März 1878 daselbst, ist durch seinen Anteil an der Entdeckung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft berühmt geworden.

Auflösung. Die Differenz der beiden spezifischen Wärmen ist 0,0691. Es werden also bei Erwärmung der Luft unter konstantem Druck um einen Celsiusgrad 0,0691 Grammkalorien pro Gramm zur äusseren Arbeit verbraucht. Nun ist aber die spezifische äussere Arbeit für Luft (siehe die Antwort auf die Frage 280) gleich $287 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \sec^{-2}$. Ist also $L^2 T^{-2}$ das verlangte Wärmeäquivalent, so ist:

$$0{,}0691\, L^2 T^{-2} = 287 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \sec^{-2}$$
$$L^2 T^{-2} = 41{,}5 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \sec^{-2}$$

(siehe Erkl. 437).

Aufgabe 502. Wie gross ergibt sich aus denselben Angaben das mechanische Wärmeäquivalent in Meterkilogramm pro Kilogrammkalorie?

Erkl. 438. Selbstverständlich hat Robert Mayer die Rechnung in dem zu seiner Zeit noch ausschliesslich gebräuchlichen Gravitationsmass ausgeführt. Statt der Zahl 424 fand er 365, was seinen Grund allein in dem Umstande hat, dass er gezwungen war, mangelhaft bestimmte Werte in die Rechnung einzuführen.

Auflösung. Da bei Erwärmung der Luft unter konstantem Druck um einen Celsiusgrad 0,0691 Kilogrammkalorien pro Kilogramm zur äusseren Arbeit verbraucht werden, die letztere aber nach der Erkl. 423 den Betrag von 29,27 Meterkilogramm pro Kilogramm hat, so folgt, dass 0,0691 Kilogrammkalorien 29,27 Meterkilogramm äquivalent sind. Daraus ergibt sich für das Wärmeäquivalent der Betrag von 424 Meterkilogramm pro Kilogrammkalorie (siehe Erkl. 438).

Aufgabe 503. Eine Masse von 7 kg bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 12 m $\sec^{-1}$. Welcher Wärmemenge ist ihre lebendige Kraft äquivalent?

Auflösung. Die verlangte Wärmemenge sei M, dann ist (siehe die Antwort auf die Frage 106):

$$\frac{1}{2}\left(\frac{12\,\text{m}}{\text{sec}}\right)^2 \cdot 7\,\text{kg} = 42 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \cdot M;$$
$$M = 120\,\text{g}.$$

Aufgabe 504. Welche Geschwindigkeit müsste ein Körper von 1 g Masse haben, wenn seine lebendige Kraft der Grammkalorie äquivalent sein sollte?

Auflösung. Die fragliche Geschwindigkeit sei LT^{-1}, dann ist:

$$\frac{1}{2}\,\frac{L^2}{T^2} \cdot \text{g} = 42 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \cdot \text{g},$$
$$\frac{L}{T} = 9165 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 505. Wie gross ist bei einer Stromstärke von 1 Ampère die Intensität der Wärmeentwickelung in jedem Teile des Stromkreises, der 1 Ohm Widerstand enthält?

Auflösung. Die zu berechnende Intensität der Wärmeentwickelung sei MT^{-1}, dann ist (siehe die Auflösung zur Aufgabe 474):

$$10^7 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^3} = 42 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} \cdot \frac{M}{T},$$
$$\frac{M}{T} = 0{,}24 \frac{\text{g}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 506. Die lebendige Kraft einer Bleimasse soll der zu ihrer Schmelzung erforderlichen Wärmemenge äquivalent sein. Welche Geschwindigkeit muss die Bleimasse haben, wenn die Schmelzwärme des Bleis 5,4 ist?

Auflösung. Die fragliche Geschwindigkeit sei LT^{-1}. Wird dann die in Bewegung gesetzte Masse mit M bezeichnet, so ist:

$$\frac{1}{2}\,\frac{L^2}{T^2} \cdot M = 5{,}4\,M \cdot 42 \cdot 10^6 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2},$$
$$\frac{L}{T} = 21300 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Aufgabe 507. Welche Bedeutung haben die unten zusammengestellten Angaben über die Wärmeleitungsfähigkeit einiger Stoffe?

Wärmeleitungsfähigkeit in absoluten C.-G.-S.-Einheiten.

Kupfer	etwa	0,75	$cm^{-1}\,g\,sec^{-1}$
Eisen	„	0,16	„
Glas	„	0,001	„
Wasser	„	0,001	„
Luft	„	0,00005	„

Erkl. 439. Es ist leicht, die für die übrigen Stoffe angegebenen Werte in entsprechender Weise darzustellen.

Auflösung. Wenn man sagt, die Wärmeleitungsfähigkeit des Kupfers betrage:

$$0{,}75\ cm^{-1}\,g\,sec^{-1},$$

so bedeutet das: falls in einer Kupfermasse die Temperatur nach irgend einer Richtung hin um je einen Celsiusgrad pro Centimeter abnimmt, so gehen durch je 1 cm^2 der zu dieser Richtung senkrechten Ebene in der Sekunde 0,75 Grammkalorien Wärme hindurch (siehe Erkl. 439).

Aufgabe 508. Wieviel Grammkalorien enthält 1 Erg Wärme?

Auflösung. Da in der Grammkalorie $42 \cdot 10^6$ Erg Wärme enthalten sind, so ist 1 Erg Wärme gleich $238 \cdot 10^{-10}$ Grammkalorien.

Aufgabe 509. Welchen Betrag muss die Geschwindigkeit LT^{-1} haben, wenn die in den mechanischen Systemen durch den Ausdruck L^2MT^{-2} dargestellte Wärmemenge gleich der im gewöhnlichen System durch M dargestellte Menge sein soll?

Erkl. 440. Nimmt man also 6481 $cm\,sec^{-1}$ als Einheit der Geschwindigkeit an, so ist die mechanische Einheit der Wärmemenge gleich der gewöhnlichen Einheit derselben.

Auflösung. Nach der Antwort auf die Frage 287 muss:

$$L^2T^{-2} = 42 \cdot 10^6\ cm^2\,sec^{-2}$$

sein, woraus:

$$LT^{-1} = 6481\ cm\,sec^{-1}$$

folgt (siehe Erkl. 440).

Aufgabe 510. Welchen Wert hat die Wärmekapacität des Wassers im ersten mechanischen System der Wärmegrössen?

Auflösung. Da 1 g Wasser zur Erwärmung um einen Celsiusgrad 1 Grammkalorie oder $42 \cdot 10^6$ Erg Wärme erfordert, so ist die Wärmekapacität des Wassers im ersten mechanischen System gleich:

$$42 \cdot 10^6 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} = 42 \cdot 10^6\ cm^2\,sec^{-2}.$$

Aufgabe 511. Die auf Wasser bezogenen spezifischen Wärmen, welche unten angegeben sind, sollen auf die absolute C.-G.-S.-Einheit der Wärmekapacität im ersten mechanischen System zurückgeführt werden.

Spezifische Wärmen, bezogen auf Wasser.

Blei	0,031
Silber	0,056
Kupfer	0,095
Eisen	0,114

Auflösung. Nach der Auflösung zur vorhergehenden Aufgabe hat man die angegebenen Zahlen mit $42 \cdot 10^6\,cm^2\,sec^{-2}$ zu multiplizieren.

Wärmekapacität in Erg pro Gramm.

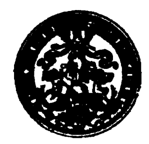
Blei . . .	$1302 \cdot 10^3$	$cm^2\,sec^{-2}$
Silber . . .	$2352 \cdot 10^3$	„
Kupfer . .	$3990 \cdot 10^3$	„
Eisen . . .	$4788 \cdot 10^3$	„

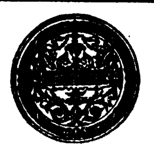
Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1091. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen, Forts. v. Heft 1090. — Seite 193—208.





Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 1090. — Seite 193—208.

Inhalt:

Stuttgart 1892.

Verlag von Julius Maier.

Aufgabe 512. Dieselben spezifischen Wärmen sollen auf Meterkilogramm pro Kilogramm (siehe Erkl. 431) zurückgeführt werden.

Erkl. 441. Man erhält so:

Wärmekapacität in Meterkilogramm pro Kilogramm.

Blei	$13{,}144 \frac{mkg}{kg}$
Silber	23,744 „
Kupfer	40,280 „
Eisen	48,336 „

Auflösung. Nimmt man das mechanische Aequivalent der Wärme zu 424 Meterkilogramm pro Kilogrammkalorie an, so hat man die spezifischen Wärmen mit 424 Meterkilogramm pro Kilogramm zu multiplizieren, da dieser Betrag dann die Wärmekapacität des Wassers darstellt (siehe Erkl. 441).

Aufgabe 513. Im gewöhnlichen System der Wärmegrössen ist die Schmelzwärme des Eises gleich 80, die Verdampfungswärme des Wassers gleich 536, die Verbrennungswärme der Kohle gleich 8000. Wieviel $cm^2 sec^{-2}$ betragen diese drei Grössen im ersten mechanischen System?

Erkl. 442. Dieselben drei gegebenen Werte werden durch Multiplikation mit 424 auf die hier ebenfalls anwendbare Einheit: Meterkilogramm pro Kilogramm zurückgeführt. Demnach beträgt die Schmelzwärme des Eises 33920 mkg pro kg, die Verdampfungswärme des Wassers 227264 mkg pro kg, die Verbrennungswärme der Kohle 3392000 mkg pro kg.

Auflösung. Nach der Erkl. 417 hat man die gegebenen Werte mit $42 \cdot 10^6 \, cm^2 sec^{-2}$ zu multiplizieren und erhält so: Schmelzwärme des Eises gleich $336 \cdot 10^7 \, cm^2 sec^{-2}$, Verdampfungswärme des Wassers gleich $22\,512 \cdot 10^6 \, cm^2 sec^{-2}$, Verbrennungswärme der Kohle gleich $336 \cdot 10^9 \, cm^2 sec^{-2}$ (siehe Erkl. 442).

Aufgabe 514. Die unten angegebenen Werte der linearen Ausdehnung für Erwärmung um einen Celsiusgrad sollen auf die absolute C.-G.-S.-Einheit des zweiten mechanischen Systems zurückgeführt werden.

Koëffizienten der linearen Ausdehnung für 1° C.

Platin	$9 \cdot 10^{-6}$
Eisen	$12 \cdot 10^{-6}$
Kupfer	$17 \cdot 10^{-6}$
Blei	$29 \cdot 10^{-6}$

Erkl. 443. Die für den Celsiusgrad berechnete kubische Ausdehnung der Gase beträgt $\frac{1}{273}$ des Volumens bei 0°. Diese Ausdehnung würde also gleich $87 \cdot 10^{-12} \, cm^{-2} sec^2$ sein.

Auflösung. Da der Celsiusgrad $42 \cdot 10^6$ absolute C.-G.-S.-Einheiten der Temperaturerhöhung im zweiten mechanischen System enthält, so hat man die Ausdehnungskoëffizienten durch $42 \cdot 10^6 \, cm^2 sec^{-2}$ zu dividieren.

Lineare Ausdehnung in absoluten C.-G.-S.-Einheiten des zweiten mechanischen Systems.

Platin . . .	$214 \cdot 10^{-15} \, cm^{-2} sec^2$
Eisen . . .	$286 \cdot 10^{-15}$ „
Kupfer . . .	$405 \cdot 10^{-15}$ „
Blei	$690 \cdot 10^{-15}$ „

(siehe Erkl. 443).

Aufgabe 515. Die spezifische äussere Arbeit bei der Ausdehnung eines Gases unter konstantem Druck hat im zweiten mechanischen System die Dimension 1. Welchen

Betrag jener Grösse stellt dieser Dimensionsausdruck für eine Temperaturerhöhung um einen Celsiusgrad dar?

Erkl. 444. Man kann nämlich die unveränderliche Grösse der spezifischen äusseren Arbeit im zweiten mechanischen System in der Form darstellen: 1 Erg Arbeit an 1 g Gas bei der Temperaturerhöhung von 1 Erg Wärme in 1 g Wasser. Diese Temperaturerhöhung ist aber gleich $\frac{1}{42 \cdot 10^6}$ Celsiusgrad.

Auflösung. Der fragliche Betrag ist gleich:

$$42 \cdot 10^6 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}} = 42 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}$$

für einen Celsiusgrad Temperaturerhöhung (siehe Erkl. 444). Auf diesen Betrag als Einheit bezieht sich hier die Konstante des Gasgesetzes, die dadurch (siehe die Antwort auf die Frage 280) für Luft den Wert 0,0683 erhält.

β) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 516. Wieviel Megaerg mechanischer Arbeit sind 6 Kilogrammkalorien äquivalent?

Aufgabe 517. Wieviel Grammkalorien sind 1 engl. Fusspfund mechanischer Arbeit äquivalent?

Aufgabe 518. Wie gross ist die Längeneinheit zu wählen, wenn die Gravitationseinheit mechanischer Arbeit der Wärmeeinheit im gewöhnlichen System der Wärmegrössen äquivalent sein soll?

Aufgabe 519. Wieviel engl. Fusspfund pro Pfundkalorie beträgt das mechanische Aequivalent der Wärme?

Aufgabe 520. In wieviel Ohm Widerstand findet bei 1 Ampère Stromstärke eine Wärmeentwickelung von 1 Grammkalorie in der Sekunde statt?

Andeutung. Man vergleiche die Auflösung zur Aufgabe 474.

Aufgabe 521. Wieviel Ampère Stromstärke sind erforderlich, wenn in 1 Ohm Widerstand die Intensität der Wärmeentwickelung 1 Grammkalorie in der Sekunde betragen soll?

Aufgabe 522. Wieviel Megaerg äusserer Arbeit werden geleistet, wenn 5 kg Luft bei konstantem Druck um 12° C. erwärmt werden?

E. Ueber die Anwendung der *L-M-T*-Dimensionen zur Prüfung physikalischer Gleichungen.

Frage 295. Auf welcher Voraussetzung beruht die Prüfung physikalischer Gleichungen mittels der *L-M-T*-Dimensionen?

Erkl. 445. Dabei müssen alle in Betracht kommenden absoluten Einheiten von ein und derselben Längeneinheit, Masseneinheit und Zeiteinheit abgeleitet sein. Dagegen soll jede dieser drei fundamentalen Einheiten selbst beliebig gewählt und abgeändert werden dürfen.

Antwort. Diese Prüfung beruht auf der Voraussetzung, dass die in den Gleichungen auftretenden Masszahlen geometrischer und physikalischer Grössen sich auf die im *L-M-T*-System festgesetzten Einheiten beziehen oder doch auf diese bezogen werden dürfen (siehe Erkl. 445).

Frage 296. Wie verfährt man, um eine physikalische Gleichung mittels der *L-M-T*-Dimensionen zu prüfen?

Erkl. 446. Es handelt sich hierbei um solche Ausdrücke, die durch Multiplikation oder Division aus Potenzen und Wurzeln der Masszahlen gebildet sind.

Erkl. 447. Sind mehrere Ausdrücke von derselben Dimension miteinander durch Addition oder Subtraktion verbunden, so gilt die gemeinsame Dimension als die der ganzen Summe oder Differenz.

Die Antwort auf die nächste Frage lehrt, wie die gefundenen Dimensionen angewandt werden.

Antwort. Man hat zu diesem Zwecke die Dimensionen der aus Masszahlen geometrischer oder physikalischer Grössen gebildeten Ausdrücke, die in der Gleichung vorkommen, festzustellen (siehe Erkl. 446).

Zu dem Zwecke ersetzt man in jedem Ausdrucke die Masszahlen durch die Dimensionen der gemessenen Grössen und führt dann mit diesen Dimensionen die vorgeschriebene Multiplikation und Division aus (s. Erkl. 447).

Frage 297. Welche Forderungen sind zu stellen, nachdem die Dimensionen der in einer physikalischen Gleichung vorkommenden Ausdrücke ermittelt sind?

Erkl. 448. Nach der Erkl. 447 ist dadurch die Dimension jeder vorkommenden Summe oder Differenz unzweideutig bestimmt.

Erkl. 449. Aendert man nämlich die fundamentalen Einheiten der Länge, Masse und Zeit, so ändern die von diesen abhängigeu Masszahlen ihren Wert, was auch eine Wertänderung der aus den Masszahlen gebildeten Ausdrücke zur Folge hat. Ist nun:

$$L^p M^q T^r$$

die Dimension eines solchen Ausdruckes, so ändert sich sein Wert umgekehrt proportional der $p$ten Potenz der Längeneinheit, der $q$ten Potenz der Masseneinheit und der $r$ten Potenz der Zeiteinheit. Soll dabei die Gleichung in unveränderter Form gültig bleiben, so müssen die beiden ersten Forderungen erfüllt sein.

Erkl. 450. Ihrer Natur nach würden diese Grössen ihren Wert nicht umgekehrt proportional irgend einer Potenz der Längen-, Massen- oder Zeiteinheit ändern. Sie müssen daher von diesen Einheiten unabhängig sein.

Antwort. Es ist alsdann zu fordern:

1) dass Ausdrücke, die in der Gleichung durch Addition oder Subtraktion miteinander verbunden sind, dieselbe Dimension haben (siehe Erkl. 448);

2) dass beide Seiten der Gleichung von derselben Dimension sind (siehe Erkl. 449);

3) dass die etwa vorkommenden trigonometrischen, logarithmischen und Exponentialgrössen die Dimension 1 haben.

Unter trigonometrischen Grössen sind hier trigonometrische Funktionen von Ausdrücken zu verstehen, die aus Masszahlen geometrischer oder physikalischer Grössen gebildet sind; unter logarithmischen solche, in denen derartige Ausdrücke logarithmiert werden; unter Exponentialgrössen endlich solche, bei denen die Masszahlen im Exponenten auftreten (siehe Erkl. 450).

Frage 298. Welche Folgerung ergibt sich aus der Antwort auf die vorhergehende Frage?

Erkl. 451. Es ist zu dem Zwecke nur nötig, die Gleichung nach der Masszahl der betreffenden Grösse aufzulösen und dann die Dimension der rechten Seite der Gleichung festzustellen.

Wenn es sich nur darum handelt, die Dimension einer Grösse zu ermitteln, ist es also zulässig und hinreichend, eine ganz beliebige Gleichung heranzuziehen.

Antwort. Aus der zweiten Forderung in der Antwort auf die vorhergehende Frage schliesst man, dass die Dimension einer physikalischen Grösse aus jeder Gleichung, in der die Masszahl dieser Grösse vorkommt, gefunden werden kann, sobald man die Dimensionen aller gleichzeitig auftretenden Grössen kennt (s. Erkl. 451).

Frage 299. Wie bezeichnet man die aus Masszahlen gebildeten Ausdrücke von der Dimension 1?

Erkl. 452. Diese Bezeichnungen sind durch den Umstand gerechtfertigt, dass Ausdrücke von der Dimension 1 Zahlen darstellen, die von den Einheiten der Länge, Masse und Zeit unabhängig sind und sich auch auf keine anderweitige Einheit beziehen.

Erkl. 453. Das ist weniger berechtigt. Denn wenn diese Masszahlen auch von den Einheiten der Länge, Masse und Zeit unabhängig sind, so beziehen sie sich doch immer auf ganz bestimmte Masseinheiten. Die Ausdrucksweise darf also nur dahin verstanden werden, dass jene Masszahlen sich gegenüber den drei fundamentalen Einheiten wie absosolute Zahlen verhalten.

Antwort. Es ist üblich, solche Ausdrücke als Zahlen, einfache Zahlen, reine Zahlen oder absolute Zahlen zu bezeichnen (siehe Erkl. 452).

Häufig wendet man diese Bezeichnungen auch auf die Masszahlen der geometrischen und physikalischen Grössen von der Dimension 1 an. So werden z. B. die Masszahlen von Winkeln, die Dielektricitätskonstanten, die spezifischen Wärmen u.s.w. reine oder absolute Zahlen genannt (siehe Erkl. 453).

Anmerkung 24. In den folgenden Aufgaben sind den Masszahlen der vorkommenden Grössen die Namen dieser Grössen selbst beigelegt, was allgemein üblich ist, weil sonst die Darstellung sich sehr schwerfällig gestalten würde.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 523. Wenn beim freien Falle s den Fallraum, t die Fallzeit und g die Intensität der Schwere bezeichnet, so ist:

$$s = \frac{1}{2} g t^2.$$

Diese Gleichung soll mittels der L-M-T-Dimensionen geprüft werden.

Auflösung. Die linke Seite der gegebenen Gleichung hat die Dimension L. Die Dimension der rechten Seite ist:

$$L T^{-2} . T^2 = L.$$

Aufgabe 524. Ebenso die Gleichung:

$$V = k \cdot \frac{m}{r},$$

in der V das Potential am Orte A im Gravitationsfelde einer homogenen Kugel, m die Masse der Kugel, r die Entfernung des Ortes A vom Kugelmittelpunkte, k die Gravitationskonstante bezeichnet.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist $L^2 T^{-2}$, die der rechten:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} \cdot M \cdot L^{-1} = L^2 T^{-2}.$$

Aufgabe 525. Ebenso die Gleichung:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

in der t die Schwingungsdauer eines Pendels, l die Pendellänge, g die Intensität der Schwere ist.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist T, die der rechten:

$$(L : L T^{-2})^{\frac{1}{2}} = T.$$

Aufgabe 526. Ebenso die Gleichung:

$$\frac{K}{D} = \frac{t^2}{\pi^2},$$

in der K das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf seine Schwingungsachse, D seine

Auflösung. Die Dimension der rechten Seite ist T^2, die der linken:

$$L^2 M : L^2 M T^{-2} = T^2.$$

Direktionskraft und t seine Schwingungsdauer bezeichnet.

Aufgabe 527. Ebenso die Gleichung:

$$c = 4\pi^2 \cdot \frac{mr}{t^2},$$

in der m die Masse eines Körpers bezeichnet, der sich auf der Peripherie eines Kreises vom Radius r gleichförmig bewegt, t seine Umlaufszeit und c die an ihm wirksame Centrifugalkraft.

Auflösung. Beide Seiten haben die Dimension:

$$LMT^{-2}.$$

Aufgabe 528. Ebenso die Gleichung:

$$\frac{t^2}{\pi^2} = \frac{K}{MH},$$

in der t die Schwingungsdauer einer Magnetnadel, K ihr Trägheitsmoment, M ihr magnetisches Moment und H die horizontale Intensität des Erdmagnetismus ist.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist T^2, die der rechten ist:

$$L^2 M : (L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \cdot L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}) = T^2.$$

Aufgabe 529. Ebenso die nur im elektrostatischen System gültige Gleichung:

$$p = 2\pi\varrho^2,$$

in der p die Intensität des elektrostatischen Flächendruckes an der Oberfläche eines geladenen Leiters in einem Punkte bezeichnet, in welchem die elektrische Flächendichte ϱ ist.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist $L^{-1} MT^{-2}$, die der rechten:

$$(L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})^2 = L^{-1} MT^{-2}.$$

Aufgabe 530. Ebenso die nur im elektromagnetischen System gültige Gleichung:

$$J = \frac{2S}{r},$$

in der S die Stärke eines geradlinigen elektrischen Stromes, J die Intensität des magnetischen Feldes in der Entfernung r von dem Stromleiter bezeichnet.

Erkl. 454. Nur durch Maxwells System der magnetischen Grössen (siehe Seite 161) könnte die vorstehende Gleichung auch für das elektrostatische System gültig gemacht werden.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist $L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$, die der rechten Seite:

$$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} : L = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

(siehe Erkl. 454).

Aufgabe 531. Ebenso die sowohl im elektromagnetischen, als auch im elektrostatischen System gültige Gleichung:

$$i = \frac{W \cdot S^2}{A},$$

in der i die Intensität der Wärmeentwickelung innerhalb des Leitungswiderstandes W bei der Stromstärke S, und A das mechanische Aequivalent der Wärme bezeichnet.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist MT^{-1}, die der rechten ist im elektromagnetischen System:

$$LT^{-1} \cdot (L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})^2 : L^2 T^{-2} = MT^{-1}$$

(siehe Erkl. 455).

Erkl. 455. Im elektrostatischen System ist die Dimension der rechten Seite:

$$L^{-1}\,T\cdot(L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2})^2 : L^2T^{-2} = MT^{-1}.$$

Aufgabe 532. Ebenso die gleichfalls in beiden Systemen gültige Gleichung:

$$i = \frac{(V_0 - V_1)^2}{AW},$$

in der i, W, A dieselbe Bedeutung haben, wie in der vorhergehenden Aufgabe, und $V_0 - V_1$ die Potentialdifferenz zwischen den beiden Querschnitten des Stromkreises ist, die den Widerstand W einschliessen.

Auflösung. Die Dimension der rechten Seite ist im elektromagnetischen System:

$$(L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2})^2 : (L^2T^{-2}\cdot LT^{-1}) = MT^{-1}.$$

(siehe Erkl. 456).

Erkl. 456. Im elektrostatischen System ist die Dimension der rechten Seite:

$$(L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1})^2 : (L^2T^{-2}\cdot L^{-1}T) = MT^{-1}.$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 533. Die Dimension des Trägheitsmomentes soll aus der Gleichung:

$$K = \frac{m}{2}(r_1^2 + r_2^2)$$

bestimmt werden, in der r_1 den inneren, r_2 den äusseren Radius eines Hohlcylinders oder Kreisringes, m seine Masse, K sein Trägheitsmoment in Bezug auf die Cylinderachse bezeichnet.

Aufgabe 534. Die Dimension der Schubfestigkeit soll aus der Gleichung:

$$P = \frac{\pi}{2}\cdot Fr^3$$

hergeleitet werden, in der P das zum Abdrehen eines Drahtes vom Radius r erforderliche Drehungsmoment, F die Schubfestigkeit des Stoffes bezeichnet.

Aufgabe 535. Ebenso die Dimension der durch die Konstante des Gasgesetzes gemessenen Grösse (siehe Seite 186) aus der Gleichung:

$$pv = RT,$$

in der v das spezifische Volumen eines Gases, p die Intensität des Gasdruckes, T die absolute Temperatur des Gases bezeichnet.

Anmerkung 25. Die vorstehenden Beispiele können durch Heranziehung jeder beliebigen weiteren physikalischen Gleichung vermehrt werden, was dem Leser überlassen werden soll. Man wird dabei leicht finden, dass in der Physik noch viele in diesem Buche nicht erwähnte Grössen von der Dimension 1 in Gebrauch sind, deren Masszahlen oft als Koëffizienten, Exponenten u. s. w. bezeichnet werden. Sie sind für das L-M-T-System ohne jede Bedeutung.

F. Ueber die Anwendung der L-M-T-Dimensionen zur Herleitung physikalischer Gesetze.

Frage 300. Auf welchen Satz gründet sich die Herleitung physikalischer Abhängigkeitsgesetze mittels der L-M-T-Dimensionen?

Erkl. 457. Diese Forderung ist in der Antwort auf die Frage 297 ausgesprochen und in der Erkl. 449 begründet.

Antwort. Diese Anwendung der L-M-T-Dimensionen stützt sich auf den Satz, dass die beiden Seiten einer physikalischen Gleichung stets dieselbe Dimension haben müssen (s. Erkl. 457).

Frage 301. Wann ist diese Herleitung möglich?

Erkl. 458. Die zu lösende Aufgabe besteht darin, die Exponenten x, y, z zu bestimmen, für die auch negative und gebrochene Werte zulässig sind. Sobald diese gefunden sind, ist das Gesetz bekannt, nach welchem A von B, C, D abhängt. Zur Bestimmung von R würde in jedem Falle eine besondere Ueberlegung erforderlich sein.

Antwort. Sie ist möglich, wenn das aufzusuchende Gesetz die Form hat:

$$A = R \cdot B^x C^y D^z,$$

worin R ein Ausdruck von der Dimension 1 ist, während A, B, C, D physikalische Grössen von bekannten Dimensionen sind (siehe Erkl. 458).

Frage 302. Wie wird die Ableitung eines physikalischen Gesetzes durch Anwendung der L-M-T-Dimensionen ausgeführt?

Erkl. 459. Diese Forderung liefert die für x, y, z erforderlichen Gleichungen, da L, M, T je für sich auf der rechten und linken Seite gleiche Exponenten haben müssen. Wenn D fehlt, so erhält man, wenn die Dimension von A zugleich L, M und T aufweist, drei Gleichungen für x und y, die dann selbstverständlich von einander abhängig sind.

Antwort. Man ersetzt in der Gleichung:

$$A = R \cdot B^x C^y D^z$$

die Grössen A, B, C, D durch ihre Dimensionsausdrücke, bildet die Dimension der rechten Seite und fordert, dass sie mit derjenigen der linken Seite übereinstimme (siehe Erkl. 459).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 536. Es soll ermittelt werden, nach welchem Gesetze die Schwingungsdauer eines Pendels von der Pendellänge und der Intensität der Schwere abhängt.

Erkl. 460. Die Dimensionen A, B, C sind nämlich der Reihe nach: T, L, LT^{-2}; R bezeichnet einen hier nicht zu bestimmenden Faktor von der Dimension 1 (siehe die Antwort auf die Frage 301). Setzt man diese Dimensionen in die nebenstehende Gleichung ein, so ergibt sich:

$$T = L^x (LT^{-2})^y,$$

und daraus folgt:

$$T = L^{x+y} T^{-2y}.$$

Auflösung. Die Schwingungsdauer werde mit A, die Pendellänge mit B, die Intensität der Schwere mit C bezeichnet, und es sei:

$$A = R \cdot B^x C^y.$$

Ersetzt man in dieser Gleichung A, B, C durch ihre Dimensionen (siehe Erkl. 460), so folgt:

$$T = L^{x+y} T^{-2y}.$$

Sollen die beiden Seiten dieser Gleichung von derselben Dimension sein, so ist zu fordern, dass:

$$x + y = 0$$
$$-2y = 1$$

Erkl. 461. Demnach ist die Schwingungsdauer der Quadratwurzel aus der Pendellänge gerade, der Quadratwurzel aus der Intensität der Schwere umgekehrt proportional.

Aus der Gleichung, die in der Aufgabe 525 angegeben ist, ersieht man, dass die Grösse R, auf deren Bestimmung hier verzichtet wird, gleich π ist.

sei. Durch Auflösung dieser beiden Gleichungen erhält man:

$$x = \frac{1}{2}$$
$$y = -\frac{1}{2}$$

(siehe Erkl. 461).

Aufgabe 537. Es soll untersucht werden, nach welchem Gesetze das Potential am Orte A im Gravitationsfelde der Erdkugel abhängig ist von der Entfernung des Ortes A vom Erdmittelpunkte und von der Intensität der Schwere am Orte A.

Erkl. 462. Man setze:

$$L^2 T^{-2} = L^x \cdot (L T^{-2})^y.$$

Erkl. 463. Das Gravitationspotential am Orte A ist also sowohl der Entfernung vom Erdmittelpunkte als auch der Intensität der Schwere bei A gerade proportional.

Die Anmerkung 12 (Seite 55) lehrt, dass hier die Grösse R gleich 1 ist.

Auflösung. Indem man verfährt wie bei der vorhergehenden Aufgabe, gelangt man zu der Dimensionsgleichung (siehe Erkl. 462):

$$L^2 T^{-2} = L^{x+y} T^{-2y}.$$

Aus den beiden Forderungen:

$$x + y = 2$$
$$2y = 2$$

folgen die Werte:

$$x = 1$$
$$y = 1$$

(siehe Erkl. 463).

Aufgabe 538. Zu untersuchen, wie im elektrostatischen System das Potential im Kraftfelde eines elektrischen Punktes von der Entfernung und der Ladung des Punktes abhängt.

Erkl. 464. Der Potential ist also der Ladung des elektrischen Punktes gerade, seiner Entfernung umgekehrt proportional.

Die nicht mitbestimmte Grösse R ist nach der Anmerkung 15 (Seite 128) auch hier gleich 1.

Auflösung. Die Dimensionsgleichung:

$$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} = L^x (L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})^y$$

oder:

$$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} = L^{x+\frac{3}{2}y} M^{\frac{1}{2}y} T^{-y}$$

führt zu den Forderungen:

$$x + \frac{3}{2} y = \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2} y = \frac{1}{2}$$
$$y = 1,$$

welche durch die Werte:

$$x = -1$$
$$y = 1$$

befriedigt werden (siehe Erkl. 464).

Aufgabe 539. Zu ermitteln, nach welchem Gesetze die Intensität der elektrischen Arbeitsleistung zwischen zwei Querschnitten abhängt von der Stromstärke und der Potentialdifferenz zwischen den Querschnitten.

Auflösung. Im elektromagnetischen System findet man die Dimensionsgleichung:

$$L^2 M T^{-3} = (L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1})^x (L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2})^y$$

Erkl. 465. Die Intensität der elektrischen Arbeitsleistung zwischen zwei Querschnitten des Stromkreises ist also der Stromstärke und der Potentialdifferenz zwischen den beiden Querschnitten gerade proportional.

Auch hier ist die nicht mitbestimmte Grösse R gleich 1.

Statt des Gesetzes für die Intensität der Arbeitsleistung konnte auch das Gesetz für die Intensität der Wärmeentwickelung in dem Stromabschnitte aufgesucht werden. Es war dann noch das mechanische Aequivalent der Wärme als drittes Bestimmungsstück zu berücksichtigen.

Das vorstehende Gesetz hat dazu geführt, dass man die elektrische Arbeitsintensität von 1 Watt auch als 1 Volt-Ampère bezeichnet.

oder:

$$L^2MT^{-3} = L^{\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y} M^{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y} T^{-x-2y},$$

die zu den Forderungen:

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y = 2$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 1$$

$$x + 2y = 3$$

führt. Aus diesen ergeben sich die Werte:

$$x = 1$$

$$y = 1,$$

die man auch bei Anwendung der elektrostatischen Dimensionen erhält (s. Erkl. 465).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 540. Unter Anwendung der *L-M-T*-Dimensionen soll gezeigt werden, dass der beim freien Fall zurückgelegte Weg der Intensität der Schwere und dem Quadrate der Fallzeit gerade proportional ist (vergl. die Aufgabe 523).

Aufgabe 541. Ebenso, dass die lebendige Kraft eines rotierenden Körpers seinem Trägheitsmomente in Bezug auf die Rotationsachse und dem Quadrate seiner Winkelgeschwindigkeit proportional ist.

Aufgabe 542. Ebenso, dass die Intensität der Arbeitsleistung in einem Stromleiter dem Leitungswiderstande und dem Quadrate der Stromstärke proportional ist [vergl. die Aufgabe 531 und das Seite 159 unter 12) Gesagte].

Aufgabe 543. Ebenso, dass die Intensität der elektrischen Arbeitsleistung zwischen zwei Querschnitten eines Stromleiters dem Quadrate der Potentialdifferenz zwischen den Querschnitten gerade, dagegen dem Leitungswiderstande zwischen denselben umgekehrt proportional ist (vergl. die Aufgabe 532 und die Erkl. 318, Seite 139).

Anmerkung 26. Auf die in diesem Abschnitte erörterte Verwendung der *L-M-T*-Dimensionen hat zuerst F. Neesen (Berlin) aufmerksam gemacht. Man vergleiche darüber den Aufsatz: „Ueber Anwendung der Methode der Dimensionen zum Beweise physikalischer Sätze“ (Annalen der Physik und Chemie, Bd. 7, Seite 329). Daselbst sind auch die hier unter 536 und 540 stehenden Aufgaben als Beispiele behandelt.

G. Ueber das Länge-Gewicht-Zeit-System oder das *L-P-T*-System.

G₁. Dimensionen im *L-P-T*-System.

Frage 303. Worin stimmt das *L-P-T*-System mit dem *L-M-T*-System überein, und worin weicht es von diesem ab?

Erkl. 466. Das hier zu besprechende System könnte daher ebenfalls als *L-M-T*-System be-

Antwort. Die Uebereinstimmung besteht darin, dass auch im *L-P-T*-System Länge, Masse und Zeit die unabhängig Veränderlichen sind (siehe

zeichnet werden; dann wäre das in den vorhergehenden Abschnitten behandelte als das absolute *L-M-T*-System von ihm zu unterscheiden. Die Bezeichnung *L-P-T*-System kennzeichnet indessen die besondere Eigentümlichkeit des Systems und schliesst ausserdem auch eine etwaige Verwechselung vollständig aus (siehe die Antwort auf die Frage 306).

Erkl. 466); die Abweichung darin, dass hier die Kraft in ganz anderer Weise als abhängig veränderliche Grösse bestimmt wird.

Frage 304. Wie bestimmt man im *L-P-T*-System die Kraft?

Erkl. 467. Die Krafteinheit ist also die Schwere der Masseneinheit unter Voraussetzung eines durch Uebereinkommen festgesetzten Betrages für die Intensität der Schwere.

Antwort. Die Kraft wird hier bestimmt als die Schwere einer unabhängig veränderlichen Masse, nachdem man für die Intensität der Schwere einen festen Betrag ausgewählt hat (siehe Erkl. 467).

Frage 305. Welche Intensität der Schwere wird dem *L-P-T*-System zu Grunde gelegt?

Erkl. 468. Vielfach wird auch die Pariser Intensität der Schwere zu Grunde gelegt. Indessen hat eine allgemeine Einigung darüber nie stattgefunden, und gegenwärtig ist nicht einmal das Bedürfnis nach einer solchen mehr vorhanden.

Antwort. Man wählt den Betrag von 981 absoluten C.-G.-S.-Einheiten oder diejenige Intensität der Schwere, bei der die Beschleunigung eines frei fallenden Körpers gleich 981 $\mathrm{cm\,sec}^{-2}$ ist (siehe Erkl. 468).

Frage 306. Wie ist die Bezeichnung Länge-Gewicht-Zeit-System oder *L-P-T*-System zu begründen?

Erkl. 469. Die Kraft hat hier nur ein veränderliches Bestimmungsstück, nämlich die Masse, und sie ist dieser gerade proportional.

Erkl. 470. Im *L-M-T*-System bezeichnet ein Gewicht ausschliesslich eine Masse. Die Zeichen kg, g, mg bedeuten dort nur Masseneinheiten, hier dagegen sowohl Masseneinheiten als auch Krafteinheiten.

Erkl. 471. Das Zeichen *P* ist gewählt als Anfangsbuchstabe des lateinischen Wortes pondus = Gewicht.

Antwort. Masse und Kraft haben in diesem System dieselbe Dimension (siehe Erkl. 469).

Ein Gewicht bezeichnet also hier zugleich eine Masse und eine Kraft (siehe Erkl. 470).

Dieses wesentliche Merkmal des Systems wird dadurch angedeutet, dass man das Wort Masse durch das Wort Gewicht ersetzt und das gemeinsame Dimensionszeichen *P* für Masse und Kraft einführt (siehe Erkl. 471).

Frage 307. Welche abgekürzten Bezeichnungen sind für das *L-P-T*-System in Vorschlag gebracht worden?

Erkl. 472. Gegen die beiden ersten Bezeichnungen ist eingewandt worden, dass sie die besondere Eigentümlichkeit des Systems nicht zum Ausdruck bringen. Die dritte Bezeichnung ist insofern zutreffend, als das System vorwiegend in den technischen Lehrbüchern der

Antwort. Das System ist auch wohl kurz als das gewöhnliche oder das konventionelle oder das technische System bezeichnet worden (s. Erkl. 472).

Keine dieser Bezeichnungen hat allgemeine Annahme gefunden. Es ist da-

Mechanik und Wärmelehre angewandt wird. Sie wird indessen von dem erwähnten Vorwurf ebenfalls betroffen.

her notwendig, vorläufig eine ausführliche und nicht misszuverstehende Bezeichnung anzuwenden.

Frage 308. Wie findet man die Dimensionen der physikalischen Grössen im L-P-T-System?

Erkl. 473. Selbstverständlich bildet die Kraft eine Ausnahme bei dieser Vorschrift. Ausserdem ist in Bezug auf das Trägheitsmoment zu bemerken, dass es hier nach der in der Antwort auf die Frage 146 (Seite 65) ausgesprochenen Auffassung durch eine Masse und eine Entfernung bestimmt wird, etwa durch die Masse des drehbaren Körpers und seinen Trägheitsradius.

Erkl. 474. Auf die magnetischen und elektrischen Grössen wird das System überhaupt nie angewandt.

Antwort. Man verfährt zu dem Zwecke genau wie im L-M-T-System, wendet für jede Grösse die dort angegebenen Bestimmungsstücke und das zugehörige Abhängigkeitsgesetz an, stellt aber eine als Bestimmungsstück auftretende Masse oder Kraft durch das Zeichen P dar (s. Erkl. 473).

Das Verfahren ist auf die Mechanik und die Wärmelehre zu beschränken (siehe Erkl. 474).

Frage 309. In welche beiden Gruppen zerfallen die Dimensionen im L-P-T-System?

Erkl. 475. Diese Dimensionen sind dem L-P-T-System nicht eigentümlich; sie gehen in die betreffenden L-M-T-Dimensionen über, indem man die etwa vorkommende Masse P wieder durch das Zeichen M darstellt.

Erkl. 476. Diese Dimensionen unterscheiden sich von den entsprechenden im L-M-T-System.

Die folgende Zusammenstellung der L-P-T-Dimensionen enthält ausschliesslich die zweite Gruppe.

Antwort. Sie zerfallen in folgende zwei Gruppen:

1) Dimensionen derjenigen Grössen, die weder mittelbar noch unmittelbar von einer Kraft abhängen (siehe Erkl. 475);

2) Dimensionen derjenigen Grössen, unter deren Bestimmungsstücken entweder eine Kraft ist oder eine schon von einer Kraft abhängig gemachte Grösse (siehe Erkl. 476).

Dimensionen im L-P-T-System.

1) Mechanik.

Intensität des Gravitationsfeldes	1
Kraft	P
Mechanische Arbeit	LP
Intensität der Arbeitsleistung	LPT^{-1}
Gravitationspotential	L
Potentialgefälle im Gravitationsfelde	1
Spezifische Intensität der Massenanziehung *)	L^2P^{-1}
Statisches oder Drehungsmoment	LP
Direktionskraft	LP
Intensität des Flächendruckes	$L^{-2}P$
Dehnungselasticität	$L^{-2}P$
Schubelasticität	$L^{-2}P$

*) Masszahl: die Gravitationskonstante oder Attraktionskonstante.

Zug-, Druck- und Schubfestigkeit	$L^{-2}P$
Zusammendrückbarkeit	L^2P^{-1}
Volumelasticität	$L^{-2}P$
Oberflächenspannung	$L^{-1}P$

2) Wärmelehre.

a) Gewöhnliches System der Wärmegrössen.

Mechanisches Aequivalent der Wärme	L
Spezifische äussere Arbeit eines Gases unter konstantem Druck *)	L

b) Das erste mechanische System der Wärmegrössen.

Wärmemenge	LP
Wärmekapacität	L
Intensität der Wärmeentwickelung	LPT^{-1}
Schmelz-, Verdampfungs- und Verbrennungswärme	L
Spezifische äussere Arbeit eines Gases unter konstantem Druck *)	L
Wärmeleitungsfähigkeit	PT^{-1}
Intensität der Wärmestrahlung	$L^{-1}PT^{-1}$
Wärmestrahlungsvermögen	$L^{-1}PT^{-1}$

*) Masszahl: die Konstante des Gasgesetzes.

Anmerkung 27. Die Aufstellung der L-P-T-Dimensionen des zweiten mechanischen Systems der Wärmegrössen unterbleibt hier als gänzlich zwecklos.

G_2. Gravitationseinheiten im L-P-T-System.

Frage 310. Was versteht man unter Gravitationseinheiten im L-P-T-System?

Antwort. Diejenigen abgeleiteten Einheiten dieses Systems, welche von der demselben zu Grunde gelegten Intensität der Schwere abhängig sind, werden als seine Gravitations- oder Schwereeinheiten bezeichnet (s. Erkl. 477).

Erkl. 477. Es handelt sich also um diejenigen Einheiten, welche ihren Betrag ändern, wenn man statt der Intensität von 981 absoluten C.-G.-S.-Einheiten (siehe die Antwort auf die Frage 305) irgend eine andere auswählt.

Für die entsprechenden Einheiten des L-M-T-Systems besteht diese Abhängigkeit nicht; aus diesem Grunde ist für sie ursprünglich die Bezeichnung absolute Einheiten gewählt worden.

Frage 311. Welchen Grössen kommen im L-P-T-System Gravitationseinheiten zu?

Antwort. Das Gravitations- oder Schweremass kommt zu:

1) der Kraft,

2) denjenigen Grössen, die mittelbar oder unmittelbar von einer Kraft abhängig sind (siehe Erkl. 478).

Erkl. 478. Die Zusammenstellung am Schlusse des vorhergehenden Abschnittes enthält also die Dimensionen der Grössen, die im L-P-T-System Gravitationseinheiten haben. Man beachte, dass diese Dimensionen keineswegs sämtlich das Zeichen P enthalten.

Frage 312. Von welchen Beträgen der fundamentalen Einheiten werden die Gravitationseinheiten im L-P-T-System abgeleitet?

Erkl. 479. In dem m-kg-sec-System erhält man die Ausdrücke für die abgeleiteten Gravitationseinheiten, indem man die Zeichen L, P, T in den Dimensionsausdrücken durch die Zeichen m, kg, sec ersetzt. Die Arbeitseinheit m kg wird herkömmlicherweise auch mkg (oder auch kgm) geschrieben.

Antwort. Man wählt für Länge, Gewicht und Zeit häufig die Einheiten: m, kg, sec; indessen werden die beiden ersten Einheiten nicht durchweg beibehalten, sondern je nach der Art der zu messenden Grössen durch kleinere oder grössere Einheiten ersetzt (siehe Erkl. 479).

Anmerkung 28. Die praktisch wichtigen Gravitationseinheiten des L-P-T-Systems sind bereits in dem Abschnitte, der das L-M-T-System behandelt, angegeben und auf die entsprechenden absoluten C.-G.-S.-Einheiten zurückgeführt, weil eine gesonderte Behandlung derselben dem Verständnisse weniger förderlich gewesen wäre. Es genügen daher an dieser Stelle einige ergänzende Aufgaben.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 544. Welche m-kg-Einheit hat das Gravitationspotential im L-P-T-System?

Erkl. 480. Sie enthält 98100 Erg pro Gramm. Bei einer Aenderung der dem L-P-T-System zu Grunde liegenden Intensität der Schwere würde sie sich gerade proportional der letzteren ändern. Man vergleiche die Einheit des mechanischen Wärmeäquivalentes und der Konstanten des Gasgesetzes.

Auflösung. Die fragliche Einheit ist das Meterkilogramm pro Kilogramm (siehe die Aufgabe 191, Seite 92):

$$\frac{\text{m kg}}{\text{kg}} = \text{m}$$

(siehe Erkl. 480).

Aufgabe 545. Wie ist in demselben System die m-kg-Einheit für die spezifische Intensität der Massenanziehung festzusetzen?

Erkl. 481. Da 1 kg Kraft gleich 981000 Dyn ist, so enthält diese Einheit (siehe die Antwort auf die Frage 127, Seite 58) 9810 absolute C.-G.-S.-Einheiten, und die Gravitationskonstante (siehe die Antwort auf die Frage 128, Seite 58) hat in Bezug auf die hierneben festgesetzte Einheit den Wert $65 \cdot 10^{-9} : 9810$ oder rund $7 \cdot 10^{-12}$.

Auflösung. Die verlangte Einheit ist diejenige Intensität, bei der zwischen zwei Massen von je 1 kg in 1 m Entfernung 1 kg Anziehung wirkt. Diese Einheit ist durch:

$$\text{m}^2\,\text{kg}^{-1}$$

darzustellen (siehe Erkl. 481).

Aufgabe 546. Wenn p die Kraft bezeichnet, die an der Masse m die Beschleunigung γ hervorbringt, und g die Beschleunigung des freien Falles bei der dem L-P-T-System zu Grunde gelegten Intensität der Schwere, so ist:

$$p = \frac{1}{g} \cdot m\gamma.$$

Diese Gleichung soll mittels der L-P-T-Dimensionen geprüft werden.

Auflösung. Die linke Seite der Gleichung hat die Dimension P; die der rechten Seite ist:

$$L^{-1}\,T^2 . P . L\,T^{-2} = P.$$

Aufgabe 547. Ebenso die Gleichung:

$$M = \frac{1}{g} \cdot K\gamma,$$

in der M das Drehungsmoment ist, welches einem Körper vom Trägheitsmomente K die Winkelbeschleunigung γ erteilt, und g dieselbe Bedeutung hat, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Auflösung. Die Dimension der linken Seite ist LP, die der rechten ist (siehe Erkl. 473):

$$L^{-1} T^2 \cdot L^2 P \cdot T^{-2} = LP.$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 548. Wieviel $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ enthält $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ Flächendruck?

Aufgabe 549. Wieviel $\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ enthält $1 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$ Flächendruck?

Aufgabe 550. Welchen Wert hat die auf die mm-kg-Einheit bezogene Gravitationskonstante?

Andeutung. Man vergleiche die Auflösung zur Aufgabe 545.

Aufgabe 551. Das mechanische Aequivalent der Wärme betrage $424 \frac{\text{m kg}}{\text{kg}}$ oder 424 m. Wieviel m würde es dann betragen, wenn dem L-P-T-System die Intensität der Schwere am Aequator (siehe Anmerkung 10) zu Grunde gelegt würde?

H. Ueber das Länge-Kraft-Zeit-System oder das L-S-T-System.

H₁. Dimensionen im L-S-T-System.

Frage 313. Worin stimmt das L-S-T-System mit dem L-M-T-System überein, und worin weicht es von diesem ab?

Erkl. 482. Insbesondere wird also hier auch das Abhängigkeitsgesetz angewandt, welches zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung besteht.

Erkl. 483. Der Buchstabe S ist hier deshalb gewählt, weil, soweit man von dem hier zu besprechenden System überhaupt Gebrauch macht, als Krafteinheit immer eine Schwereeinheit der Kraft angewandt wird.

Antwort. Die Uebereinstimmung besteht darin, dass im L-S-T-System für alle Grössen dieselben Abhängigkeitsgesetze angewandt werden, wie im L-M-T-System (siehe Erkl. 482); die Abweichung darin, dass im L-S-T-System die Kraft statt der Masse als unabhängig Veränderliche betrachtet wird (siehe Erkl. 483).

Frage 314. Welche Dimension hat die Masse im L-S-T-System?

Erkl. 484. Die Masse wird hier bestimmt durch die Kraft S, die erforderlich ist, um ihr die Beschleunigung LT^{-2} zu erteilen. Sie ist

Antwort. Die Dimension der Masse, welche in diesem System als abhängig Veränderliche auftritt, ist (s. Erkl. 484):

$$S : LT^{-2} = L^{-1} ST^2.$$

dem ersten Bestimmungsstücke gerade, dem zweiten dagegen umgekehrt proportional (siehe Erkl. 482).

Frage 315. Wie findet man die Dimensionen der übrigen abhängig veränderlichen Grössen im L-S-T-System?

Antwort. Es ist zu dem Zwecke nur notwendig, in denjenigen Dimensionen des L-M-T-Systems, welche die Masse M enthalten, das Zeichen M durch:

$$L^{-1} S T^2$$

zu ersetzen (siehe Erkl. 485).

Erkl. 485. Die übrigen Dimensionen bleiben ungeändert.

Durch die umgekehrte Substitution:

$$S = LMT^{-2}$$

gehen die Dimensionen des L-S-T-Systems wieder in die des L-M-T-Systems über.

Frage 316. Welche Folgerung ergibt sich aus der Antwort auf die vorhergehende Frage?

Antwort. Man schliesst, dass eine physikalische Gleichung, in der die Masszahlen sich auf Einheiten des L-S-T-Systems beziehen, auch mittels der L-M-T-Dimensionen geprüft werden kann (siehe Erkl. 486).

Erkl. 486. Für diesen Zweck ist also eine Aufstellung der L-S-T-Dimensionen gar nicht erforderlich. Da ausserdem das L-S-T-System nur in der Mechanik zuweilen angewandt, aber auch hier nicht einmal vollständig durchgeführt wird, so kann von einer Zusammenstellung seiner leicht aufzufindenden Dimensionen Abstand genommen werden.

H_2. Gravitationseinheiten im L-S-T-System.

Frage 317. Was versteht man unter Gravitationseinheiten im L-S-T-System?

Antwort. Die von der Krafteinheit abhängigen Einheiten dieses Systems werden als Gravitationseinheiten bezeichnet, falls man das Gravitations- oder Schweremass der Kraft zur Anwendung bringt (siehe Erkl. 487).

Erkl. 487. Dieses Kraftmass ist auch hier die Schwere der gewöhnlichen Masseneinheiten (kg, g, mg), unter Voraussetzung einer Schwereintensität von 981 absoluten C.-G.-S.-Einheiten Von diesem letzteren Betrage sind wieder alle abgeleiteten Gravitationseinheiten abhängig.

Frage 318. Welchen Grössen kommen im L-S-T-System Gravitationseinheiten zu?

Antwort. Das Gravitations- oder Schweremass kommt zu:

1) der Masse,

2) denjenigen Grössen, deren L-S-T-Dimension das Zeichen S, oder deren L-M-T-Dimension das Zeichen M enthält (siehe Erkl. 488).

Erkl. 488. Dieses Masssystem geht also zunächst von den gewöhnlichen Masseneinheiten aus, um mittels einer festen Intensität der Schwere Krafteinheiten zu bilden (siehe Erkl. 487), gibt dann aber jene Masseneinheiten wieder auf, leitet aus den Einheiten der Kraft und der Beschleunigung neue Masseneinheiten ab und macht dann auch die Intensität des Gravitationsfeldes abhängig veränderlich.

Frage 319. Wie wird die Gravitationseinheit der Masse im *L-S-T*-System festgesetzt?

Erkl. 489. Die Gewichtseinheiten sind also nicht mehr Masseneinheiten, sondern ausschliesslich Krafteinheiten (vergleiche Erkl. 470).

Um den Zeichen kg, g, mg nicht ihre gewöhnliche Bedeutung zu nehmen, empfiehlt es sich, die Krafteinheiten Kilogramm, Gramm, Milligramm hier durch die etwas abgeänderten Zeichen kgr, gr, mgr darzustellen.

Antwort. Die Gravitationseinheit der Masse ist hier diejenige Masse, an der die Gravitationseinheit der Kraft die Einheit der Beschleunigung hervorbringt (s. Erkl. 489).

Frage 320. Für welche Grössen der Mechanik liefert das *L-S-T*-System dieselben Gravitationseinheiten wie das *L-P-T*-System?

Erkl. 490. Diese beiden Grössen sind im *L-P-T*-System nicht abhängig veränderlich, und im *L-S-T*-System enthält ihre Dimension nicht *S*.

Erkl. 491. Diese Grösse hat nur im *L-P-T*-System eine Gravitationseinheit, nicht aber im *L-S-T*-System, da hier ihre Dimension *S* nicht enthält.

Erkl. 492. Diese Grösse hat zwar in jedem der beiden Systeme eine Gravitationseinheit, aber nicht in beiden dieselbe.

Antwort. Für diejenigen Grössen, deren *L-P-T*-Dimensionen am Schlusse des Abschnittes G_1 (Seite 203) unter der Ueberschrift „Mechanik" zusammengestellt sind, ausgenommen: die Intensität des Gravitationsfeldes und das Potentialgefälle im Gravitationsfelde (siehe Erkl. 490); ferner das Gravitationspotential (siehe Erkl. 491); endlich die spezifische Intensität der Massenanziehung (siehe Erkl. 492).

Frage 321. Für welche Grössen der Mechanik liefert das *L-S-T*-System Gravitationseinheiten, die ihm eigentümlich sind?

Erkl. 493. Die Gravitationseinheiten dieser fünf Grössen gehen in sehr einfacher Weise aus der Gravitationseinheit der Masse hervor. Es muss aber bemerkt werden, dass die der beiden letzten nicht gebäuchlich sind. Das *L-P-T*-System hat für alle fünf keine Gravitationseinheit.

Erkl. 494. Diese Grösse allein hat also im *L-S-T*-System und im *L-P-T*-System je eine besondere Gravitationseinheit.

Antwort. Für die Bewegungsgrösse, die lebendige Kraft und das Trägheitsmoment; ferner für die Dichte und das spezifische Volumen (siehe Erkl. 493); endlich für die spezifische Intensität der Massenanziehung (siehe Erkl. 494).

Frage 322. Von welchen Beträgen der fundamentalen Einheiten werden die Gravitationseinheiten im *L-S-T*-System abgeleitet?

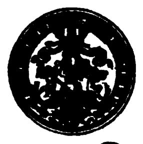
Antwort. Man wählt häufig, aber nicht immer, die Einheiten: m, kgr, sec.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1101. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen. Forts. v. Heft 1091. — Seite 209—224.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen der physikalischen Grössen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Fortsetzung v. Heft 1091. — Seite 209—224.

Inhalt:

Ueber Systeme, die auf Grund des Gesetzes der Massenanziehung hergeleitet sind. — Allgemeines über die Anwendung des Gesetzes der Massenanziehung. — L-M-T-System auf Grund des Gesetzes der Massenanziehung. — Systeme mit zwei unabhängig Veränderlichen. — Ueber Systeme mit nur einer unabhängig Veränderlichen. — Ueber ein unveränderliches System auf Grund der drei Forderungen: $L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9}$ cm³ g^{-1} sec^{-2}, $L^{-3} M =$ cm^{-3} g, $LT^{-1} = 3 \cdot 10^{10}$ cm sec^{-1}. Anhang: Ergebnisse zu den ungelösten Aufgaben.

Stuttgart 1892.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches zur Seite steht**, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der **wichtigsten** und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst Angabe und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die **Lösung** jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere Anzahl der Hefte** erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann **auch alle Teile der reinen** und **angewandten Mathematik** — nach besonderen **selbständigen Kapiteln** angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von **ungelösten Aufgaben** beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht **benutzt** werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die **Hand des** Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur **Ausgabe**.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen**, etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen zu lösen haben**, zugleich aber **auch** die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der **mathematischen** Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Frage 323. Welche Bezeichnungen sind für das System der Gravitationseinheiten im L-S-T-System der physikalischen Grössen vorgeschlagen worden?

Erkl. 495. Es soll damit angedeutet werden, dass der Betrag dieser Einheiten von der Intensität der Schwere im Gravitationsfelde der Erde abhängig gemacht ist.

Erkl. 496. Dieser Ausdruck soll darauf hinweisen, dass in dem Masssystem die Gewichtseinheiten ausschliesslich Krafteinheiten sind (siehe Erkl. 489). Die abgeleiteten Einheiten des L-M-T-Systems will Oberbeck dann das „Masse-Gewicht-System" nennen, weil hier die Gewichtseinheiten nur Masseneinheiten sind. Wollte man die Bezeichnung annehmen, so müssten folgerichtig die Gravitationseinheiten im L-P-T-System als das „Masse-Kraft-Gewicht-System" bezeichnet werden, weil dort die Gewichtseinheiten zugleich Massen- und Krafteinheiten sind (siehe Erkl. 470).

Antwort. Für diese Gravitationseinheiten hat Pfaundler die Bezeichnung „terrestrisches" oder „irdisches" Masssystem (s. Erkl. 495) vorgeschlagen, Oberbeck die Bezeichnung „Kraft-Gewicht-System" (siehe Erkl. 496). Auch findet man sie als „praktisches" Masssystem bezeichnet.

Von diesen drei Benennungen scheint indessen keine die Aussicht auf allgemeine Annahme zu haben, da gegen jede einzelne Einwendungen erhoben sind. Uebrigens hat das L-S-T-System überhaupt an Bedeutung sehr verloren, seitdem neben dem L-P-T-System auch noch das L-M-T-System in die Mechanik eingeführt ist.

Anmerkung 29. In den folgenden Aufgaben bedeuten die Zeichen kg, g, mg ausschliesslich Massen, die Zeichen kgr, gr, mgr ausschliesslich Kräfte (siehe Erkl. 489).

Selbstverständlich sind nur die dem L-S-T-System eigentümlichen Gravitationseinheiten in Betracht gezogen (siehe die Antwort auf die Frage 321).

Auf Beispiele zur Prüfung von Gleichungen durch L-S-T-Dimensionen kann verzichtet werden (siehe Erkl. 486).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 552. Wieviel kg enthält die m-kgr-sec-Einheit der Masse?

Erkl. 497. Man beachte, dass 1 kgr Kraft an 1 kg Masse eine Beschleunigung von 981 cm $\sec^{-2}$ oder 9,81 m $\sec^{-2}$ hervorbringt.

Auflösung. Es ist (siehe Erkl. 497):

$$\text{kgr} = 9{,}81 \text{ m kg sec}^{-2},$$

woraus folgt:

$$\text{m}^{-1} \text{kgr sec}^2 = 9{,}81 \text{ kg}.$$

Aufgabe 553. Wieviel cm-gr-sec-Einheiten der Masse enthält die m-kgr-sec-Einheit derselben?

Auflösung. Es ist:

$$\frac{\text{kgr sec}^2}{\text{m}} = \frac{1000 \text{ gr sec}^2}{100 \text{ cm}} = 10 \frac{\text{gr sec}^{-2}}{\text{cm}}.$$

Aufgabe 554. Welche Dimension hat das Trägheitsmoment im L-S-T-System?

Auflösung. Aus der Antwort auf die Frage 145 (Seite 64) folgt sowohl unmittelbar als auch unter Berücksichtigung der Antwort auf die Frage 308 die Dimension:

$$L S T^2.$$

Aufgabe 555. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten des Trägheitsmomentes enthält die m-kgr-sec-Einheit desselben?

Auflösung. Nach der Auflösung zur Aufgabe 552 ist:

$$\text{m kgr sec}^2 = 9{,}81\ \text{m}^2\,\text{kg} = 981\cdot 10^5\,\text{cm}^2\,\text{g}.$$

Aufgabe 556. Welche Dimension hat die spezifische Intensität der Massenanziehung im L-S-T-System?

Auflösung. Aus der Antwort auf die Frage 125 (Seite 57) folgt unter Berücksichtigung der Antwort auf die Frage 315 die Dimension:

$$L^4 S^{-1} T^{-4}.$$

Aufgabe 557. Wie ist in diesem System die m-kgr-sec-Einheit für die spezifische Intensität der Massenanziehung festzusetzen?

Erkl. 498. Da:

$$\text{kgr} = 981\cdot 10^3\,\text{cm g sec}^{-2}$$

ist, so folgt:

$$\frac{\text{m}^4}{\text{kgr sec}^4} = \frac{10^5}{981}\,\frac{\text{cm}^3}{\text{g sec}^2},$$

d. h. die in Rede stehende m-kgr-sec-Einheit enthält $10^5 : 981$ absolute C.-G.-S.-Einheiten (siehe die Antwort auf die Frage 127, Seite 58). Die Gravitationskonstante hat in Bezug auf diese m-kgr-sec-Einheit also den Wert $65\cdot 10^{-14}\cdot 981$ oder rund $638\cdot 10^{-12}$ (vergl. Erkl. 490).

Auflösung. Die verlangte Einheit ist diejenige Intensität, bei der zwischen zwei Massen von je 1 $\text{m}^{-1}\,\text{kgr sec}^2$ in 1 m Entfernung 1 kgr Anziehung wirkt. Diese Einheit ist durch:

$$\text{m}^4\,\text{kgr}^{-1}\,\text{sec}^{-4}$$

darzustellen (siehe Erkl. 498).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 558. Wieviel g enthält die cm-gr-sec-Einheit der Masse?

Aufgabe 559. Wieviel mg enthält die mm-mgr-sec-Einheit der Masse?

Aufgabe 560. Wieviel mm-mgr-sec-Einheiten der Masse enthält die cm-gr-sec-Einheit derselben?

Aufgabe 561. Wieviel absolute C.-G.-S.-Einheiten lebendiger Kraft (siehe die Antwort auf die Frage 101, Seite 49) enthält die m-kgr-sec-Einheit derselben?

J. Ueber Systeme, die auf Grund des Gesetzes der Massenanziehung hergeleitet sind.

J_1. Allgemeines über die Anwendung des Gesetzes der Massenanziehung.

Frage 324. Welche Grösse macht man durch das Gesetz der Massenanziehung immer zunächst abhängig veränderlich?

Antwort. Das Newtonsche Gesetz (siehe Erkl. 152, Seite 57) wird stets

Erkl. 499. Man stellt also zuerst einen aus L und M gebildeten Dimensionsausdruck der Kraft auf und bringt die Krafteinheit in Abhängigkeit von den Einheiten der Länge und Masse.

zunächst angewandt, um die Kraft von einer Länge und einer Masse abhängig zu machen (siehe Erkl. 499).

Frage 325. Wie wird die L-M-Dimension und die zugehörige Einheit der Kraft auf Grund des Gesetzes der Massenanziehung festgesetzt?

Erkl. 500. Die beiden Massen M stelle man sich als Punktmassen vor.

Durch die nebenstehende Verfügung über die Dimension der Kraft ist die spezifische Intensität der Massenanziehung stillschweigend als eine konstante Grösse von der Dimension 1 und dem in der Natur gefundenen Betrage von $65 \cdot 10^{-9}$ absoluten C.-G.-S.-Einheiten eingeführt. Die Gravitations- oder Attraktionskonstante erhält also den Wert 1 (siehe die Antwort auf die Frage 128, Seite 58).

Erkl. 501. Da die Massenanziehung auch als Gravitation und insbesondere das Newtonsche Gesetz als das Gravitationsgesetz bezeichnet wird, so würde die daraus abgeleitete Krafteinheit folgerichtig die Gravitationseinheit zu nennen sein. Indessen wird der letztere Name, wenn auch weniger passend, schon für die Schwereeinheit der Kraft gebraucht. Um eine Verwechselung auszuschliessen, empfiehlt es sich daher, einen anderen Namen zu wählen, der die Herkunft der in Rede stehenden Krafteinheit ebenfalls andeutet.

Antwort. Die Kraft wird bestimmt als die Anziehung, welche die Masse M auf eine ihr gleiche Masse in der Entfernung L ausübt. Diese Anziehung ist nach dem Newtonschen Gesetze dem Quadrate der Masse M gerade und dem Quadrate der Entfernung L umgekehrt proportional. Demnach erhält die Kraft die Dimension (s. Erkl. 500):

$$\frac{M^2}{L^2} = L^{-2} M^2.$$

Die Krafteinheit ist dann die zwischen zwei Masseneinheiten in der Einheit der Entfernung wirksame Anziehung. Sie wird am zweckmässigsten als die Attraktionseinheit der Kraft bezeichnet (siehe Erkl. 501).

Die Kraft:

$$\mathrm{cm}^{-2}\, \mathrm{g}^2$$

ist nach der Antwort auf die Frage 128 (Seite 58) gleich $65 \cdot 10^{-9}$ Dyn. Sie stellt eine Attraktionseinheit der Kraft dar, wenn cm und g die Einheiten der Länge und Masse sind.

Frage 326. Welche Dimension und Einheit ergibt sich aus der Antwort auf die vorhergehende Frage für die Intensität des Gravitationsfeldes?

Erkl. 502. Dimension und Einheit der Intensität des Gravitationsfeldes lassen hier auch folgende, sehr einfache Auffassung zu.

Die Intensität des Gravitationsfeldes:

$$\frac{M}{L^2} = L^{-2} M$$

wird durch die Masse M in der Entfernung L hervorgebracht.

Die Einheit der Masse bringt in der Einheit der Entfernung die Einheit der Intensität des Gravitationsfeldes hervor.

Das ergibt sich, wenn man beachtet, dass die Masse M in der Entfernung L mit der Kraft $L^{-2} M^2$ auf die Masse M wirkt.

Antwort. Indem man die Intensität des Gravitationsfeldes bestimmt durch die Kraft $L^{-2} M^2$, welche auf die Masse M wirkt, erhält man die Dimension:

$$\frac{M^2}{L^2} : M = \frac{M}{L^2} = L^{-2} M.$$

Die Einheit der Intensität kommt dem Gravitationsfelde dort zu, wo auf die Masseneinheit die Attraktionseinheit der Kraft wirkt (s. Erkl. 502).

Frage 327. Wie kann man verfahren, um Systeme der physikalischen Grössen zu erhalten, die den in der Antwort auf die Frage 325 getroffenen Bestimmungen entsprechen?

Erkl. 503. Das führt zu einem neuen L-M-T-System, in welchem die Kraft und alle Grössen, unter deren Bestimmungsstücken die Kraft vorkommt, andere Dimensionen und Einheiten erhalten, als in dem gewöhnlichen oder absoluten L-M-T-System.

Erkl. 504. Je nachdem man M, T oder L als abhängig betrachtet, erhält man also eine der drei Dimensionen:

$$M = L^3 T^{-2}$$

$$T = L^{\frac{3}{2}} M^{-\frac{1}{2}}$$

$$L = M^{\frac{1}{3}} T^{\frac{2}{3}}.$$

Man kann hiernach entweder ein L-T-System oder ein L-M-System oder ein M-T-System aufstellen. Alle drei sind lediglich Umgestaltungen des absoluten L-M-T-Systems durch eine der vorstehenden drei Substitutionen.

Erkl. 505. Durch Auflösung erhält man für g, sec, cm folgende Darstellungen durch die jedesmal als unabhängig betrachteten beiden Einheiten:

$$g = 65 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{cm}^3\, \mathrm{sec}^{-2}$$

$$\mathrm{sec} = \sqrt{65 \cdot 10^{-9}}\, \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}\, g^{-\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{cm} = \frac{1}{\sqrt[3]{65 \cdot 10^{-9}}}\, g^{\frac{1}{3}}\, \mathrm{sec}^{\frac{2}{3}}.$$

Uebrigens liefert die Forderung, das absolute L-M-T-System dadurch umzuformen, dass die spezifische Intensität der Massenanziehung als eine konstante Grösse von der Dimension 1 und dem Betrage:

$$65 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{cm}^3\, g^{-1}\, \mathrm{sec}^{-2}$$

eingeführt wird, unmittelbar:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{cm}^3\, g^{-1}\, \mathrm{sec}^{-2} = 1.$$

Antwort. Zu dem Zwecke können zwei verschiedene Wege eingeschlagen werden:

1) Man kann Länge, Masse und Zeit als drei unabhängig veränderliche Grössen beibehalten. Dann werden die Vorschriften des absoluten L-M-T-Systems über die Bestimmung, Dimension und Einheit der Kraft ungültig (siehe Erkl. 503).

2) Man kann fordern, dass die Vorschriften des absoluten L-M-T-Systems über die Bestimmung, Dimension und Einheit der Kraft gültig bleiben sollen. Dann folgt aus:

$$LMT^{-2} = L^{-2} M^2,$$

dass:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 1$$

sein muss. Es können demnach von den drei Grössen L, M, T nur noch zwei unabhängig veränderlich bleiben, während die dritte von diesen beiden nach dem in der vorstehenden Gleichung ausgesprochenen Gesetze abhängig wird (siehe Erkl. 504).

Die Grössen cm, g, sec sind jetzt durch die Gleichung:

$$65 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{cm}\, g\, \mathrm{sec}^{-2} = \mathrm{cm}^{-2}\, g^2$$

oder:

$$65 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{cm}^3\, g^{-1}\, \mathrm{sec}^{-2} = 1$$

miteinander verknüpft (siehe Erkl. 505).

J₂. Länge-Masse-Zeit-System auf Grund des Gesetzes der Massenanziehung.

Frage 328. Wie erhält man die Dimensionen und Einheiten des auf das Newtonsche Gesetz gegründeten L-M-T-Systems?

Antwort. Man verfährt zu dem Zwecke so, wie früher im absoluten

L-M-T-System verfahren ist, behandelt jedoch die **Kraft** gemäss der Antwort auf die Frage 325 und wendet folgerichtig überall die Dimension:

$$L^{-2} M^2$$

und die Attraktionseinheit:

$$[L^{-2} M^2]$$

für die Kraft an (siehe Erkl. 506).

Erkl. 506. Dem neuen L-M-T-System eigentümlich sind also die Dimensionen und Einheiten derjenigen Grössen, die unmittelbar oder mittelbar durch eine Kraft bestimmt werden. Ihre Ableitung hat nur für die Grössen der Mechanik einige, übrigens auch noch unerhebliche Bedeutung und kann, da sie keine Schwierigkeit bietet, als Gegenstand der Selbstübung des Lesers betrachtet werden.

Frage 329. Wie führt man die von der Attraktionseinheit der Kraft abgeleiteten Einheiten auf die absoluten $[L]$-$[M]$-$[T]$-Einheiten zurück?

Antwort. Da die Attraktionseinheit $cm^{-2} g^2$ der Kraft gleich $65 \cdot 10^{-9}$ Dyn ist, so kann man zunächst leicht jede andere Attraktionseinheit der Kraft auf die absolute C.-G.-S.-Einheit zurückführen (siehe Erkl. 507). Danach ist dann auch die Zurückführung einer von der Krafteinheit abgeleiteten Einheit leicht zu bewerkstelligen (siehe Erkl. 508). Dabei ist aber zu beachten, dass die hier benutzte Zahl $65 \cdot 10^{-9}$ nicht als völlig genau betrachtet werden darf.

Erkl. 507. So ist z. B. die Einheit:

$$\frac{kg^2}{m^2} = \frac{(10^3 g)^2}{(10^2 cm)^2} = 100 \frac{g^2}{cm^2}$$

und somit gleich $65 \cdot 10^{-7}$ Dyn.

Erkl. 508. Uebrigens findet man auch leicht die allgemein gültige Regel: Wenn der Quotient der beiden Dimensionen einer Grösse gleich $L^{-3} M T^2$ ist, so ist das Verhältnis der durch die beiden Dimensionsausdrücke dargestellten Beträge gleich:

$$65 \cdot 10^{-9} \frac{cm^3 g^{-1} sec^{-2}}{L^3 M^{-1} T^{-2}}.$$

Frage 330. Welche Vorteile bietet das auf die Attraktion gegründete L-M-T-System?

Antwort. Die Vorteile liegen in der Gültigkeit der folgenden Sätze:

1) Die Anziehung zwischen zwei Massen ist numerisch gleich dem Produkte der Massen, dividiert durch das Quadrat ihrer Entfernung.

2) Die Intensität des von einer Masse hervorgebrachten Gravitationsfeldes ist numerisch gleich der Masse, dividiert durch das Quadrat der Entfernung von derselben.

3) Das von einer Masse hervorgebrachte Gravitationspotential ist numerisch gleich der Masse, dividiert durch die Entfernung von derselben (siehe Erkl. 509).

Erkl. 509. Die beiden ersten Sätze ergeben sich unmittelbar aus den Antworten auf die Fragen 325 und 326. Um den dritten Satz zu finden, hat man nur die Dimension $L^{-1} M$ des Gravitationspotentials zu bilden und die Erkl. 502 zu berücksichtigen.

In allen drei Sätzen ist unter M allerdings zunächst eine Punktmasse zu verstehen. Es ist aber wohl zu beachten, dass eine gleichförmige Kugelmasse nach aussen ebenso wirkt, wie eine gleich grosse Masse im Mittelpunkte der Kugel.

Die angegebenen Vorteile kommen hauptsächlich für die Mechanik der Himmelskörper in Betracht. Es steht ihnen aber ein Nachteil gegenüber, der in erheblichem Masse die allgemeine Mechanik trifft.

Frage 331. Mit welchem Nachteile ist dasselbe System behaftet?

Antwort. Der Nachteil liegt darin, dass die Kraft hier **nicht** dem Pro-

dukte aus einer Masse und der an ihr hervorgebrachten Beschleunigung numerisch gleich ist, dass vielmehr dieses Produkt noch mit einem dem System eigentümlichen Faktor multipliziert werden muss (siehe Erkl. 510).

Erkl. 510. Es sei f die auf die Attraktionseinheit bezogene Masszahl der Kraft, die der Masse m die Beschleunigung γ erteilt, und k der hierneben erwähnte Faktor. Dann ist:

$$f = k \cdot m \gamma,$$

und durch Vergleichung der beiderseitigen Dimensionen findet man, dass k die Masszahl einer Grösse von der Dimension $L^{-3} M T^2$ ist; diese Grösse hat den Wert $\frac{1}{65 \cdot 10^{-9}}\,\mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{g}\,\mathrm{sec}^2$ oder $154 \cdot 10^5\,\mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{g}\,\mathrm{sec}^2$.

J_3. Systeme mit zwei unabhängig Veränderlichen.

1) Ein L-T-System.

Frage 332. In welcher Beziehung steht das auf das Newtonsche Gesetz gegründete L-T-System zum absoluten L-M-T-System?

Antwort. Es bleiben hier alle Vorschriften des absoluten L-M-T-Systems über Bestimmungsweise, Dimensionen und Einheiten der physikalischen Grössen gültig. Sie werden aber noch um eine Vorschrift vermehrt, durch welche die Masse M von der Länge L und der Zeit T abhängig gemacht wird (s. Erkl. 511).

Erkl. 511. Von den früher einzeln aufgestellten L-M-T-Dimensionen wird also keine ungültig; jedoch erfahren diejenigen, welche die Masse M enthalten, eine Umformung. Durch diese Umformung wird M beseitigt (siehe die Antwort auf die Frage 327).

Frage 333. In welcher Weise wird die Masse von Länge und Zeit abhängig gemacht?

Antwort. Die Masse wird bestimmt durch die Intensität des Gravitationsfeldes LT^{-2}, die sie in der Entfernung L hervorbringt (siehe Erkl. 512). Sie ist dem ersten Bestimmungsstücke und dem Quadrate des zweiten proportional (siehe Erkl. 513), hat also die Dimension:

$$LT^{-2} \cdot L^2 = L^3 T^{-2}.$$

Masseneinheit ist diejenige Masse, welche in der Einheit der Entfernung die Einheit der Intensität des Gravitationsfeldes hervorbringt (siehe Erkl. 514).

Die C.-S.-Einheit der Masse ist:

$$\mathrm{cm}^3\,\mathrm{sec}^{-2} = \frac{1}{65 \cdot 10^{-9}}\,\mathrm{g} = 154 \cdot 10^5\,\mathrm{g}$$

(siehe Erkl. 505).

Erkl. 512. Die Masse wird wieder als Punktmasse gedacht, und die Intensität des Gravitationsfeldes LT^{-2} bestimmt durch die an einer beliebigen anderen Masse hervorgebrachte Beschleunigung LT^{-2} (s. Erkl. 91).

Erkl. 513. Dieses Gesetz ist eine Umkehrung der Form, in welcher die Abhängigkeit zwischen Masse, Entfernung von derselben und Intensität ihres Gravitationsfeldes in der Erkl. 502 ausgesprochen ist.

Erkl. 514. Die Masse ist also numerisch gleich dem Produkte aus der Intensität ihres Gravitationsfeldes und dem Quadrate der Entfernung, in der sie die Intensität hervorbringt.

So ist z. B. die Erdmasse:

$$981\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2} \cdot (637 \cdot 10^6\,\mathrm{cm})^2 = 398 \cdot 10^{18}\,\frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{sec}^2}.$$

Frage 334. Wie findet man die L-T-Dimensionen der übrigen physikalischen Grössen?

Antwort. Es ist zu dem Zwecke nur nötig, in denjenigen Dimensionen

Erkl. 515. So findet man z. B. für die Kraft $L \cdot L^3 T^{-2} \cdot T^{-2}$:

$$LMT^{-2} = L^4 T^{-4}.$$

Die nebenstehende sehr einfache Regel, die einer weiteren Erläuterung an Beispielen nicht bedürftig erscheint, hat nach der Antwort auf die Frage 332 uneingeschränkte Gültigkeit für alle physikalischen Grössen.

des absoluten L-M-T-Systems, welche die Masse M enthalten, die Substitution:

$$M = L^3 T^{-2}$$

vorzunehmen (siehe Erkl. 515).

Dimensionen, welche M nicht enthalten, bleiben ungeändert.

Frage 335. In welcher Weise lassen sich die C.-S.-Einheiten des L-T-Systems aus den absoluten C.-G.-S.-Einheiten ableiten?

Erkl. 516. So findet man z. B. für die Krafteinheit:

$$\text{cm g sec}^{-2} = \text{cm} \cdot 65 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2} \cdot \text{sec}^{-2}$$
$$= 65 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^4 \text{ sec}^{-4},$$

woraus folgt:

$$\text{cm}^4 \text{ sec}^{-4} = \frac{1}{65 \cdot 10^{-9}} \text{ cm g sec}^{-2}$$

oder:

$$\text{cm}^4 \text{ sec}^{-4} = 154 \cdot 10^5 \text{ Dyn.}$$

Antwort. Diese Ableitung kann dadurch bewirkt werden, dass man in denjenigen C.-G.-S.-Einheiten, welche das Zeichen g enthalten, die Substitution (siehe Erkl. 505):

$$\text{g} = 65 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$$

vornimmt (siehe Erkl. 516).

Frage 336. Wie kann die Bestimmung der Masse $L^3 T^{-2}$ durch die Länge L und die Zeit T noch weiter veranschaulicht werden?

Erkl. 517. Das ergibt sich sehr leicht aus der Gleichung, die in der Aufgabe 527 behandelt ist, in Verbindung mit der Antwort auf die Frage 333.

Der Kürze wegen kann man die im Mittelpunkte des Kreises befindliche Masse als die Centralmasse und die rotierende als ihren Satelliten bezeichnen. Man kann dann sagen: Wenn ein Satellit auf einem Kreise vom Radius L in der Zeit T die Bogenlänge L zurücklegen soll, so ist eine Centralmasse vom Betrage $L^3 T^{-2}$ erforderlich.

Antwort. Es sei L der Radius eines Kreises, auf dessen Peripherie sich eine beliebige Masse so bewegt, dass sie in der Zeit T einen Bogen von der Länge L durchläuft. Soll nun die für die Rotation erforderliche Centripetalkraft durch die Anziehung einer Masse ausgeübt werden, die sich im Mittelpunkte des Kreises befindet, so muss diese Masse den Betrag $L^3 T^{-2}$ haben (siehe Erkl. 517).

Frage 337. Worin besteht das wesentliche Kennzeichen des L-T-Systems?

Erkl. 518. Selbstverständlich sind unter Attraktionseinheiten solche Einheiten zu verstehen, deren Betrag sich ändern würde, wenn die spezifische Intensität der Massenanziehung sich änderte.

Antwort. Dieses System zeichnet sich dadurch aus, dass es für die Masse und für diejenigen Grössen, deren gewöhnliche L-M-T-Dimension M enthält, Attraktionseinheiten liefert (siehe Erkl. 518).

Anmerkung 30. Das hier behandelte L-T-System wird vorzugsweise als das Gravitationssystem bezeichnet, obschon es nicht das einzige System ist, welches sich auf Grund der Massenanziehung oder Gravitation ableiten lässt.

Es ist möglich, dass dieses System in Zukunft, wenn erst die Gravitationskonstante besser als gegenwärtig bestimmt worden ist, in der ganzen Physik eine wichtige Rolle spielen wird.

2) Ein *L-M*-System.

Frage 338. Wie kann das absolute *L-M-T*-System auf Grund des Newtonschen Gesetzes in ein *L-M*-System umgeformt werden?

Erkl. 519. Für die Kraft gelangt man dabei zu der Dimension, die in der Antwort auf die Frage 325 bereits angegeben ist, nämlich:

$$LMT^{-2} = LM \cdot L^{-3}M = L^{-2}M^2.$$

Nachdem das *L-T*-System ausführlich behandelt ist, scheint hier eine abgekürzte Darstellung ausreichend.

Erkl. 520. Die C.-G.-Einheit der Kraft wird (vergl. die Antwort auf die Frage 325) dann so erhalten:

$$\text{cm g sec}^{-2} = \text{cm g} \cdot \frac{1}{65 \cdot 10^{-9}} \text{cm}^{-3} \text{g},$$

woraus folgt:

$$\text{cm}^{-2} \text{g}^2 = 65 \cdot 10^{-9} \text{cm g sec}^{-2}$$

oder:

$$\text{cm}^{-2} \text{g}^2 = 65 \cdot 10^{-9} \text{Dyn}.$$

Antwort. Diese Umformung kann so vollzogen werden, dass man in diejenigen Dimensionen des *L-M-T*-Systems, welche T enthalten, der Erkl. 504 entsprechend:

$$T = L^{\frac{3}{2}} M^{-\frac{1}{2}}$$

einsetzt (siehe Erkl. 519).

Die entsprechenden C.-G.-Einheiten sind Attraktionseinheiten; sie gehen aus den absoluten C.-G.-S.-Einheiten hervor, indem man nach der Erkl. 505:

$$\text{sec} = \sqrt{65 \cdot 10^{-9}}\, \text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{-\frac{1}{2}}$$

oder:

$$\text{sec} = 255 \cdot 10^{-6} \text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{-\frac{1}{2}}$$

substituiert (siehe Erkl. 520).

Die C.-G.-Einheit der Zeit selbst wird hiernach:

$$\text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{65 \cdot 10^{-9}}} \text{sec}$$

oder:

$$\text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{-\frac{1}{2}} = 3922 \text{ sec}.$$

Frage 339. Wie kann die Bestimmung der Zeit $L^{\frac{3}{2}} M^{-\frac{1}{2}}$ durch die Länge L und die Masse M veranschaulicht werden?

Erkl. 521. In Bezug auf den genauen Sinn dieser Aussage vergleiche man die Erkl. 517.

Antwort. Wenn ein Satellit auf einem Kreise vom Radius L sich um die Centralmasse M bewegt, so durchläuft er die Bogenlänge L in der Zeit $L^{\frac{3}{2}} M^{-\frac{1}{2}}$ (siehe Erkl. 521).

3) Ein *M-T*-System.

Frage 340. Wie lässt sich das absolute *L-M-T*-System auf Grund des Newtonschen Gesetzes in ein *M-T*-System umformen?

Antwort. Die Umgestaltung ist in der Weise vorzunehmen, dass man in den die Länge L enthaltenden Dimensionen des *L-M-T*-Systems setzt:

Erkl. 522. Für die Kraft erhält man also:

$$LMT^{-2} = M^{\frac{1}{3}} T^{\frac{2}{3}} \cdot MT^{-2} = M^{\frac{4}{3}} T^{-\frac{4}{3}}.$$

Auch hier erscheint eine abgekürzte Darstellung hinreichend.

Erkl. 523. Für die G.-S.-Einheit der Kraft erhält man die Gleichung:

$$\text{cm g sec}^{-2} = \frac{1}{\sqrt[3]{65 \cdot 10^{-9}}} g^{\frac{1}{3}} \sec^{\frac{2}{3}} \cdot \text{g sec}^{-2},$$

aus der sich ergibt:

$$g^{\frac{4}{3}} \sec^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{65 \cdot 10^{-9}} \text{ cm g sec}^{-2}$$

oder:

$$g^{\frac{4}{3}} \sec^{-\frac{4}{3}} = 0{,}004 \text{ Dyn.}$$

$$L = M^{\frac{1}{3}} T^{\frac{2}{3}},$$

wie es der Erkl. 504 entspricht (siehe Erkl. 522).

Die entsprechenden G.-S.-Einheiten sind Attraktionseinheiten; sie gehen aus den absoluten C.-G.-S.-Einheiten hervor, indem man (s. Erkl. 505):

$$\text{cm} = \frac{1}{\sqrt[3]{65 \cdot 10^{-9}}} g^{\frac{1}{3}} \sec^{\frac{2}{3}}$$

oder:

$$\text{cm} = 248{,}7\, g^{\frac{1}{3}} \sec^{\frac{2}{3}}$$

einsetzt (siehe Erkl. 523).

Die G.-S.-Einheit der Länge selbst ist:

$$g^{\frac{1}{3}} \sec^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{65 \cdot 10^{-9}} \text{ cm}$$

oder:

$$g^{\frac{1}{3}} \sec^{\frac{2}{3}} = 0{,}004 \text{ cm.}$$

Frage 341. Wie lässt sich die Bestimmung der Länge $M^{\frac{1}{3}} T^{\frac{2}{3}}$ durch die Masse M und die Zeit T veranschaulichen?

Antwort. Wenn ein Satellit die Centralmasse M so umkreist, dass er in der Zeit T einen Bogen zurücklegt, dessen Länge dem Radius seiner Kreisbahn gleich ist, so hat der Radius die Länge $M^{\frac{1}{3}} T^{\frac{2}{3}}$ (siehe Erkl. 524).

Erkl. 524. Man vergleiche die Erkl. 517. Man wende in der nebenstehenden Antwort insbesondere die Einheiten g, sec an; ebenso in der Antwort auf die Frage 339 die Einheiten cm, g; endlich in der Antwort auf die Frage 336 die Einheiten cm, sec.

Anmerkung 31. Andere Systeme mit zwei unabhängig Veränderlichen können aus dem L-M-T-System dadurch abgeleitet werden, dass man für irgend eine veränderliche Grösse einen festen Betrag wählt. Bisher sind von den Physikern zu diesem Zwecke besonders die Dichte und die Geschwindigkeit in Betracht gezogen worden.

Wenn man die grösste Dichte des Wassers als konstanten Betrag mit der Dimension 1 in das L-M-T-System einführt, so gelangt man zu sehr einfachen Ergebnissen, falls angenommen werden darf, dass 1 cm^3 Wasser bei grösster Dichte genau 1 g wiegt. Die Forderung: $L^{-3} M = \text{cm}^{-3} g = 1$ liefert dann nämlich zur Umformung der Dimensionen und der C.-G.-S.-Einheiten des L-M-T-Systems entweder die Substitutionen: $M = L^3$, $g = \text{cm}^3$ oder aber: $L = M^{\frac{1}{3}}$, $\text{cm} = g^{\frac{1}{3}}$. Im ersten Falle erhält man ein L-T-System mit C.-S.-Einheiten, im zweiten Falle ein M-T-System mit G.-S.-Einheiten. Bei der Wahl der Masseneinheiten kg, g, mg hat in der That die Absicht zu Grunde gelegen, die Masse durch eine konstante Dichte von der Länge abhängig zu machen. Es ist zu bemerken, dass beide Systeme die absoluten C.-G.-S.-Einheiten ihrem Betrage nach unverändert lassen würden.

Führt man dagegen die **kritische Geschwindigkeit** oder die **Geschwindigkeit des Lichtes im Weltraume** (siehe die Antwort auf die Frage 245, Seite 164 und die Erkl. 369, Seite 166) als konstanten Betrag mit der Dimension 1 in das L-M-T-System ein, so liefert die Forderung:

$$LT^{-1} = v \,\text{cm}\,\text{sec}^{-1} = 1$$

zur Umformung der Dimensionen und der C.-G.-S.-Einheiten jenes Systems entweder die Substitutionen: $T = L$, $\text{sec} = v\,\text{cm}$ oder aber: $L = T$, $\text{cm} = \frac{1}{v}\,\text{sec}$. Im ersten Falle erhält man ein L-M-System mit C.-G.-Einheiten, im zweiten Falle ein M-T-System mit G.-S.-Einheiten. Beide Systeme würden den Vorteil bieten, dass das elektromagnetische System in Dimensionen und Einheiten mit dem elektrostatischen zusammenfiele. Es sei daran erinnert, dass vorläufig $v = 3 \cdot 10^{10}$ anzunehmen ist (siehe die Antwort auf die Frage 249, Seite 165).

Anmerkung 32. Man bemerke, dass bisher je **eine** von folgenden **drei** Forderungen zur Umformung des L-M-T-Systems angewendet ist (siehe Erkl. 505):

1) . . . $L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9}\,\text{cm}^3\,\text{g}^{-1}\,\text{sec}^{-2} = 1$

2) . . . $L^{-3} M = \text{cm}^{-3}\,\text{g} = 1$

3) . . . $LT^{-1} = 3 \cdot 10^{10}\,\text{cm}\,\text{sec}^{-1} = 1.$

Der **ersten** Forderung ist genügt, wenn L den Radius der Kreisbahn darstellt, auf der ein Satellit so um die Centralmasse M rotiert, dass er in der Zeit T die Bogenlänge L zurücklegt; der **zweiten**, wenn M die Masse eines Wasserwürfels von der Kantenlänge L darstellt; der **dritten**, wenn L den Weg angibt, den das Licht in der Zeit T im Weltraume zurücklegt.

Anmerkung 33. Als **Uebung** zum Abschnitte J_8 eignet sich die Bestimmung der **Dimensionen und Einheiten** irgend welcher Grössen aus dem Gebiete der Mechanik, des Magnetismus, der Elektricität, der Wärme.

K. Ueber Systeme mit nur einer unabhängig Veränderlichen.

Frage 342. Wie gelangt man vom gewöhnlichen L-M-T-System aus zu Systemen mit nur **einer** unabhängig Veränderlichen?

Erkl. 525. Es gibt also drei verschiedene Möglichkeiten, die im folgenden getrennt behandelt sind.

Antwort. Indem man von den drei Forderungen, die in der Anmerkung 32 zusammengestellt sind, **gleichzeitig zwei** zur Anwendung bringt (siehe Erkl. 525).

1) Systeme auf Grund der beiden Forderungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9}\,\text{cm}^3\,\text{g}^{-1}\,\text{sec}^{-2} = 1$$
$$L^{-3} M = \text{cm}^{-3}\,\text{g} = 1.$$

Frage 343. Welche **Folgerung** ergibt sich aus den beiden vorstehenden Forderungen?

Antwort. Wenn man die Gleichungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 1$$
$$L^{-3} M = 1$$

Erkl. 526. Der Zeitbetrag selbst ergibt sich aus den Gleichungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9} \text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2}$$

$$L^{-3} M = \text{cm}^{-3} \text{g}$$

durch Multiplikation:

$$T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9} \text{sec}^{-2},$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{65 \cdot 10^{-9}}} \text{sec} = 3922 \text{sec}.$$

Umgekehrt wird jetzt:

$$\text{sec} = \sqrt{65 \cdot 10^{-9}}\, T$$

oder:

$$\text{sec} = \sqrt{65 \cdot 10^{-9}}.$$

miteinander multipliziert, so ergibt sich:

$$T^{-2} = 1,$$

$$T = 1,$$

d. h. die Zeit ist eine konstante Grösse mit der Dimension 1 (siehe Erkl. 526).

Es ist also hier kein T-System möglich.

Frage 344. Wie lässt sich die Bestimmung dieses konstanten Zeitbetrages veranschaulichen?

Erkl. 527. Auf diese Möglichkeit einer Zeitbestimmung hat zuerst Gauss aufmerksam gemacht. Nach seinem Vorgange wählt man oft eine etwas andere Form. Bewegt sich nämlich der Satellit auf einem grössten Kreise einer Wasserkugel von beliebigem Radius L, so ist die Centralmasse $\frac{4\pi}{3} L^3$ und man erhält:

$$\frac{3}{4\pi} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9} \text{sec}^{-2},$$

$$T = \sqrt{\frac{3}{4\pi \cdot 65 \cdot 10^{-9}}} \text{sec}.$$

Wenn man nun noch die ganze Umlaufszeit $2\pi T$ einführt, so wird:

$$2\pi T = \sqrt{\frac{3\pi}{65 \cdot 10^{-9}}} \text{sec},$$

$$2\pi T = 12042 \text{sec}.$$

Antwort. Wenn ein Wasserwürfel in eine Kugel verwandelt, und diese von einem Satelliten auf einer Bahn umkreist wird, deren Radius der Kantenlänge des Würfels gleich ist, so legt der Satellit in der Zeit:

$$T = 3922 \text{sec}$$

einen Bogen von der Länge des Radius oder der Würfelkante zurück. Diese Zeit ist ganz unabhängig von der beliebig zu wählenden Kantenlänge (siehe Erkl. 527).

Frage 345. Wie ergibt sich aus den beiden hier gestellten Forderungen ein L-System?

Erkl. 528. In die C.-G.-S.-Einheiten führt man entsprechend:

$$\text{g} = \text{cm}^3$$

$$\text{sec} = \sqrt{65 \cdot 10^{-9}}$$

ein, was ergibt:

$$\text{cm g sec}^{-2} = \text{cm}^4 \cdot \frac{1}{65 \cdot 10^{-9}}$$

$$\text{cm}^4 = 65 \cdot 10^{-9} \text{Dyn}.$$

Antwort. Man setzt in die Dimensionen des L-M-T-Systems:

$$M = L^3$$

$$T = 1$$

ein, was z. B. für die Kraft:

$$L M T^{-2} = L^4$$

liefert (siehe Erkl. 528).

Frage 346. Wie erhält man ebenso ein M-System?

Antwort. Man setzt in die Dimensionen des L-M-T-Systems:

$$L = M^{\frac{1}{3}}$$
$$T = 1$$

ein, was z. B. für die Kraft:

$$LMT^{-2} = M^{\frac{4}{3}}$$

ergibt (siehe Erkl. 529).

Erkl. 529. In die C.-G.-S.-Einheiten ist:

$$\text{cm} = \text{g}^{\frac{1}{3}}$$
$$\sec = \sqrt{65 \cdot 10^{-9}}$$

einzusetzen, was ergibt:

$$\text{cm g sec}^{-2} = \text{g}^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{1}{65 \cdot 10^{-9}}$$
$$\text{g}^{\frac{4}{3}} = 65 \cdot 10^{-9} \text{ Dyn.}$$

Anmerkung 34. Die beiden Systeme dieses Abschnittes können auch als Umformungen der im Abschnitte J_8 aufgestellten Systeme durch die Forderung:

$$L^{-3} M = \text{cm}^{-3} \text{g} = 1$$

betrachtet werden.

---

2) Systeme auf Grund der beiden Forderungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \sec^{-2} = 1$$
$$L T^{-1} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1} = 1.$$

Frage 347. Welche Folgerung ergibt sich aus den vorstehenden beiden Forderungen?

Antwort. Aus den beiden Gleichungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 1$$
$$L T^{-1} = 1$$

folgt, dass:

$$L = M = T$$

sein muss. Demnach erhalten Länge, Masse und Zeit im L-System die Dimension L, im M-System die Dimension M, im T-System die Dimension T (siehe Erkl. 530).

In allen drei Systemen ergibt sich für die Kraft:

$$LMT^{-2} = 1,$$

was auch erhalten werden kann, indem man die zweite Gleichung zur vierten Potenz erhebt und dann durch die erste dividiert (siehe Erkl. 531).

Die Unveränderlichkeit der Kraft hat ihren Ursprung darin, dass Länge und Masse einander proportional sind und zusammen die Kraft als Anziehung von M auf M in der Entfernung L bestimmen (siehe Erkl. 532).

Erkl. 530. Aus den Gleichungen:

$$65 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \sec^{-2} = 1$$
$$3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1} = 1$$

folgt, dass zwischen den Grössen cm, g, sec jetzt die Beziehung:

$$\text{cm} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \sec = \frac{9}{65} \cdot 10^{29} \text{ g}$$

besteht.

Erkl. 531. Der konstante Betrag, den die Kraft in allen drei Systemen hat, ergibt sich, indem man von den beiden Gleichungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \sec^{-2}$$
$$L T^{-1} = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}$$

die zweite zur vierten Potenz erhebt und darauf durch die erste dividiert:

$$LMT^{-2} = \frac{81}{65} \cdot 10^{49} \text{ cm g sec}^{-2}.$$

Der fragliche Betrag kommt also rund $1{,}25 \cdot 10^{49}$ Dyn gleich.

Erkl. 532. Im L-System kann die konstante Kraft als die Anziehung zwischen zwei Punkten von je 1 cm Masse in 1 cm Entfernung betrachtet werden (siehe Erkl. 534).

Frage 348. Wie erhält man die Dimensionen der drei Systeme, die hier möglich sind?

Erkl. 533. Man erhält also die L-Dimensionen, indem man M, T durch L, die M-Dimensionen, indem man L, T durch M, die T-Dimensionen, indem man L, M durch T ersetzt.

Antwort. Indem man in den L-M-T-Dimensionen für die drei Zeichen L, M, T entweder nur L oder nur M oder nur T setzt (siehe Erkl. 533).

Frage 349. Wie werden die Einheiten der drei Systeme aus den absoluten C.-G.-S.-Einheiten abgeleitet?

Erkl. 534. Die C.-Einheiten der Masse und Zeit sind:

$$1 \text{ cm Masse} = \frac{9}{65}\cdot 10^{29}\,\text{g}$$

$$1 \text{ cm Zeit} = \frac{1}{3\cdot 10^{10}}\,\text{sec.}$$

Die Erdmasse ist z. B. gleich (siehe Erkl. 514):

$$981\,\frac{\text{cm}}{9\cdot 10^{20}\,\text{cm}^2}\cdot(637\cdot 10^6\,\text{cm})^2,$$

also gleich 0,4423 cm.

Erkl. 535. Die G.-Einheiten der Länge und Zeit sind:

$$1 \text{ g Länge} = \frac{65}{9}\cdot 10^{-29}\,\text{cm}$$

$$1 \text{ g Zeit} = \frac{65}{27}\cdot 10^{-39}\,\text{sec.}$$

Erkl. 536. Die S.-Einheiten der Länge und Masse sind:

$$1 \text{ sec Länge} = 3\cdot 10^{10}\,\text{cm}$$

$$1 \text{ sec Masse} = \frac{27}{65}\cdot 10^{39}\,\text{g.}$$

Die Erdmasse ist z. B. gleich (siehe Erkl. 514):

$$981\,\frac{\text{sec}}{3\cdot 10^{10}\,\text{sec}^2}\cdot\left(637\cdot 10^6\cdot\frac{\text{sec}}{3\cdot 10^{10}}\right)^2$$

$$= \frac{109\cdot 637^2}{3\cdot 10^{18}}\,\text{sec} = 14{,}7\cdot 10^{-12}\,\text{sec};$$

umgekehrt also ist 1 sec Masse gleich:

$$\frac{3\cdot 10^{18}}{109\cdot 637^2}\ \text{Erdmassen}$$

oder gleich $6783\cdot 10^7$ Erdmassen.

Antwort. Nach der Erkl. 530 ergeben sich:

1) Die C.-Einheiten des L-Systems, indem man in die C.-G.-S.-Ausdrücke:

$$\text{g} = \frac{65}{9}\cdot 10^{-29}\,\text{cm}$$

$$\text{sec} = 3\cdot 10^{10}\,\text{cm}$$

einsetzt (siehe Erkl. 534).

2) Die G.-Einheiten des M-Systems, indem man ebenso:

$$\text{cm} = \frac{9}{65}\cdot 10^{29}\,\text{g}$$

$$\text{sec} = \frac{27}{65}\cdot 10^{39}\,\text{g}$$

einsetzt (siehe Erkl. 535).

3) Die S.-Einheiten des T-Systems, indem man ebenso:

$$\text{cm} = \frac{1}{3\cdot 10^{10}}\,\text{sec}$$

$$\text{g} = \frac{65}{27}\cdot 10^{-39}\,\text{sec}$$

einsetzt (siehe Erkl. 536).

Das T-System und seine S.-Einheiten sind Gegenstand einer Arbeit von E. Budde: „Die Reduktion der mechanischen Grundeinheiten auf eine einzige Dimension“ (Annalen der Physik und Chemie, Bd. 20, Seite 161).

Anmerkung 35. Die drei Systeme dieses Abschnittes können auch als Umformungen der im Abschnitte J_3 aufgestellten Systeme durch die Forderung:

$$LT^{-1} = 3\cdot 10^{10}\,\text{cm sec}^{-1} = 1$$

betrachtet werden.

---

3) Systeme auf Grund der beiden Forderungen:

$$L^{-3} M = \text{cm}^{-3} \text{g} = 1$$
$$L T^{-1} = 3 \cdot 10^{10} \text{cm sec}^{-1} = 1.$$

Frage 350. Wie wird das L-M-T-System auf Grund der vorstehenden beiden Forderungen in ein L-System, ein M-System oder ein T-System umgeformt?

Antwort. Man erreicht diese Umformung, indem man in die L-M-T-Dimensionen und C.-G.-S.-Einheiten einsetzt:

1) Für das L-System:

$$M = L^3, \quad T = L;$$
$$\text{g} = \text{cm}^3, \ \text{sec} = 3 \cdot 10^{10} \ \text{cm}.$$

Z. B.:

$$L M T^{-2} = L^2$$
$$\text{cm g sec}^{-2} = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{cm}^2$$

(siehe Erkl. 537).

2) Für das M-System:

$$L = M^{\frac{1}{3}}, \quad T = M^{\frac{1}{3}};$$
$$\text{cm} = \text{g}^{\frac{1}{3}}, \quad \text{sec} = 3 \cdot 10^{10} \text{g}^{\frac{1}{3}}.$$

Z. B.:

$$L M T^{-2} = M^{\frac{2}{3}}$$
$$\text{cm g sec}^{-2} = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}} \text{g}^{\frac{2}{3}}$$

(siehe Erkl. 538).

3) Für das T-System:

$$L = T, \quad M = T^3;$$
$$\text{cm} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{sec}, \quad \text{g} = \frac{1}{27 \cdot 10^{30}} \text{sec}^3.$$

Z. B.:

$$L M T^{-2} = T^2$$
$$\text{cm g sec}^{-2} = \frac{1}{81 \cdot 10^{40}} \text{sec}^2$$

(siehe Erkl. 539).

Erkl. 587. Demnach ist hier:

$$1 \ \text{cm}^3 \ \text{Masse} = 1 \ \text{g}$$
$$1 \ \text{cm} \ \text{Zeit} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{sec}$$
$$1 \ \text{cm}^2 \ \text{Kraft} = 9 \cdot 10^{20} \ \text{Dyn.}$$

Erkl. 588. Demnach ist hier:

$$1 \ \text{g}^{\frac{1}{3}} \ \text{Länge} = 1 \ \text{cm}$$
$$1 \ \text{g}^{\frac{1}{3}} \ \text{Zeit} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \text{sec}$$
$$1 \ \text{g}^{\frac{2}{3}} \ \text{Kraft} = 9 \cdot 10^{20} \ \text{Dyn.}$$

Erkl. 589. Demnach ist hier:

$$1 \ \text{sec} \ \text{Länge} = 3 \cdot 10^{10} \text{cm}$$
$$1 \ \text{sec}^3 \ \text{Masse} = 27 \cdot 10^{30} \text{g}$$
$$1 \ \text{sec}^2 \ \text{Kraft} = 81 \cdot 10^{40} \ \text{Dyn.}$$

Anmerkung 36. Als Uebung zum Abschnitte K empfiehlt sich die Bestimmung der Dimensionen und Einheiten beliebig gewählter Grössen aus dem Gebiete der Mechanik, des Magnetismus, der Elektricität, der Wärme.

L. Ueber ein unveränderliches System auf Grund der drei Forderungen:

$$L^3 M^{-1} T^{-2} = 65 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{cm}^3\,\mathrm{g}^{-1}\,\mathrm{sec}^{-2}$$
$$L^{-3} M = \mathrm{cm}^{-3}\,\mathrm{g}$$
$$L T^{-1} = 3 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}\,\mathrm{sec}^{-1}.$$

Frage 351. Welche Beträge für Länge, Masse und Zeit ergeben sich aus den vorstehenden drei Gleichungen?

Erkl. 540. Die Forderungen, aus denen diese drei Werte hervorgehen, lauten dahin, dass im absoluten *L*-*M*-*T*-System:

1) für die spezifische Intensität der Massenanziehung der in der Natur herrschende Betrag derselben;
2) für die Dichte die Dichte des Wassers;
3) für die Geschwindigkeit die Grösse der kritischen oder der Lichtgeschwindigkeit

vorgeschrieben sein soll. Für alle drei sind die oben in C.-G.-S.-Einheiten ausgedrückten Werte nur als vorläufige Näherungswerte zu betrachten.

Erkl. 541. Da LT^{-1} die kritische Geschwindigkeit darstellt, so ist es gleichgültig, ob man sich hierbei der elektrostatischen oder der elektromagnetischen Dimensionen bedient.

Antwort. Man erhält durch Auflösung die eindeutig bestimmten Werte (siehe Erkl. 540):

$$L = \frac{3 \cdot 10^{10}}{\sqrt{65 \cdot 10^{-9}}}\,\mathrm{cm} = 11767 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}$$
$$M = \frac{27 \cdot 10^{30}}{\sqrt{(65 \cdot 10^{-9})^3}}\,\mathrm{g} = 163 \cdot 10^{40}\,\mathrm{g}$$
$$T = \frac{1}{\sqrt{65 \cdot 10^{-9}}}\,\mathrm{sec} = 3922\,\mathrm{sec.}$$

Man beginne mit der Berechnung von T (siehe Erkl. 526), bestimme dann L durch T und endlich M durch L.

Indem man diese drei Werte in die *L*-*M*-*T*-Ausdrücke der physikalischen Grössen einführt, wird für jede derselben ein ganz bestimmter Betrag festgelegt (siehe Erkl. 541). Die Grössen von der Dimension 1 haben ohnehin einen festen Betrag.

Frage 352. Welchen Vorzug haben die angegebenen drei Grundwerte L, M, T gegenüber drei beliebig gewählten Einheiten der Länge, Masse und Zeit?

Erkl. 542. Der Vollständigkeit wegen sei sie hier in abgekürzter Form wiederholt: Ein Wasserwürfel von beliebiger Kantenlänge werde in eine Kugel verwandelt und diese von einem Satelliten umkreist. Ist dann der Radius der Kreisbahn so lang wie die Würfelkante, so stellt letztere auch den in der Zeit T zurückgelegten Weg dar.

Erkl. 543. Es sind dazu drei Messungen erforderlich, durch welche die in der Erkl. 540 angegebenen drei Grössen ermittelt werden.

Erkl. 544. Grössen von der Dimension 1 sind überhaupt durch Definitionen festgelegt; so z. B. die Winkelgrösse durch die Bestimmung, dass ihr Bogen dem Kreisradius gleich sein soll.

Antwort. Sie haben den Vorzug, dass sie durch blosse Definitionen überliefert werden können. Die Definition der Zeit T ist bereits in der Antwort auf die Frage 344 angegeben (siehe Erkl. 542). Die Länge L ist der Weg, den das Licht im Weltraume in der Zeit T zurücklegt. Die Masse M endlich ist die Masse eines Wasserwürfels von der Kantenlänge L. Auf Grund dieser Definitionen können L, M und T durch physikalische Messungen jederzeit wieder ermittelt werden (s. Erkl. 543).

Fügt man die Vorschriften zur Bildung des *L*-*M*-*T*-Systems hinzu, so ist damit die Ueberlieferung je eines bestimmten Betrages für alle physikali-

Erkl. 545. Die unmittelbare Ueberlieferung beliebig gewählter Einheiten der Länge und Masse ist nur durch Aufbewahrung eines Massstabes und Gewichtes möglich und kann daher nicht als gesichert angesehen werden. Unsere Zeiteinheiten sind nur unter der Voraussetzung durch Definition sicher zu überliefern, dass die Erdrotation sich nicht ändert.

schen Grössen gesichert (s. Erkl. 544). Ist die Masszahl eines solchen Betrages in Bezug auf eine jetzt gebräuchliche Einheit angegeben, so kann auch die letztere immer wieder festgestellt werden (siehe Erkl. 545).

Anmerkung 37. Man bestimme für dieses System den Betrag der Kraft in Dyn (vergl. Erkl. 531), den der Arbeit in Erg, den der Elektricitätsmenge in Coulomb u. s. w.

Anhang.

I. Ergebnisse zu den ungelösten Aufgaben.

(Seite 27.)

Aufgabe:

81. $1000 \frac{cm}{sec}$. 82. 4 sec.

83. 2 km. 84. $10 \frac{cm}{sec}$.

85. 2 sec. 86. $3000 \frac{cm}{sec}$.

87. $175 \frac{cm}{sec}$. 88. $\frac{2}{3} \frac{cm}{sec}$.

89. $\alpha)\ \frac{a_1 b c}{a b_1}$ sec. $\beta)\ \frac{a_1 b c}{a c_1}$ sec.

$\gamma)\ \frac{a b_1 c_1}{b c}$ cm.

90. $\frac{250\ m}{(3\ sec)^2}$. 91. $\frac{m}{6\ sec}$.

92. 36 m, 1 min.

93. 1 cm, 10 g, 0,1 sec.

94. $100 \frac{cm}{sec}$, $100 \frac{cm}{sec^2}$, $10^5 \frac{cm\ g}{sec^2}$.

95. $8 \frac{cm}{sec^2}$. 96. $100 \frac{cm}{sec^2}$.

97. $220 \frac{cm}{sec}$. 98. $30 \frac{cm}{sec}$.

99. um $15 \cdot 10^6 \frac{cm\ g}{sec^2}$.

100. $25000 \frac{cm\ g}{sec^2}$.

(Seite 108.)

260. 981000; 0,981; 445000 Dyn.

261. 1361 Dyn.

262. 32,484; $30{,}479 \frac{cm}{sec^2}$.

263. $1000 \frac{Dyn}{Gramm}$.

Aufgabe:

264. $10 \frac{m}{sec^2}$. 265. $30{,}479 \frac{Dyn}{Gramm}$.

266. 0,981 Megadyn. 267. 0,445 Megadyn.

268. 2,247 engl. Pfund.

269. um 5000 Dyn. 270. um 2268 Dyn.

271. 1005 g. 272. um 930 Dyn.

273. g Poundal. 274. 981,28 g.

275. 32,2 engl. Pfund.

276. 10^5 m kg sec^{-1}.

277. $27\,777\,778 \frac{cm\ g}{sec}$.

278. 13825 cm g sec^{-1}.

279. 1000 Megadyn. 280. 58860 cm g sec^{-1}.

281. 1 Dyn. 282. auf 10 km.

283. auf 1 cm. 284. 1 cm, 1000 kg.

285. 10^5 Centimetergramm.

286. 0,0102; 0,102 mkg.

287. 0,0074; 0,074 engl. Fusspfund.

288. auf 1,02 cm; 10,2 cm.

289. auf 2,25 cm; 22,5 cm.

290. $625000 \frac{Erg}{sec}$. 291. $10^6 \frac{Erg}{sec}$.

292. 10 cm, 100 kg, 1 sec.

293. $10^7 \frac{Erg}{sec}$. 294. 0,04214 Watt.

295. 100 Watt. 296. 6 Megadyn.

297. $136 \cdot 10^{-5}$ gew., $134 \cdot 10^{-5}$ engl. Pferdekr.

298. an $104 \cdot 10^{-8}$g. 299. um $9805 \frac{Erg}{sec}$.

300. 1 cm sec^{-1}. 301. 50 cm sec^{-1}.

302. 5 Megaerg. 303. 210700 Erg.

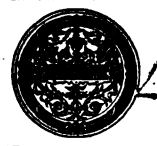
304. 1 m sec^{-1}. 305. 196,2 g.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

1102. Heft. | **Preis des Heftes 25 Pf.** | **Die absoluten Masse u. Dimensionen der physikalischen Grössen.** Forts. v. Heft 1101. — Seite 225—231 u. I—XVI. (Schlussheft.)



Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung



— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Die absoluten Masse und Dimensionen

der physikalischen Grössen.

Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. H. Hovestadt.**

Forts. v. Heft 1101. — Seite 225—231 und I—XVI. (Schlussheft).

Inhalt:

Stuttgart 1892.

Verlag von Julius Maier.



Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches zur Seite steht**, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form**, mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere Anzahl** der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten Mathematik** — nach besonderen **selbständigen Kapiteln angeordnet** — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein Anhang von **ungelösten Aufgaben** beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen**, etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft **keine Zeit** erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in **allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, **Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16**, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Aufgabe:

306. $51 \cdot 10^{-10}$ mkg.

307. $37 \cdot 10^{-10}$ engl. Fusspfund.

308. $1000 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$.

309. $62\,489\,700 \frac{\text{Joule}}{\text{Kilogramm}}$.

310. $624897 \frac{\text{Megaerg}}{\text{Gramm}}$.

311. $981 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$. **312.** $29900 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$.

313. $637 \cdot 10^6 \frac{\text{Centimetergramm}}{\text{Gramm}}$.

314. $20\,899\,635$ engl. $\frac{\text{Fusspfund}}{\text{Pfund}}$.

315. $624897 \frac{\text{Erg}}{\text{Gramm}}$.

316. $981 \cdot 10^8$ Erg. **317.** um 154000 Erg.

318. 14007 cm sec^{-1}. **319.** um 1 cm sec^{-1}.

320. 981 cm sec^{-2}. **321.** $1 \frac{\text{mkg}}{\text{kg}}$: m.

322. $28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{mkg}}{\text{kg}}$: m.

323. 0,4 Dyn.

324. mit $66 \cdot 10^{-9}$ mg Kraft.

325. 36 cm. **326.** 3922 g.

327. 1 : 1. **328.** 62,4 : 1.

329. $1{,}04 \cdot 10^{-9}$. **330.** 0,002 sec^{-1}.

331. 2,5 sec^{-1}. **332.** $0{,}004 \frac{\text{Grad}}{\text{Sekunde}}$.

333. 46510 cm sec^{-1}.

334. 95,5 Umdrehungen in der Minute.

335. 20,9 sec. **336.** $13\,562\,300 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$.

337. 0,13825 : 1. **338.** $421\,400 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$.

339. $10^5 \frac{\text{mm}^2\,\text{mg}}{\text{sec}^2}$. **340.** 2π mkg.

341. $624{,}5 \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$. **342.** $981\, l \cdot m \frac{\text{cm}^2\,\text{g}}{\text{sec}^2}$.

343. 10^7 cm^2 g. **344.** 1 : 10^5.

345. 421371 cm^2 g. **346.** $403 \cdot 10^6$ cm.

347. $244 \cdot 10^{24}$ g. **348.** 0,7355 mm.

349. $13338 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$. **350.** $36105 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}$.

351. $36{,}8 \frac{\text{Gramm}}{\text{cm}^2}$. **352.** 28 Par. Zoll.

353. 100 : 1. **354.** 1 :1.

355. $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. **356.** 13596 g.

357. 73,55 cm^3. **358.** $11\,160{,}7 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$.

Aufgabe:

359. 0,12 cm. **360.** 2 m.

361. 4,8 cm^3. **362.** 2000 cm^3.

363. 0,55 mm. **364.** 2563 g.

365. 3 mm, 30 kg Kraft.

366. 47 Megadyn. **367.** um 0,0002 Prozent.

368. um 2,55 cm^3. **369.** $200 \frac{\text{Megadyn}}{\text{mm}^2}$.

370. 3296 Erg.

(Seite 123.)

384. 1560, 780, 312 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

385. 0,079 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

386. 0,47414 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

387. 1,357 und 1357.

(Seite 150.)

425. 10 Dyn. **426.** 9,5 cm

427. — 0,6217 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

428. 7,8125 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

429. 1,25 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

430. 20 $\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

431. 114 cm.

432. 30,16 $\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

433. 0,008 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

434. 8 cm.

435. — 0,00374 $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

436. — $191 \cdot 10^{14}$ $\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

437. — $3 \cdot 10^7$ $\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

438. 152,4 cm. **439.** $637 \cdot 10^6$ cm.

440. um 0,0015 V $\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

441. 1 : 0,99925.

442. 470 $\text{cm}^{\frac{3}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

443. $2134 \cdot 10^{-21} \frac{\text{sec}}{\text{cm}}$.

444. über $956 \cdot 10^6$ km.

445. $10\,482 \cdot 10^{-7}$ $\text{cm}^{\frac{1}{2}}\,\text{g}^{\frac{1}{2}}\,\text{sec}^{-1}$.

Aufgabe: (Seite 162.)

449. Ein kurzer Magnetstab besitzt die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des Momentes nach Clausius, wenn er in grosser Entfernung die magnetische Wirkung eines elektrischen Stromes hervorbringt, der 1 cm^2 Fläche umfliesst und die absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit der Stromstärke besitzt.

450. Diejenige Menge des freien Magnetismus, welche im Mittelpunkte eines Kreises von 1 cm Radius mit 2π Dyn Kraft angegriffen wird, wenn in dem Kreise ein Strom von 1 absoluten elektrostatischen C.-G.-S.-Einheit Stärke fliesst, stellt 1 absolute elektrostatische C.-G.-S.-Einheit des Magnetismus nach Maxwell dar.

Aufgabe: (Seite 167.)

456. $3 \cdot 10^8$. 457. $5000:1$.

458. $1:3\cdot10^{11}$; $3\cdot10^{11}:1$; $1:9\cdot10^{22}$; $9\cdot10^{22}:1$.

459. wie $1:3\cdot10^{10}$. 460. wie $3\cdot10^{10}:1$.

(Seite 179.)

486. $8{,}5\ cm^{\frac{3}{2}}\ g^{\frac{1}{2}}\ sec^{-1}$.

487. 1 Dyn.

488. $1038\cdot10^{-8}\ \frac{\text{Gramm}}{\text{Coulomb}}$.

489. 0,116 cm^3 pro Coulomb.

490. 0,9434 Ohm. 491. $206\cdot10^{-4}$ Ohm.

492. $122\cdot10^{-8}$ Ohm. 493. $0{,}94\ \frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$.

494. 0,05 Volt. 495. $1410\ \frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$.

496. 50 Watt.

497. $-64\cdot10^5$ Coulomb.

Aufgabe:

498. $-9\cdot10^9$ Volt. 499. 708 Mikrofarad.

500. $223\cdot10^{-8}$ Coulomb.

(Seite 194.)

516. 252 000 Megaerg.

517. 0,323 Grammkalorien.

518. 424 m.

519. 1391 engl. $\frac{\text{Fusspfund}}{\text{Pfundkalorie}}$.

520. in 4,2 Ohm. 521. 2,05 Ampère.

522. 172 200 Megaerg.

(Seite 206.)

548. $10\ \frac{kg}{m^2}$. 549. $10^5\ \frac{g}{cm^2}$.

550. $7\cdot10^{-6}\ \frac{mm^2}{kg}$. 551. 425,3 m.

(Seite 210.)

558. 981 g. 559. 9810 mg.

560. $100\ mm^{-1}\ mgr\ sec^2$.

561. $981\cdot10^5\ cm^2\ g\ sec^{-2}$.

II. Zusammenstellung der *L-M-T*-Dimensionen in den gebräuchlichen Systemen.

1) Geometrische Hilfsgrössen.

Flächeninhalt	L^2
Rauminhalt	L^3
Winkelgrösse	1.

2) System der Mechanik.

Beschleunigung	LT^{-2}
Bewegungsgrösse	LMT^{-1}
Dehnungselasticität	$L^{-1}MT^{-2}$
Dichte	$L^{-3}M$
Direktionskraft	L^2MT^{-2}
Festigkeit	$L^{-1}MT^{-2}$
Geschwindigkeit	LT^{-1}
Gravitationspotential	L^2T^{-2}
Intensität der Arbeitsleistung	L^2MT^{-3}
Intensität des Flächendruckes	$L^{-1}MT^{-2}$

Intensität des Gravitationsfeldes	LT^{-2}
Kraft	LMT^{-2}
Kubische Ausdehnung	1
Lebendige Kraft	L^2MT^{-2}
Lineare Ausdehnung	1
Mechanische Arbeit	L^2MT^{-2}
Oberflächenspannung	MT^{-2}
Potentialgefälle im Gravitationsfelde	LT^{-2}
Schubelasticität	$L^{-1}MT^{-2}$
Schwingungsgeschwindigkeit	T^{-1}
Spezifische Intensität der Massenanziehung *)	$L^3M^{-1}T^{-2}$
Spezifisches Volumen	L^3M^{-1}
Statisches oder Drehungsmoment	L^2MT^{-2}
Trägheitsmoment	L^2M
Volumelasticität	$L^{-1}MT^{-2}$
Winkelbeschleunigung	T^{-2}
Winkelgeschwindigkeit	T^{-1}
Zusammendrückbarkeit	$LM^{-1}T^2$.

*) Masszahl: die Gravitations- oder Attraktionskonstante.

3) System der magnetischen Grössen.

Intensität der magnetischen Doppelschicht	$L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$
Intensität der Magnetisierung	$L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$
Intensität des magnetischen Feldes	$L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$
Magnetisches Moment	$L^{\frac{5}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$
Magnetisches Potential	$L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$
Menge des freien Magnetismus	$L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$
Spezifischer Magnetismus	$L^{\frac{5}{2}}M^{-\frac{1}{2}}T^{-1}$.

4) Die beiden Systeme der elektrischen Grössen.

	Elektrostatisches System	Elektromagnetisches System
Dielektricität	1	$L^{-2}T^2$
Elektricitätsmenge	$L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}$
Elektrische Kapacität	L	$L^{-1}T^2$
Elektrisches Potential	$L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$
Flächendichte der Elektricität	$L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}$
Intensität des elektrischen Feldes	$L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}$

	Elektrostatisches System	Elektromagnetisches System
Kraftströmung im elektrischen Felde	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Leitungsvermögen	$L T^{-1}$	$L^{-1} T$
Leitungswiderstand	$L^{-1} T$	$L T^{-1}$
Potentialgefälle im elektrischen Felde	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$
Spezifischer Leitungswiderstand	T	$L^2 T^{-1}$
Spezifisches Leitungsvermögen	T^{-1}	$L^{-2} T$
Stromdichte	$L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{-\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$
Stromstärke	$L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}$	$L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$.

5) System der Wärmegrössen.

Intensität der Wärmeausstrahlung	$L^{-2} M T^{-1}$
Intensität der Wärmeentwicklung	$M T^{-1}$
Lineare und kubische Wärmeausdehnung	1
Mechanisches Aequivalent der Wärme	$L^2 T^{-2}$
Schmelz-, Verdampfungs- und Verbrennungswärme	1
Spezifische äussere Arbeit eines Gases*)	$L^2 T^{-2}$
Temperaturdifferenz	1
Wärmeausstrahlungsvermögen	$L^{-2} M T^{-1}$
Wärmekapacität	1
Wärmeleitungsfähigkeit	$L^{-1} M T^{-1}$
Wärmemenge	M.

*) Masszahl: die Konstante des Gasgesetzes.



Druckfehler-Berichtigung.

Seite 167, Zeile 5 von unten lies $3 \cdot 10^{10}$ statt $3 \cdot 10^{-10}$.
Seite 168, Zeile 16 von oben lies D_6 statt D_5.
Seite 197, Zeile 7 der Aufgabe 527 lies Centripetalkraft statt Centrifugalkraft.



Namen- und Sachregister.

H.

J.

K.

L.

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

S.

T.

V.

W.

Z.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von **Dr.** Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

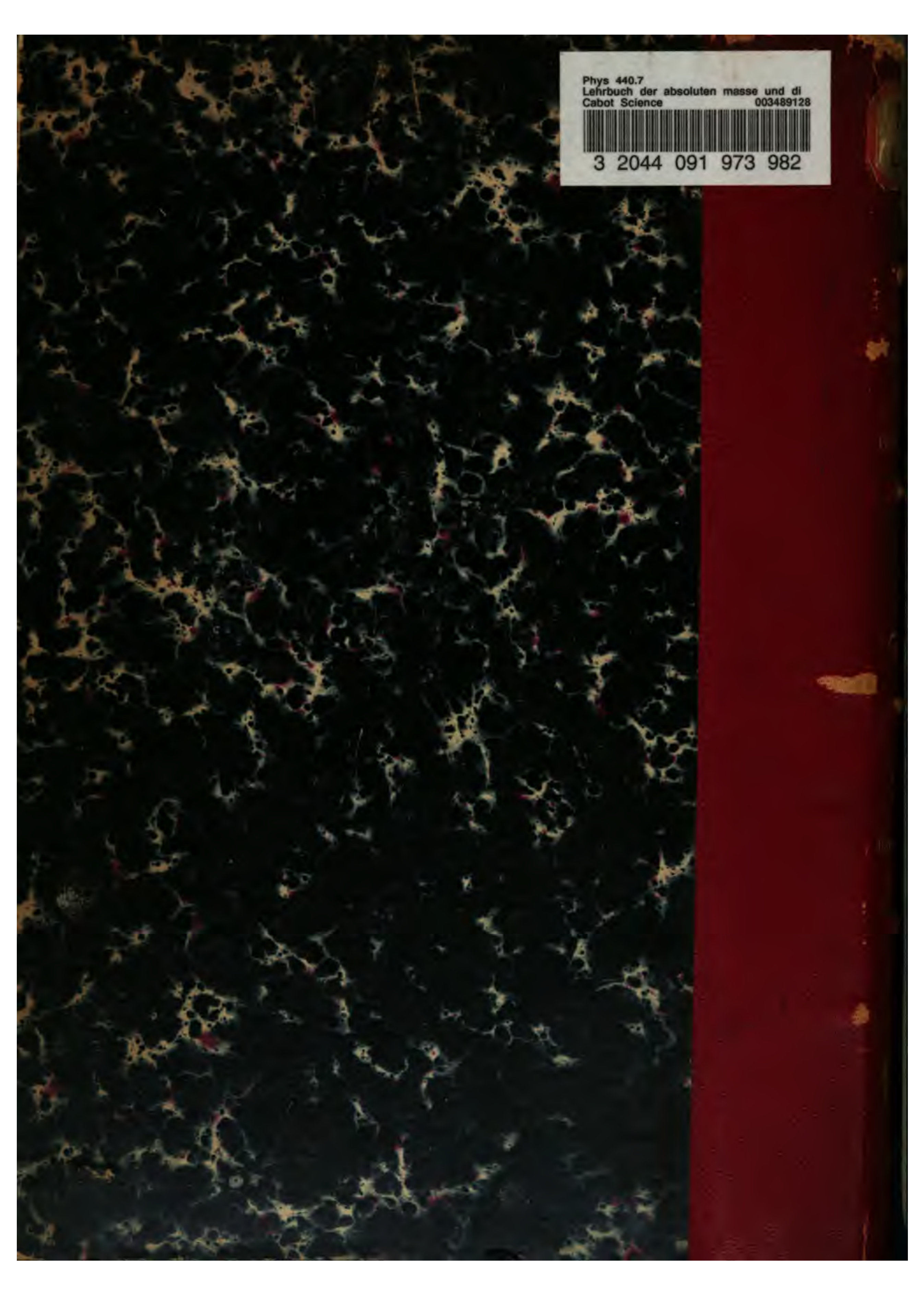
Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.


Phys 440.7
Lehrbuch der absoluten masse und di
Cabot Science 003489128
3 2044 091 973 982